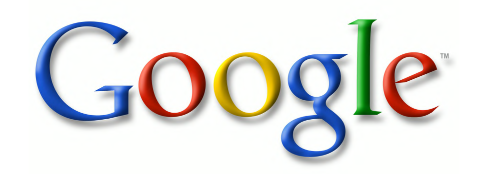

Google

DIRECCION GENERAL

DEL

INSTITUTO GEOGRÁFICO Y ESTADÍSTICO.

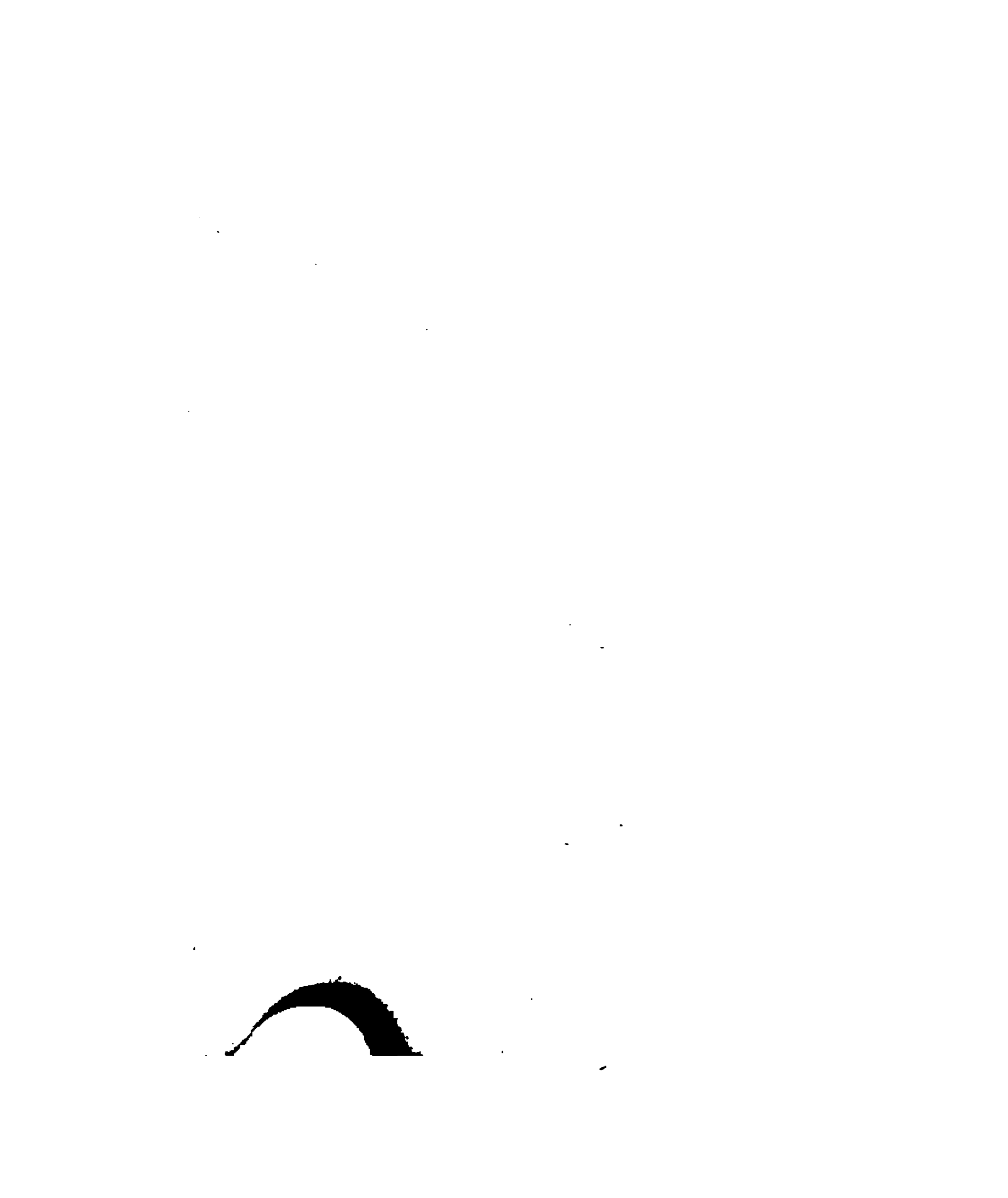
INSTRUCCIONES

PARA

LOS TRABAJOS GEODÉSICOS.



TRABAJOS GEODÉSICOS.



J. C. Branner

DIRECCION GENERAL

Spain

DEL

INSTITUTO GEOGRÁFICO Y ESTADÍST

INSTRUCCIONES

PARA

LOS TRABAJOS GEODÉSICOS.

MADRID.
ESTABLECIMIENTO TIPOGRÁFICO DE R. LABAJ(
calle de la Cabeza, núm. 27.

1878.

PRIMER ÓRDEN.

RED GEODÉSICA.

TRABAJOS DE CAMPO.

BASES.

1.—Para conocer la longitud, reducida al nivel medio del mar, de una línea de la red geodésica que haya de servir de base de partida, se medirá directamente la distancia entre dos puntos situados convenientemente y á la inmediacion de aquella línea, y que disten entre sí próximamente 1 : 20 de su longitud. Esta pequeña base, directamente medida y reducida que sea al nivel del mar, se enlazará con la línea de la red general, cuya longitud se quiere conocer, por medio de una red especial, cuyos elemen-

tos angulares se habrán de medir con extremada precision y cuyos errores se compensarán por el cálculo hasta obtener el valor más probable entre los que resultarían para la línea de que se trata. Del reconocimiento y eleccion de vértices para la mencionada red especial, de la observacion de sus direcciones azimutales y de la compensacion de sus errores angulares, se tratará más adelante cuando se den las instrucciones concernientes á la red geodésica que comprende todo el territorio peninsular de España.

2.—Concretándose estos artículos de las instrucciones á la medicion directa de la distanci que media entre dos puntos separados, en ca general, de dos á tres kilómetros, conviene a te todo indicar las condiciones principal que esta base ha de satisfacer para que se tenga su longitud con la necesaria prec en el menor tiempo posible y sin grand lestias para los observadores.

La base se ha de elegir precisamente trozo, en línea recta, de una carretera qu lle en buen estado de conservacion, pr do la medicion en uno de sus paseos, c cion dependerá de la orientacion de la si la direccion de ésta se aproxima Sur, la medicion se hará en el pas

sentido Sur-Norte; si la carretera se dirige de Este á Oeste, se debe medir la base en el paseo Norte y en sentido Este-Oeste, todo con el objeto de que la galería de sombrajos, colocada en el borde mismo de la cuneta y abierta por la parte opuesta para el servicio, preserve al aparato de los rayos directos del Sol. Teniendo en cuenta este objeto principal, se elegirá el paseo en las demás orientaciones intermedias de la carretera.

La inclinacion de la carretera no debe llegar á tres grados sexagesimales en ningun trozo de la base.

Desde cada uno de los extremos de ésta, y á la altura ordinaria de un pilar de observacion, se debe divisar una señal que no exceda de dos metros de altura colocada en el otro extremo.

No es obstáculo que haya una línea de guardaruedas en el paseo elegido, porque éstos se quitan y restablecen fácilmente.

3.—Siendo condicion indispensable la de que esta pequeña base se pueda enlazar por medio de una red con un lado geodésico, se debe hacer inmediatamente este proyecto de union ántes de dar por definitiva la eleccion de la base. Elegida ésta, se debe medir por lo ménos cuatro veces con todas las precauciones necesarias, empleando la cinta metálica; y se consignará

el resultado obtenido en cada una
ciones.

4.—Aprobado que sea el proyec
reccion general, se procederá á las
nes que han de fijar los extremos
Estas estarán enterradas, y consi
una, en una caja de sillería de bas
en cuyo centro se establece un cul
de 0m,30 de lado, que contiene en
su cara superior un cilindro de me
determina el extremo de la base.
observar este punto cuando conver
tapa de la caja de piedra una abert
cierra con una pieza de la misma p
da al efecto. De esta suerte se pue
el punto extremo de la base, y sitı
cuando convenga, un pilar portátil
cion para centrar sobre el mismo p
dolito con que se han de hacer las
nes angulares correspondientes á l
lace. El cilindro metálico, que fija e
tremo, tiene veinticinco milímetros
y cinco milímetros de diámetro en
pero el taladro vertical en que se i
de doble profundidad que la altura
llenándose de carbon molido su mi

5.—Antes de proceder á la me
base, se recorrerá el trozo de carre

se ha de efectuar para prepararlo convenientemente, si fuere menester, con pequeños desmontes y terraplenes, á fin de regularizar las pendientes, y de reducirlas, en todas las posiciones que habrá de ocupar la regla, á los límites determinados por la amplitud del arco de su nivel.

6.—Entre los extremos de la base se establecerán, para marcar la alineacion, vários puntos intermedios, que habrán de estar contenidos en el plano vertical que pasa por los dos primeros. Esta operacion se lleva á cabo con el auxilio de un teodolito de grandes dimensiones, cuidadosamente centrado sobre uno de los extremos de la base y colocado en un resistente pilar. En el otro extremo se debe establecer una señal, cuyo punto de mira se halle en la vertical de la referencia, y cuyas dimensiones sean adecuadas á la longitud de la base y á la amplificacion del anteojo. Despues de rectificado el teodolito y apuntado su anteojo, de suerte que la imágen de la indicada mira extrema coincida en el centro del retículo, se procederá á situar, por medio de señas hechas con banderas, otras miras especiales intermedias que dividan la base en intervalos, cuya extension no exceda de un kilómetro; y los encargados de cada una de las últimas marcarán en la plancha incrustada en

un sillarejo que se introduc
punto preciso correspondie
punto de mira, en el mome
cho el Jefe de la operacion l
aquél en el plano vertical
extremos de la base. Tambi
además de las intermedias,
de la extrema, para que, ju
proporcionen dos puntos de
la seguridad de evitar desvi
el último intervalo.

7.—Como preliminar de
be determinar la situacion
dos en los cuatro termóme
Ibañez para medir bases, in
pósitos de mercurio, de l
en una vasija que conten
fusion. Si se observase a
en la situacion del *cero*, s
respondiente correccion
turas. Tambien es indis
dadosamente todos los
que constituyen el cita
ses, á fin de que cada
las condiciones exigi
medicion.

8.—Colocado el
con su correspondie

de partida marcado en el terreno, empieza el Jefe de la medicion por situar verticalmente el eje; é introduciendo el anteojo de referencias, rectifica el instrumento, valiéndose del nivel y de los demás medios, hasta que el eje óptico del anteojo esté vertical, coincida con la línea alrededor de la cual se verifica el giro y pase al mismo tiempo por el punto del terreno. Reemplaza entónces el anteojo de referencias con el de alineacion, y le dirige á la más próxima de las grandes miras que, colocadas en la direccion de la base, la dividen en trozos ó secciones. Si es preciso, corrige el eje óptico del mencionado anteojo, dejándolo fijo en el momento en que se halle en el mismo plano vertical de la base, despues de lo cual mueve el correspondiente piñon para poder ver con claridad á la distancia de cuatro metros.

Un auxiliar, que se distinguirá en lo sucesivo con el núm. 6, habrá establecido entre tanto los otros tres portamicroscopios sobre sus correspondientes trípodes, los cuales, así como los de soporte, se habrán dispuesto aproximadamente en la alineacion y á la debida distancia por medio de una vigueta adecuada al efecto. Despues de colocar sobre el segundo de aquéllos una mira de hilos de platino cruzados, y sobre ésta un nivel, da el mismo auxiliar al eje del ins-

trumento una posicion vertical, mo
mediatamente el tornillo lateral, coı
las señas que le hace con una peque
el auxiliar núm. 5 encargado de la
que se habrá sentado junto al ant
tanto que por medio de una voz brev
el momento preciso en que la cruz
mira se halla en el plano de la bas
pues de invertir los muñones de l
continuase la coincidencia, rectific
los hilos de platino, moviendo ésto
correspondientes tornillos; cuya op
necesaria rara vez, áun despues de
transporte.

El auxiliar núm. 5 lleva el anteoj
cion al segundo portamicroscopio, e
el número 6 establece la mira y niv
cero, continuando despues al cuart
ma manera.

Los auxiliares números 1 y 2, e
hacer las coincidencias de las ray
con las de los portamicroscopios,
los dos hombres de servicio desig
conduccion de aquélla con el gra
su caja á los dos primeros sopo
dos hombres habrán ya nivela
conseguir toda la rapidez posibl
tratiempos, debe siempre prec

sobre los soportes una vigueta de madera que sirva para arreglar la altura de éstos; la cual manejan los mismos encargados de la conduccion de aquélla. El auxiliar núm. 1, junto al primer microscopio, y el núm. 2, junto al segundo, se preparan á efectuar las coincidencias; moviendo aquél tan sólo la regla y éste la regla en sentido perpendicular á la base, y el portamicroscopio en direccion de la misma, valiéndose del tornillo longitudinal. Tambien hace uso del tornillo de altura este último auxiliar para llevar la raya del portamicroscopio al mismo plano horizontal que la de la regla, con el objeto de no subir ni bajar ésta despues de que el auxiliar núm. 1 la tenga á la altura determinada por el primer microscopio, que es ahora el fijo.

En tanto que esto tiene lugar, los auxiliares números 3 y 4, á cuyo cargo están las dobles lecturas del arco del nivel de la regla y las de los cuatro termómetros, promedian la ampolla de aquél moviendo el tornillo del arco, y se disponen á escribir, cada uno en un pequeño cuaderno (formulario núm. 1), las cinco lecturas, que inmediatamente han de confrontar para evitar errores.

El auxiliar núm. 2 avisa al núm. 1 cuando lo tiene todo dispuesto para hacer la coincidencia,

y éste da la voz *coincide*, á la que contesta aquél con la misma, siendo simultánea la operacion en ambos extremos de la regla. Comienzan entónces sus lecturas los números 3 y 4 marchando en direcciones opuestas. Los auxiliares 1, 2, luégo que han hecho la coincidencia, separan á un tiempo la regla de los portamicroscopios, valiéndose de los correspondientes tornillos de los soportes; y los dos hombres nombrados se disponen á trasladarla á la posicion siguiente, ántes de lo cual han arreglado la altura y direccion de los otros dos soportes, y han avisado á uno de los cuatro hombres que transportan y colocan los trípodes si en la distancia de éstos hay algun error, para que lo corrijan, utilizando en todas estas operaciones una vigueta, algo más corta que la regla y con rebajos en sus extremos, á fin de evitar el contacto con los microscopios, á los cuales se miden las distancias con unos pequeños suplementos de madera, que se introducen con toda precaucion.

Terminadas las lecturas de los termómetros y nivel, manda el auxiliar núm. 1 trasladar la regla, valiéndose de voces breves, que ejecutan con precision los encargados de este servicio. A la vez, el auxiliar núm. 6 traslada el portamicroscopio que queda vacante, y lo coloca

en el primer trípode desocupado, nivelándol y metiendo las correderas ayudado por un sir viente; tres de los encargados de los trípode llevan otros tantos; los dos de que se hizo y mencion establecen los soportes en su nuev sitio, y cuatro hombres cambian el primer som brajo, armado tal cual lo hallan, que pasa ocupar el último lugar.

El auxiliar núm. 5 alinea la vigueta que lo encargados de los trípodes apoyan sobre el úl timo establecido en la alineacion y sobre el in mediato de portamicroscopio, á fin de situa éste definitivamente, y al mismo tiempo los dc de regla que deben quedar entre ambos. Par esto, uno de los hombres coge la vigueta pc un extremo y la coloca sobre el último trípod de microscopio alineado, de suerte que el can to de aquélla sea tangente á la circunferenci del taladro de éste, y la tiene fija en esta dis posicion, en tanto que otro sirviente la sostien por el otro extremo y atiende á las señas de auxiliar núm. 5 hasta que éste indica que e segundo extremo de la vigueta está en la ali neacion, en cuyo caso ha de ser tambien est extremo tangente al taladro del trípode en qu descansa, coincidiendo además una de las aris tas longitudinales de la vigueta con una ray trazada en la meseta del trípode, para que ést

ocupe la conveniente situacion. Cada uno de los otros dos sirvientes aplica al mismo tiempo una plomada para determinar la posicion de los centros de los dos trípodes de regla. Por último, el auxiliar núm. 5 alínea el correspondiente portamicroscopio, y de igual suerte continúa la operacion.

Tambien se repiten invariablemente, bajo la direccion del Jefe, las funciones de todos los demás auxiliares y sirvientes, hasta llegar al paraje en que aquél disponga terminar el trabajo del dia. Ocho metros ántes de llegar, se abre el hoyo donde ha de quedar la piedra con plancha de laton; y despues de nivelarla y asegurarla convenientemente, se coloca dos vecer la regla, ejecutando el Jefe las operaciones ne cesarias para referir al terreno el extremo (ésta.

Acontece alguna vez que, dejando acumu' los errores en la colocacion de los trípo' quedan éstos á distancias tales, que el tor del portamicroscopio, destinado á los r mientos lentos en sentido de la base, r porciona la marcha suficiente, y es ne mover el trípode más avanzado de los portamicroscopio entre que se halla l que precede á la regla. En este ca presenta con muy poca frecuencia,

el conjunto de la operacion, se sitúa el mencionado trípode, con su portamicroscopio, á la distancia del anterior indicada por la vigueta, y despues de corregir la nivelacion del portamicroscopio por medio del nivel colocado sobre los muñones de la mira, puede ya llevarse la cruz filar de ésta á la línea, valiéndose del tornillo correspondiente y del anteojo de alineacion, que, sin alterar la posicion del portamicroscopio en que se halla, se habrá invertido de suerte que mire hácia la parte opuesta. Es indispensable llevar despues el mismo anteojo al portamicroscopio que se movió, y dirigirlo á la señal lejana, á fin de que el plano determinado por el eje de giro del mismo portamicroscopio y el extremo del trazo grabado en él, sea perpendicular á la base. Hecho esto, y corregidos los errores en la situacion de los demás trípodes, se continúa la operacion de la manera ordinaria.

9.—Como en la segunda medicion se encuentran los puntos de referencia que se determinaron en la primera, la longitud medida en cada uno de los dias de ésta puede considerarse como una base, puesto que el objeto al remedir es hallar de nuevo la distancia que media entre dos puntos dados. Para la última posicion de la regla en cada dia, se hace uso de la regli-

ta dividida que acompaña al aparato, y se anota en el cuaderno (formulario núm. 2) la pequeña distancia medida con ella.

Al terminar la medicion de la base, se necesita, por lo general, otra regla de plata, de $0^m,26$ de longitud, dividida toda ella en milímetros, y el primero y último de éstos en décimas de milímetros, que se sujeta en el sitio que convenga á la regla de hierro, y sirve para medir el último intervalo, partiendo de una de las rayas, que dividen la regla principal en partes iguales de $0^m,50$ de longitud.

10.—El empleo del aparato de Ibañez permite que los cálculos se hagan en el campo y en los mismos dias en que se lleven á cabo las respectivas mediciones. Si se designa por:

F_{t_R}... la distancia que media entre las rayas extremas de la regla á una tem tura t_R, de $21{,}^G 935$ centesimales,

t... la temperatura media de la misr en una de sus posiciones, ó el promec lecturas de los cuatro termómetros,

φ... la dilatacion lineal de la re grado del termómetro centígrado,

c... la correccion que debe sufrir cirla al horizonte, ó la diferencia e gitud y su proyeccion horizontal,

p... la distancia horizontal medida en la misma posicion,
se tendrá:

$$(1) \qquad p = F_{t_R} - (t_R - t)\,\varphi - c,$$

y siendo:

n... el número de posiciones,

$[t]$... la suma de las temperaturas medias de la regla en sus diferentes posiciones de un dia de medicion,

$[c]$... la suma de las correcciones relativas á la inclinacion,

D... la distancia horizontal medida en el mismo dia,
será:

$$(2) \qquad D = n\,F_{t_R}\ (n\,t_R - [t])\,\varphi - [c].$$

Para calcular en milímetros la correccion c de cada una de las posiciones, puede prescindirse de los cambios de temperatura, y considerar constante la longitud de la regla, é igual á cuatro mil milímetros. Por consiguiente, designando:

I... el ángulo de inclinacion de la regla, obtenido por el arco graduado del nivel,
será, con suficiente exactitud:

$$(3) \qquad c = 8000^{\text{mm}}.\ \text{sen}^2 \frac{1}{2}\,I.$$

En la tabla adjunta se hallan los diferentes valores de c determinados de diez en diez segundos para las inclinaciones comprendidas entre cero y cuatro grados, á fin de abreviar todo lo posible el cálculo de las bases.

Segun los últimos trabajos hechos en este Instituto, los valores de φ y de F_{t_R}, con sus errores probables, son:

$$\varphi = 0,^{mm}043193 \pm 0,^{mm}000009$$

$$F_{t_R} = 4,^{m}0006542 \pm 0,^{m}000001.$$

La distancia horizontal correspondiente al último dia de medicion de una base, se calculará introduciendo en la fórmula (2) los date obtenidos para las posiciones en que se ha empleado toda la longitud de la regla, y medio de la (1) cada una de las en que no sido posible valerse de las divisiones extr deduciendo despues, por una simple prop la longitud que corresponda á la parte empleada. El valor de c se obtiene po mula (3) sustituyendo á los 8000_{mm} e la misma parte de regla. Calcúlase ra medicion con arreglo al formul ro 3.

11.—La segunda medicion de

tan sólo de la primera al fin de cada dia, en la última posicion de la regla, á la cual hay que adaptar, como se ha indicado, la reglita que sirve para conocer la pequeña distancia que se debe añadir ó quitar á la longitud medida.

Representando por:

d... esta distancia obtenida por medio de la reglita,

$[t']$... la suma de las temperaturas medias de la regla en las diferentes posiciones en un dia de la segunda medicion,

$[c']$... la suma de las correcciones relativas á la inclinacion de la regla en un dia de la segunda medicion,

D'... el segundo valor de la distancia horizontal correspondiente al mismo dia,

será:

$$(4) \quad D' = n\,F_{t_R} - (n\,t_R - [t'])\,\varphi - [c'] + d.$$

El cálculo se hará segun el formulario número 4.

Conocidos los dos valores D y D' para cada uno de los dias de medicion de una base, podrá calcularse el *error probable* debido á los *errores accidentales* cometidos en la misma operacion.

Designando:

$n_1, n_2, n_3 \ldots n_m$, el número de reglas corres-

pondientes á cada uno de los dias de medicion,

$\delta_1, \delta_2, \delta_3 \ldots \delta_m$, las diferencias D—D' correspondientes á los mismos dias,

Δ_s ... el *error probable* que se busca,

será:

$$(5) \qquad \Delta_s = 0{,}6745 . \frac{1}{2} \sqrt{\frac{n_1 + n_2 + \ldots n_m}{n_1}\delta_1^2 + \frac{n_1 + n_2 + \ldots n_m}{n_2}\delta_2^2 + \ldots \frac{n_1 + n_2 + \ldots n_m}{n_m}\delta_m^2}$$

12.—Para reducir al nivel medio del mar la línea medida, se hará uso de las expresiones siguientes, que son suficientemente aproximadas:

$$G_\alpha = G_M + (G_P - G_M) \operatorname{sen}^2 \alpha$$

$$R_L = \frac{G_\alpha}{3600 \operatorname{sen} 1''}$$

$$(6) \qquad L - l = \frac{L\,a_m}{R_L}\left(1 - \frac{a_m}{R_L}\right),$$

en las cuales representan:

L... longitud de la línea medida,

l... longitud de L reducida al nivel mar,

a_m... altitud media de la línea medida,

α... su azimut,

G_M... valor del grado de meridiano á la latitud media de L,

G_P... id. del círculo máximo perpendicular al meridiano,

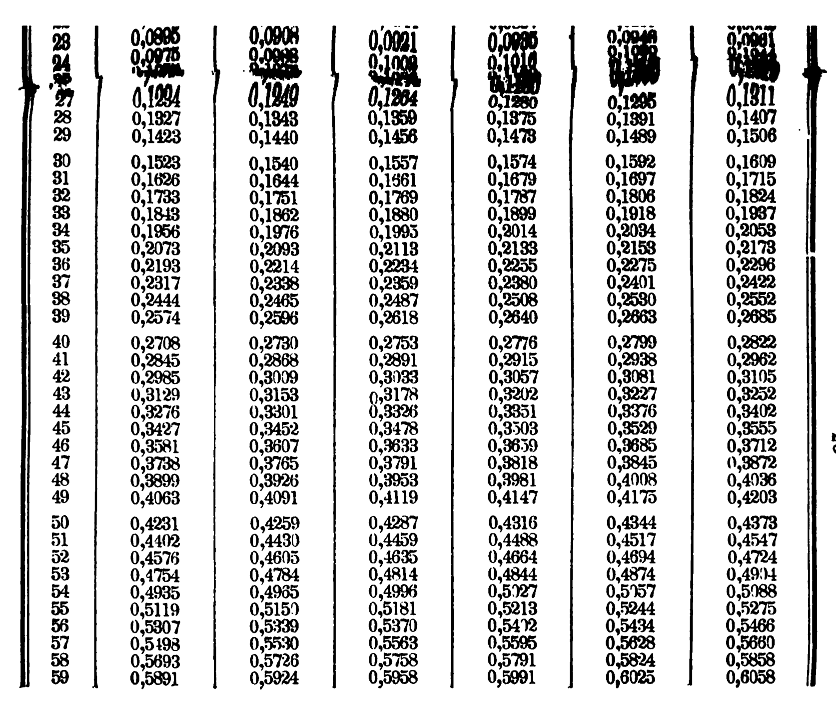
G_α... id. en la direccion azimutal α,

R_L... radio de curvatura terrestre relativo á la latitud y azimut de L.

TABLA DE LOS VALORES DE c.

0 GRADOS. $c = 8000^{mm} \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} I.$

′	0″	10″	20″	30″	40″	50″
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001
1	0,0002	0,0002	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006
2	0,0007	0,0008	0,0009	0,0011	0,0012	0,0014
3	0,0015	0,0017	0,0019	0,0021	0,0023	0,0025
4	0,0027	0,0029	0,0032	0,0034	0,0037	0,0040
5	[illegible]	0,0045	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]



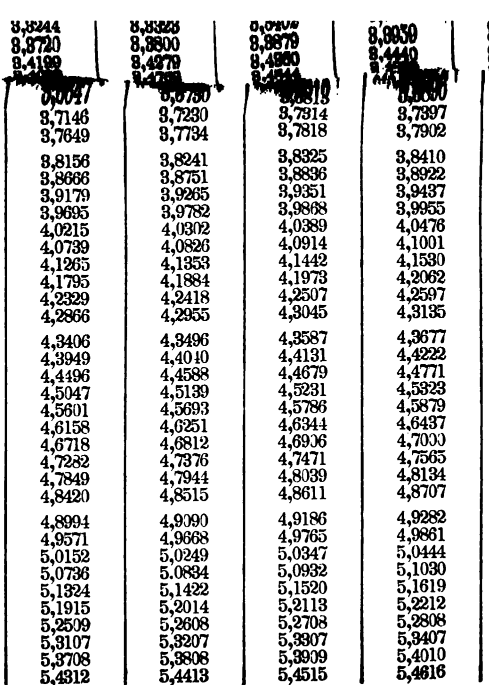
23	0,0895	0,0908	0,0921	0,0935	0,0948	0,0961
24	0,0975	0,0988	0,1002	0,1016	[illegible]	[illegible]
25	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
26	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
27	0,1234	0,1249	0,1264	0,1280	0,1295	0,1311
28	0,1327	0,1343	0,1359	0,1375	0,1391	0,1407
29	0,1423	0,1440	0,1456	0,1473	0,1489	0,1506
30	0,1523	0,1540	0,1557	0,1574	0,1592	0,1609
31	0,1626	0,1644	0,1661	0,1679	0,1697	0,1715
32	0,1733	0,1751	0,1769	0,1787	0,1806	0,1824
33	0,1843	0,1862	0,1880	0,1899	0,1918	0,1937
34	0,1956	0,1976	0,1995	0,2014	0,2034	0,2053
35	0,2073	0,2093	0,2113	0,2133	0,2153	0,2173
36	0,2193	0,2214	0,2234	0,2255	0,2275	0,2296
37	0,2317	0,2338	0,2359	0,2380	0,2401	0,2422
38	0,2444	0,2465	0,2487	0,2508	0,2530	0,2552
39	0,2574	0,2596	0,2618	0,2640	0,2663	0,2685
40	0,2708	0,2730	0,2753	0,2776	0,2799	0,2822
41	0,2845	0,2868	0,2891	0,2915	0,2938	0,2962
42	0,2985	0,3009	0,3033	0,3057	0,3081	0,3105
43	0,3129	0,3153	0,3178	0,3202	0,3227	0,3252
44	0,3276	0,3301	0,3326	0,3351	0,3376	0,3402
45	0,3427	0,3452	0,3478	0,3503	0,3529	0,3555
46	0,3581	0,3607	0,3633	0,3659	0,3685	0,3712
47	0,3738	0,3765	0,3791	0,3818	0,3845	0,3872
48	0,3899	0,3926	0,3953	0,3981	0,4008	0,4036
49	0,4063	0,4091	0,4119	0,4147	0,4175	0,4203
50	0,4231	0,4259	0,4287	0,4316	0,4344	0,4373
51	0,4402	0,4430	0,4459	0,4488	0,4517	0,4547
52	0,4576	0,4605	0,4635	0,4664	0,4694	0,4724
53	0,4754	0,4784	0,4814	0,4844	0,4874	0,4904
54	0,4935	0,4965	0,4996	0,5027	0,5057	0,5088
55	0,5119	0,5150	0,5181	0,5213	0,5244	0,5275
56	0,5307	0,5339	0,5370	0,5402	0,5434	0,5466
57	0,5498	0,5530	0,5563	0,5595	0,5628	0,5660
58	0,5693	0,5726	0,5758	0,5791	0,5824	0,5858
59	0,5891	0,5924	0,5958	0,5991	0,6025	0,6058

′	0″	10″	20″	30″	40″	50″
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
0	0,6092	0,6126	0,6160	0,6194	0,6228	0,6263
1	0,6297	0,6331	0,6366	0,6401	0,6435	0,6470
2	0,6505	0,6540	0,6575	0,6610	0,6646	0,6681
3	0,6717	0,6752	0,6788	0,6824	0,6860	0,6895
4	0.6932	0.6968	0.7004	0.7040	0.7077	0.7113

27	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
28	1,3105	1,3154	1,3204	1,3254	1,3304	1,3354
29	1,3404	1,3454	1,3505	1,3555	1,3606	1,3656
30	1,3707	1,3758	1,3809	1,3860	1,3911	1,3962
31	1,4013	1,4065	1,4116	1,4168	1,4219	1,4271
32	1,4323	1,4375	1,4427	1,4479	1,4531	1,4584
33	1,4636	1,4688	1,4741	1,4794	1,4847	1,4899
34	1,4952	1,5005	1,5059	1,5112	1,5165	1,5219
35	1,5272	1,5326	1,5380	1,5433	1,5487	1,5541
36	1,5595	1,5650	1,5704	1,5758	1,5813	1,5867
37	1,5922	1,5977	1,6032	1,6087	1'6142	1,6197
38	1,6252	1,6307	1,6363	1,6418	1,6474	1,6529
39	1,6585	1,6641	1,6697	1,6753	1,6809	1,6866
40	1,6922	1,6978	1,7035	1,7092	1,7148	1,7205
41	1,7262	1,7319	1,7376	1,7433	1,7491	1,7548
42	1,7606	1,7663	1,7721	1,7779	1,7836	1,7894
43	1,7952	1,8011	1,8069	1,8127	1,8186	1,8244
44	1,8303	1,8361	1,8420	1,8479	1,8538	1,8597
45	1,8656	1.8716	1,8775	1,8834	1,8894	1,8954
46	1,9013	1,9073	1,9133	1,9193	1,9253	1,9313
47	1,9374	1,9434	1,9495	1,9555	1,9616	1,9677
48	1,9738	1,9799	1,9860	1,9921	1,9982	2,0043
49	2,0105	2,0166	2,0228	2,0290	2,0351	2,0413
50	2,0475	2,0537	2,0600	2,0662	2,0724	2,0787
51	2,0849	2,0912	2,0975	2,1037	2,1100	2,1163
52	2,1227	2,1290	2,1353	2,1417	2,1480	2,1544
53	2,1607	2,1671	2,1735	2,1799	2,1863	2,1927
54	2,1991	2,2056	2,2120	2,2185	2,2249	2,2314
55	2,2379	2,2444	2,2509	2,2574	2,2639	2,2704
56	2,2770	2,2835	2,2901	2,2966	2,3032	2,3098
57	2,3164	2,3230	2,3296	2,3362	2,3429	2,3495
58	2,3562	2,3628	2,3695	2,3762	2,3828	2,3895
59	2,3963	2,4030	2,4097	2,4164	2,4232	2,4299

2 GRADOS. $c = 8000^{mm}$ sen.$^2 \frac{1}{2}$ I.

′	0″	10″	20″	30″	40″	50″
	mm	mm	mm	mm	mm	mm



3,3244	3,3323	[illegible]	[illegible]
3,3720	3,3800	3,3879	3,3959
3,4199	3,4279	3,4360	3,4440
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	3,6730	3,6813	[illegible]
3,7146	3,7230	3,7314	3,7397
3,7649	3,7734	3,7818	3,7902
3,8156	3,8241	3,8325	3,8410
3,8666	3,8751	3,8836	3,8922
3,9179	3,9265	3,9351	3,9437
3,9695	3,9782	3,9868	3,9955
4,0215	4,0302	4,0389	4,0476
4,0739	4,0826	4,0914	4,1001
4,1265	4,1353	4,1442	4,1530
4,1795	4,1884	4,1973	4,2062
4,2329	4,2418	4,2507	4,2597
4,2866	4,2955	4,3045	4,3135
4,3406	4,3496	4,3587	4,3677
4,3949	4,4040	4,4131	4,4222
4,4496	4,4588	4,4679	4,4771
4,5047	4,5139	4,5231	4,5323
4,5601	4,5693	4,5786	4,5879
4,6158	4,6251	4,6344	4,6437
4,6718	4,6812	4,6906	4,7000
4,7282	4,7376	4,7471	4,7565
4,7849	4,7944	4,8039	4,8134
4,8420	4,8515	4,8611	4,8707
4,8994	4,9090	4,9186	4,9282
4,9571	4,9668	4,9765	4,9861
5,0152	5,0249	5,0347	5,0444
5,0736	5.0834	5,0932	5,1030
5,1324	5,1422	5,1520	5,1619
5,1915	5,2014	5,2113	5,2212
5,2509	5,2608	5,2708	5,2808
5,3107	5,3207	5,3307	5,3407
5,3708	5,3808	5,3909	5,4010
5,4312	5,4413	5,4515	5,4616

3 GRADOS. $c = 8000^{mm}\ \mathrm{sen.}^2\ \frac{1}{2}\ I.$

′	0″	10″	20″	30″	40″	50″
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
0	5,4819	5,4920	5,5022	5,5124	5,5225	5,5327
1	5,5429	5,5531	5,5634	5,5736	5,5838	5,5941
2	5,6043	5,6146	5,6249	5,6352	5,6455	5,6558
3	5,6661	5,6764	5,6867	5,6971	5,7074	5,7178
4	5,7281	5,7385	5,7489	5,7593	5,7697	5,7801
5	5,7906	5,8010	5,8114	5,8219	5,8324	5,8428
6	5,8533	5,8638	5,8743	5,8848	5,8953	5,9059
7	5,9164	5,9270	5,9375	5,9481	5,9587	5,9692

30	7,4608	7,4726	7,4845	7,4964	7,5082	7,5201
31	7,5320	7,5439	7,5558	7,5677	7,5797	7,5916
32	7,6035	7,6155	7,6275	7,6394	7,6514	7,6634
33	7,6754	7,6874	7,6995	7,7115	7,7235	7,7356
34	7,7476	7,7597	7,7718	7,7839	7,7960	7,8081
35	7,8202	7,8323	7,8445	7,8566	7,8688	7,8809
36	7,8931	7,9053	7,9175	7,9297	7,9419	7,9541
37	7,9363	7,9786	7,9908	8,0031	8,0153	8,0276
38	8,0399	8,0522	8,0645	8,0768	8,0891	8,1014
39	8,1138	8,1261	8,1385	8,1509	8,1632	8,1756
40	8,1880	8,2004	8,2128	8,2253	8,2377	8,2502
41	8,2626	8,2751	8,2875	8,3000	8,3125	8,3250
42	8,3375	8,3500	8,3626	8,3751	8,3877	8,4002
43	8,4128	8,4254	8,4379	8,4505	8,4631	8,4758
44	8,4884	8,5010	8,5136	8,5263	8,5390	8,5516
45	8,5643	8,5770	8,5897	8,6024	8,6151	8,6278
46	8,6406	8,6533	8,6661	8,6788	8,6916	8,7044
47	8,7172	8,7300	8,7428	8,7556	8,7684	8,7813
48	8,7941	8,8070	8,8199	8,8327	8,8456	8,8585
49	8,8714	8,8843	8,8972	8,9102	8,9231	8,9361
50	8,9490	8,9620	8,9750	8,9880	9,0010	9,0140
51	9,0270	9,0400	9,0530	9,0361	9,0791	9,0922
52	9,1053	9,1184	9,1314	9,1446	9,1577	9,1708
53	9,1839	9,1971	9,2102	9,2234	9,2365	9,2497
54	9,2629	9,2761	9,2893	9,3025	9,3157	9,3289
55	9,3422	9,3554	9,3687	9,3820	9,3953	9,4085
56	9,4218	9,4351	9,4485	9,4618	9,4751	9,4885
57	9,5018	9,5152	9,5286	9,5419	9,5553	9,5687
58	9,5821	9,5956	9,6090	9,6224	9,6359	9,6493
59	9,6628	9,6763	9,6898	9,7033	9,7168	9,7303

RECONOCIMIENTO PARA LA ELECCION DE LOS VÉRTICES.

13.—Las condiciones teóricas con que ha de cumplir una red geodésica y las particulares en cada caso guiarán en el proyecto. Bien se trate de una red continua que deba extenderse por toda una gran comarca, bien de una cadena en determinada direccion, ó que se dirija enlazar bases ú otras redes ya medidas, el r conocimiento sobre el terreno para la elecc de los vértices consistirá en estacionar co goniómetro en muchos lugares elevados posicion conveniente, con objeto de form intersecciones, un cróquis de la situacio tiva y visibilidad recíproca de todos los que pudieran servir de vértices, y ele pues entre ellos el sistema que dete red más ventajosa.

14.—En la red española hay que 1.°, las cadenas que siguen las di meridianos, de paralelos y el co costas; 2.°, las redes destinadas grandes espacios ó *cuadriláteros* las cadenas. Al proyectar éstas, preferencia al objeto primordial

junto forma la red más elevada en el órden científico, sin olvidar que, en union con las de los cuadriláteros, constituyen la total, que servirá de fundamento á la representacion gráfica del territorio.

15.—La direccion de una cadena destinada á ser tratada por la geodesia superior, debe ceñirse en lo posible á la de la línea geodésica que se trata de conocer. En principio conviene que la cadena conste del menor número de puntos y del mayor de líneas; estas condiciones se limitan mutuamente, por la potencia de los anteojos de los goniómetros, por las relaciones geométricas de figura, y tambien por la influencia, en las observaciones angulares, de las refracciones laterales. Aunque el triángulo es el natural elemento del cálculo, no por esto una cadena debe ser ni considerarse formada por una série sucesiva de triángulos, sino como un conjunto de puntos que, unidos por líneas, constituyen figuras que los enlazan íntimamente y fijan su respectiva situacion. Para que una cadena reuna condiciones aceptables de figura, es necesario que exista en ella un sistema de líneas, observadas recíprocamente, que formen por sí otra cadena sencilla y continua de triángulos, cuyos ángulos sean todos mayores de 30 grados sexagesimales. Los lados de estos triángulos se de-

nominan ordinariamente *líneas directas*; las demas se conocen por *diagonales*.

16.—El sitio elegido para vértice de cadena ha de reunir circunstancias diversas: debe divisarse desde él un extenso y despejado horizonte, especialmente en las direcciones posibles de los demás vértices contiguos de cadena, y de los puntos que despues se puedan utilizar para vértices de cuadrilátero ó de las redes de los órdenes sucesivos; ofrecer espacio á propósito para construir las obras necesarias; ser de acceso practicable para conducir los instrument de precision y el material á ellos anejo; p yectarse en el cielo al ser observados desde otros vértices; y, por último, conviene que tas visuales no pasen muy rasantes al terr En vista de los datos que resulten del recc miento se tratará de conciliar estos ext

17.—Para distinguir, durante el r miento del terreno, los sitios en que hecho estacion ú otros, y en general trate de asegurarse de visibilidades es necesario en algunas ocasion señales provisionales en vários p cialmente en los que el terreno i afecta formas definidas ó singula ces se han de construir estas señ no distinguirse con seguridad e

tice por interponerse obstáculos, como caseríos, monte alto, etc. Estas señales se deben divisar con facilidad y sin dar lugar á duda, construirse fácilmente, con poco coste y en brevísimo tiempo. Mástiles ó árboles enteros arrancados, que se colocan verticalmente y se pelan en su mayor parte, dejando ramaje espeso en la copa, tableros, pirámides ó conos de piedra seca, grupos de árboles ó ramaje afectando formas conocidas y distintas, son medios que se adoptarán segun los recursos locales; y en cuanto á las dimensiones de las señales, se tendrá en cuenta la distancia á que han de ser reconocidos y el aumento de los anteojos. Algunas veces, estos medios son insuficientes por proyectarse en tierra los objetos que se tratan de descubrir ó tambien á causa de la gran distancia á que se han de observar; entónces se utilizarán hogueras ó señales de pólvora, hechas á horas convenidas, colocando de antemano el observador un anteojo en su direccion, que siempre se conocerá con pequeña incertidumbre. Un mapa del país, aunque sea defectuoso, y las noticias que proporcionen los prácticos y los guías, serán de mucha utilidad en las operaciones del reconocimiento. Las señales provisionales establecidas sirven tambien para medir con pequeños teodolitos las direcciones azimu-

tales, é indicar los sitios precisos en que despues se han de construir las señales permanentes.

18.—Una vez elegidos los puntos que han de servir de vértices, el observador formará el cróquis del proyecto, con todas las líneas posibles, bastando conocer los ángulos con algunos minutos de aproximacion; al dibujo se acompañará una *reseña* que contenga los nombres de los vértices tomados en la localidad, su descripcion detallada, término, partido judicial y provincia en que está enclavado cada uno, y cuantas noticias se crean pertinentes á la ilustracion del trabajo.

19.—Todas las prescripciones generales q'
se han mencionado se aplicarán al reconr
miento y proyecto de las redes de los gra
espacios cerrados por las cadenas. Partier
los vértices de éstas, ya definitivos, se '
reconocimiento de toda la comarca qr
el cuadrilátero, con la esencial diferer
desde cada vértice nuevamente elegid
han de observar los inmediatamente c
de suerte que basta la existencia de
de visibilidad necesarias para que se
red continua de triángulos sucesiv
que no haya línea alguna cruzada

20.—En la eleccion de los v
redes especiales de enlace de las

con una línea de la red general, se tendrá presente el exclusivo objeto que se trata de llenar, que es conseguir una red bien configurada, con el menor número de puntos, y que desde cada uno de ellos se divise el mayor posible de los restantes. Con un pequeño teodolito se medirán las direcciones azimutales y distancias zenitales en los vértices de la red especial, con cuyos datos se formará un cróquis del proyecto de enlace que, acompañado de una reseña muy detallada de los vértices, se remitirá á la Direccion general para la aprobacion.

PREPARACION DE LOS VÉRTICES PARA LAS OBSERVACIONES.

21.—Bajo el nombre de *señales permanentes* se comprenden todas las construcciones establecidas en los vértices para fijar permanentemente su situacion precisa, efectuar en ellos las observaciones angulares y que se presten á ser observados desde otros.

22.—Para el primer objeto sirven las referencias. Deben disponerse de manera que determinen sin duda alguna la situacion del punto-vértice áun despues de transcurridos muchos años; este carácter de permanencia obliga á

colocarlas ocultas allí donde sea de temer u
destruccion intencionada. Se recomienda
empleo de cruces ú otros signos grabados en
roca ó en sillares á propósito, colocados en
vertical del vértice y en su proximidad.

23.—Se efectúan siempre las observacio
angulares sobre pilares de fábrica, y dentro
tiendas que protegen los teodolitos de brus
acciones del exterior; estas tiendas tienen b
tidores corredizos de madera y cristal, y el
so de tabla ofrece el suficiente aislamiento
pilar. Por regla general, conviene que el pu
de estacion se halle en la vertical del vérti

24.—El objeto que se emplee como mira
be reunir buenas condiciones para ser apun
do; á esta exigencia se acomodan su forma
rente, tamaño y color. Los tableros vertica
la luz heliotrópica son las miras por
lencia.

25.—El buen criterio del observador, e
ta de las circunstancias respectivas de lo
tices y de las particulares de cada uno,
la clase de señales. En país montañoso
tices elevados y casi inaccesibles la m
te del año, se construirán, para serv
tos de mira, macizos de mamposterí
sea peligroso estacionar sobre ello
drá á su inmediacion el pilar de

Será circunstancia ventajosa disponer en la parte superior de aquéllos un tablero plano, para evitar por completo los errores de faz, y mejor, especialmente si la mira se proyecta en tierra vista desde alguno de los demas vértices ó hay que observarla desde puntos muy distantes, construir sobre el macizo y en la vertical del vértice un pequeño pilar para colocar un heliotropo. En terrenos llanos y lugares frecuentados, convendrá que el pilar de observacion fije el vértice, asegurado además por referencias ocultas; la base de este pilar podrá estar casi al nivel del terreno natural ó sobre un macizo de mampostería. Un tablero centrado con el pilar, de dimension, direccion y con la elevacion requerida, servirá de mira cuando se proyecte sobre el cielo, ó un heliotropo si se proyecta en tierra. En el primer caso se pueden emplear ambos medios. Cuando el vértice esté en sitios cercados, en torres de edificios públicos ó particulares, ó en otros al abrigo de una destruccion intencionada, será frecuente construir sólo un pilar con referencias y emplear como mira un tablero ó heliotropo. Algunas veces ocurre la necesidad de elevarse sobre el terreno natural para descubrir los vértices adyacentes; se debe siempre procurar que se logre la visibilidad á costa de un aumento de elevacion en el objeto

de mira. Las señales de madera no papel que el de miras; hay que evita exceptuando, como se ha dicho, los

26.—A las construcciones cuyos den con la vertical del punto-verti especialmente la denominacion de destinan á servir como objetos de cuando no se empleen como tales si tentar un tablero ó colocar en su pa un heliotropo; pero si se disponen para hacer estacion sobre ellas, se ll vatorios geodésicos. Las señales afectarán la forma piramidal, y con la cónica; por lo comun, tienen tre diámetro en la base y cinco á siete facilita la construccion, conservanc cia de forma cónica, formando la s pos cilíndricos cuyos diámetros di cesivamente. En el centro de l señales, sean cualesquiera su form nes, y al nivel del zócalo, se c rencia principal que es la que i situacion del vértice. Al exteric señales de cal ó se pintan de n venga para la visibilidad.

27.—Los observatorios de den ser de dimensiones v su construccion está exigida

de descubrir los vértices que desde él se han de observar, llega algunas veces su altura á diez, á quince metros; pero pasado un límite prudencial, el gran coste de la obra habrá ya ántes aconsejado desechar la eleccion del punto como vértice. Las dimensiones de la parte superior han de ser suficientes para proporcionar espacio al pilar y tienda de observacion. Los observatorios reunirán especiales condiciones de solidez, siendo por otra parte indiferente la forma de las obras dedicadas exclusivamente á este objeto.

28.—Cuando sea indispensable elevarse sobre el terreno natural del punto de estacion á una altura relativamente considerable, se construirá un sólido pilar de observacion de la altura necesaria, rodeado de un andamio, aislado del pilar y dispuesto para sustentar la tienda. En la parte superior de los observatorios se colocarán, segun proceda, tableros ó heliotropos, ó ambas cosas.

29.—Los vértices situados sobre edificios, se marcarán por el pilar de observacion, que llevará siempre en su eje la referencia principal. La tienda se colocará sobre una plataforma de madera, aislada en lo posible del pilar.

30.—Los pilares de observacion, ya estén formados por uno ó más sillares, ó de mampostería

de ladrillo ú ordinaria, tendrán forma prismática, y las dimensiones convenientes para establecer el instrumento, que son aproximadamente: 0,m50 de lado en la base cuadrada, y 0,m80 de altura sobre el zócalo. Ésta habrá de satisfacer á la importantísima condicion de que el observador pueda hacer sentado, y con comodidad, las punterías y lecturas micrométricas. No se utilizará para la observacion pilar alguno, sino algunos dias despues de construido.

31.—El empleo de miras está indicado para las observaciones á no muy grandes distancia' y en puntos que se proyecten sobre el cielo.' usarán exclusivamente las miras planas, q consisten en tableros verticales, de forma cu drada ó rectangular, centrados sobre la vert' del vértice; bien sea sobre señales de marr tería, observatorios ó sencillos pilares. primer caso se sujeta el tablero á un má' corresponde con el eje de la señal, dej' intervalo entre la cúspide de la seña' blero, para que éste se destaque cor Los tableros sobre observatorios ó fijen los vértices, se sustentarán po chos laterales, y se sujetarán al pila por medio de alambres al macizo d' rio ó al terreno. Respecto á las di los tableros, se tendrá presente q

bles los pequeños á los grandes, dentro de los límites de visibilidad; estas dimensiones, y la direccion del plano vertical del tabiero, se someterán en cada caso á la condicion de que presenten desde el punto de estacion, una superficie de mira rectangular ó cuadrada de un metro de lado por lo ménos, que es lo suficiente para hacer con los teodolitos empleados excelentes punterías á cuarenta mil metros de distancia. Los tableros se pintarán de negro.

32.—Cuando sea preciso observar sucesivamente un tablero desde vários vértices, en lugar de atenerse á la regla anterior, aumentando la dimension horizontal, podrá ser preferible cambiar convenientemente la direccion.

33.—En todos los vértices se establecerán, además de la referencia principal, que es la que indica la situacion precisa del punto á que se refieren todas las observaciones, otras referencias exteriores inmediatas á la principal. Todas ellas serán muy permanentes, difícil su casual descubrimiento, pero fácil y sin dar lugar á duda por quien conozca su existencia. No es conveniente por esto emplear cruces grabadas en roca y al exterior, ni otros signos muy visibles. En terreno de roca se hará uso de taladros cilíndricos verticales ó barrenos de poca profundidad, rellenos en parte de plomo ó carbon

molido, y el resto de mortero ó tierra; se colo-
carán encima grandes piedras ó cubrirán co
tierra, si ántes la habia. Cuando el terreno
permita, se construirán pilares enterrados pa
recibir en su interior y proteger las referenci
que serán, con preferencia, pequeños cubos
piedra con un taladro central relleno de plo
estos cubos se empotrarán en la mamposte
y sobre su cara superior se dejará un esp
ó cámara rellena de carbon. Cuando el vé
esté en lugar cercado ó sobre un edifici
tablecerán referencias, que podrán esta
vista, pero permanentes. En algun caso
rá tener que referir un vértice situad
un edificio á puntos del terreno natural;
generalmente se logrará el objeto por
grabadas en la inmediacion, ó por aco
á puntos notables de la torre ó platafor
referencias de los pilares que no estar
dos sobre el punto-vértice se destin
sivamente para colocar el teodolito,
el carácter de referencias exteriores
reunen las mismas garantías de p
que las demas; siendo, por otra par
sa importancia que desaparezcan u
chas las observaciones.

34.—Las referencias exteriore
la inmediacion de la principal;

escrupulosidad los elementos angulares y lineales que determinan su respectiva situacion. Se utilizarán, si conviniese, las alineaciones á torres de iglesias ú otros objetos lejanos, bien definidos y permanentes.

35.—Se formará un cróquis acotado de todas las obras hechas en los vértices, detallando la situacion y naturaleza de cada una y cuantas noticias se juzguen conducentes á la más completa inteligencia.

36.—Aunque con las prescripciones anteriores basta para decidir cuál sea la clase de señal que convendrá á cada vértice, se tomará, en general, como señal-tipo, la siguiente: en el sitio preciso del vértice se construirá un macizo de mampostería, de uno á tres metros de altura, de forma prismática, y áun mejor de un tronco de cono, cuya apariencia se le dará construyéndole por cuerpos cilíndricos, cuyos diámetros disminuyan sucesivamente; en la parte superior del macizo se levantará el pilar de observacion, con su referencia que corresponda con la principal colocada al nivel del zócalo del macizo; el diámetro de éste en la base será de tres metros próximamente, y en la parte superior lo suficiente para poder situar la tienda de observacion. Tres ó más referencias exteriores, taladros, si son en roca viva, y



en otro caso cubos de piedra con cámaras de carbon, protegidos por pequeños macizos de mampostería, enterrados y distribuidos alrededor á la distancia de cuatro á diez metros de la referencia principal.

Véase cómo se cumplen con esta disposicion los tres requisitos exigidos en una buena señal: la situacion precisa del vértice está garantida por el macizo-observatorio y por las referencias exteriores; áun en el caso poco probable que desapareciese el primero por completo, éstas, separadas del macizo, quedarian probablemente intactas; se estaciona en el vértice mismo y á alguna elevacion del terreno natu ral, evitando con esto último que se interpo gan objetos próximos durante las observac nes; se puede elegir y acomodar toda clase miras, heliotropo ó tablero sobre el pilar de servacion, y tambien aumentar la altur macizo con piedra seca ó mampostería, y zarlo como mira.

37.—En los vértices de las redes e que enlazan las pequeñas bases con u de la red general, no se debe atende servacion del punto, sino miéntras observaciones angulares. Los pilare objeto, y en cuanto á miras, se util las distancias, heliotropos, cruces

discos y pequeños tableros blancos ó negros, colocados en las verticales de los puntos-vértices.

38.—Los heliotropos construidos por Ertel y por Brunner se componen de un anteojo astronómico que, descansando en dos collares colocados en las extremidades de una pieza de metal, puede dar vueltas dentro de ellos, bien sea rápidamente, si se levanta una cubierta giratoria que tiene el collar más próximo al ocular, ó bien lentamente, cuando se halla fija ésta en su sitio, y se mueve una rosca sin fin, que engrana en los dientes de un disco unido al tubo del anteojo. Por delante del objetivo salen dos brazos que sostienen dos espejos planos dispuestos en escuadra, y movibles alrededor de su interseccion, haciendo uso de un piñon, que engrana en un cuadrante dentado, unido á los espejos.

Toda esta parte del instrumento puede girar á mano, aflojando una pinza que le une á un disco inferior, y lentamente, despues de sujeta por medio de un tornillo, cuya accion se combina con la de un resorte en hélice. El heliotropo se termina por tres brazos con sus correspondientes tornillos, que permiten dar al eje óptico del anteojo ligeras inclinaciones respecto de la horizontal.

Para colocar el heliotropo en estacion, se centrará perfectamenta con el pilar, determinando el centro de figura de su cara superior por la interseccion de las diagonales, y trazando una circunferencia, cuyo centro sea el mismo de la cara del pilar, y que tenga por radio el que va marcado en la caja del instrumento; se pondrán los tejos de los pies tangentes á la circunferencia, disponiendo uno de los tres brazos en direccion próximamente de la señal que ha de apuntarse. Colocado que sea el ocular á conveniente distancia para que se perciban con toda claridad los hilos del retículo, y despues de sacar la parte necesaria de tubo para distir guir el paraje que ocupe el geodesta, se lle rá el anteojo por medio de los movimie rápidos y lentos hasta que la cruz filar coi con la imágen de la señal ú objeto de mir se haya indicado al heliotropista, y en tal cion se asegurará el instrumento, dejan sólo libre el anteojo para girar dentro de llares, debiendo, en todas las posicion manecer constantemente centrada la ir objeto; y de no ser así, se conseguir teos con auxilio de los tornillos p ocular. Se procede despues con los á mano, y luégo con el lento, cor el de los espejos alrededor de su

hasta que la imágen del Sol, reflejada por el espejo más próximo al objetivo, ó sea el más pequeño, aparezca en el campo del anteojo, y que los hilos la dividan en cuatro partes iguales. Se impedirá entónces que la luz del Sol dé sobre este espejo para asegurarse de que la imágen de la señal sigue bien apuntada, volviendo seguidamente á observar la imágen del Sol, conservándola centrada, por medio del tornillo que hace girar lentamente al anteojo, y del especial de los espejos. En esta posicion el espejo grande, ó sea el más distante del objetivo, reflejando la imágen del Sol en la misma direccion que el pequeño, pero en sentido contrario, lo hará en la direccion de la señal apuntada.

Antes de colocar el heliotropo en estacion, hay que asegurarse de que las superficies reflectantes de los espejos son planas y perpendiculares entre sí, puesto que en este requisito está basado el empleo del instrumento. Una escuadra sirve para comprobarlo aproximadamente respecto de las superficies exteriores; pero como las caras de cada uno de los espejos podrían tener defectos de paralelismo, se apuntará con el anteojo á una señal marcada en un papel, tablero fijo, ó en una pared que esté á distancia de más de cien metros; moviendo entónces el sistema de espejos hasta centrar la imágen del

Sol en el retículo, la otra deberá quedar tambien centrada con la señal. De no verificarse esto, se corregirá la diferencia con los tornillos de los espejos.

39.—El heliotropo de Gauss se compone de una tabla rectangular de nogal ó pino, de dimensiones proporcionadas á su objeto, con dos puntas de hierro que le sirven de apoyo, colocadas en la parte inferior de uno de los lados menores. Esta tabla tiene cuatro taladros ó agujeros que la atraviesan, y sirven para colocar las piezas siguientes:

En el inmediato al lado que tiene las puntas de hierro, un pequeño vástago de laton, el cual sostiene un tubo abierto por uno de sus extremos, pudiéndose cerrar á voluntad por el otro con una tapadera que gira, forrada int- riormente de blanco. Dentro de este tubo h dos cerdas que se cruzan próximamente en tes iguales.

En el agujero del centro de la tabla er tornillo, cuya punta se hace coincidir, se opera, con el centro del pilar.

En el agujero que sigue inmediata coloca otro tornillo que, con las dos hierro mencionadas,. forma los puntos de la tabla; y finalmente, en el aguje ta, encaja la espiga que sostiene un

el que gira un espejo cuadrado, que tiene en su centro un pequeño agujero.

A la derecha de la tabla, poniendo ésta de modo que el lado menor en que están las puntas quede el más adelantado, se aseguran, por medio de tornillos, dos collares de laton; uno de los cuales puede correr un poco de derecha á izquierda, ó quedar fijo, segun se afloje ó apriete su tornillo. El otro collar, que es el más inmediato al espejo, lleva además un tornillo en su parte inferior, que sirve para hacerle subir ó bajar una corta cantidad.

En estos collares se coloca un anteojo, de suerte que el ocular corresponda al lado del espejo, y se asegura á aquéllos por medio de unas grapas con clavijas. En el lado izquierdo de la tabla, para hacer contrapeso al anteojo, va fijo un trozo de plomo.

Para servirse de este heliotropo, lo primero que se hace es colocar la tabla en direccion del objeto adonde se quiere dirigir la luz, y de modo que la punta del tornillo central coincida con el punto de estacion. Se pone el tubo en la direccion á que se quiere apuntar, y el espejo de frente al mismo sitio. Se levanta la tapa del tubo, y mirando por el agujero del espejo, se rectificará la puntería, haciendo girar la tabla lo que sea necesario alrededor del tornillo cen-

tral, y levantando ó bajando el espejo por medio del tornillo que sirve de pié hasta que se consiga ver el objeto por el agujero del espejo y el interior del tubo, y de modo que la cruz de las cerdas, que éste lleva, coincida perfectamente con el objeto.

Para asegurarse de la coincidencia, conviene verificarla apartando el ojo del agujero del espejo.

Conseguida la precisa puntería, que en estos heliotropos es lo que ofrece alguna dificultad, se baja con cuidado la tapa del tubo, y se mueve el espejo de modo que refleje la luz del Sol sobre la tabla, en cuyo reflejo se verá una pequeña mota oscura, producida por el agujero del espejo; poco á poco, y con movimientos lentos de éste, se llevará el reflejo al tubo, h ciendo que el centro de la mota coincida co cruz de las sombras de las cerdas, que se cibirán en lo blanco de la tapa del tubo, cual quedará enviado el reflejo del Sol a que se apuntó; y para que le vean sin cion, hay que tener cuidado de mover á medida que la mota se desvíe de l indicada.

40.—El anteojo del heliotropo para observar las señales telegráfi se hablará más adelante, como para

tadamente el reflejo de la luz solar cuando por la mucha distancia ú otras causas no se descubra á simple vista el vértice en que está el observador. Para esto, debe colocarse el eje óptico del anteojo en direccion paralela á la línea de mira determinada por el agujero ó pequeño círculo sin azogar del espejo y la cruz de las cerdas, lo que se conseguirá con facilidad y suficiente aproximacion apuntando el heliotropo á un objeto lejano, y despues, sin mover la tabla, llevando el eje del anteojo á la misma direccion por medio de los movimientos que permiten los collares. Fijo el anteojo de este modo, para apuntar el heliotropo á un objeto que no se vea á la simple vista, bastará apuntar el anteojo, á condicion de que no se empleen para nada los movimientos de los collares, y sí los de la tabla únicamente.

41.—Son prescripciones comunes para el servicio de toda clase de heliotropos las siguientes:

Se mirará con frecuencia por el anteojo al vértice en que está el geodesta para obedecer á las señales telegráficas que pudiera hacer.

El heliotropista cuidará de mantener el espejo ó espejos en la posicion precisa, evitando, al seguir el movimiento del Sol, cualquiera desviacion brusca.

Será conveniente que fije la direccion en que ha de enviar la luz estableciendo á distancia del pilar un piquete ó una pantalla con un taladro. Esta precaucion es muy importante cuando se opera á grandes distancias, ó la visibilidad entre los vértices es difícil ó poco frecuente.

Cuando por la posicion del sol, respecto de la del heliotropo, fuera difícil ó imposible su servicio, se usará un espejo auxiliar, que, colocado sobre un piquete ú otro objeto fijo, puede, por medio de sus dos movimientos giratorios, tomar sucesivamente las posiciones convenientes para reflejar sobre los espejos del heliotropo la imágen del Sol.

42.—Si un mismo punto hubiese de ser observado simultáneamente desde dos ó más, se emplearán otros tantos heliotropos inmediatos al vértice y en las alineaciones de las respectivas visuales. Cuando no se pudiese disponer de suficiente espacio para situar así y servir lo heliotropos, se establecerá, centrado en el vé tice, un espejo auxiliar, fijo, del tamaño y e posicion conveniente para reflejar á la v las direcciones de los puntos en que est geodestas las imágenes del Sol dirigidas heliotropos colocados en la proximid áun esto ofreciese dificultad, se coloca vertical del vértice dos ó más espejos

43.—Las señales telegráficas consisten en ocultaciones de la luz reflejada por los heliotropos, y á las que, segun su número, se les da significacion distinta.

Las ocultaciones se hacen impidiendo que la luz reflejada del Sol vaya al vértice adonde está dirigida, para lo cual se interpone un sombrero ó cualquier otro objeto á propósito.

Deben hacerse siempre por otro auxiliar que el que esté sirviendo el heliotropo.

Antes de hacer cualquier señal, es preciso cerciorarse de que el heliotropo está bien apuntado.

Todas las señales, excepto la de *atencion*, se entiende que se harán á un compás lento.

Por regla general, las señales que mande hacer el geodesta desde el vértice de estacion, se repetirán inmediatamente por el heliotropista para que conste al primero que se han comprendido. Si el geodesta no repite la señal, es que se ha comprendido bien, debiendo el heliotropista cumplimentarla en el acto; pero si aquél hace nueva señal, será prueba de que el heliotropista interpretó ó repitió mal la primera vez, en cuyo caso repetirá la segunda, y si el geodesta no hace ya señal alguna, procederá inmediatamente al cumplimiento de la última.

44.—Además de las señales particulares que cada geodesta crea convenientes para el servicio de sus secciones de heliotropistas, se emplearán las siguentes:

Número de ocultaciones.	SIGNIFICACION.
Más de doce seguidas, y de prisa.	*Atencion.*—Precede á cualquiera de las demas. Cuando se haga sola, significará que debe tenerse más cuidad en dirigir bien la luz del heliotropo procediendo inmediatamente á recti ficar la puntería.
1.	*No se ve la luz.*—Debe, por lo tant rectificarse bien la puntería, y ter mucho cuidado.
2.	*Disminuir la luz.*—Si no hub puesta ninguna pantalla, se pond de agujero mayor; si se repite pondrá la que sigue; y si se rep nuevamente, se pondrá la m queña de las tres. Si estuviere la que tiene el agujero más p no se hará nada más que rec puntería.

3. *Aumentar la luz.*—Se quita la pantalla que hubiere puesta, y se pone la inmediatamente mayor. Si no tuviere ninguna, se rectificará la puntería, y cuidará de mantener siempre la luz bien dirigida.

4. *Descanso hasta la inmediata hora de trabajo.*—Si es por la mañana, hasta la tarde, y si es por la tarde, hasta la mañana del dia siguiente.

5. *Se suspende el trabajo por lo que resta del dia de hoy.*—Esta señal sólamente se hará en las horas de la mañana.

10. *Se ha terminado la estacion.*—La seccion del heliotropo repetirá, como en todos los casos, esta señal; no dejando de enviar la luz hasta que se le conteste con seis ocultaciones, en cuyo caso cumplimentará lo que tenga prevenido el geodesta.

OBSERVACION DE DIRECCIONES AZIMUTALES.

45.—Las observaciones azimutales se harán por el método de reiteracion.

46.—Cada observador efectuará los estudios

necesarios para el conocimiento del teodolit
que ha de emplear; estos estudios comprende
rán: el de las divisiones de los limbos, y l
determinacion de los valores angulares corres
pondientes á las partes de los tambores micro
métricos y de las divisiones de los niveles. S
procurará disponer los microscopios de suert
que una parte del tambor equivalga muy apro
ximadamente á 2", en los teodolitos de Repsol
y de Pistor, y á 1", en los de Ertel y en el d
Brunner. En éste se determinará además e
valor angular correspondiente á una parte de
tambor micrométrico del ocular. Los valore
angulares de las divisiones de los niveles s
determinarán con auxilio de la probeta, ó so
bre el mismo teodolito, por el mismo procedi
miento que se dirá al tratar de las nivelacion
de precision.

47.—Asegurado el observador de que el te
dolito no ha sufrido alteracion importante d
rante el transporte, lo pondrá en estacion,
cediendo para ello por este órden:

1.° Colocar vertical el eje sobre que
toda la parte superior del instrumento.

2.° Verificar la horizontalidad del
muñones del anteojo.

3.° Corregir la colimacion.

48.—Para la práctica de las observa

dirige el anteojo, en la posicion de C. I. (1), hácia la señal cuya direccion se elija como inicial ó cero, haciendo girar el instrumento de izquierda á derecha, con los movimientos rápidos y lentos, tanto azimutales como verticales, hasta que la imágen de dicha señal quede centrada lo más aproximadamente que se pueda en el rectángulo que forman los hilos del retículo, á cuya posicion ha de llevarse continuando lentamente el giro azimutal de izquierda á derecha, y cuidando de mover siempre en este sentido el tornillo de coincidencia. En esta posicion se anotarán; el número de órden de la vuelta de horizonte; el dia y la hora en que ésta se comienza; el nombre y naturaleza del objeto observado, y calificacion de su visibilidad; la lectura del índice, si lo hubiere, y las de los micrómetros.

Cuando se observe con el gran teodolito de Brunner ó con otro que tuviese aparato micrométrico en el ocular, se procederá de una manera semejante, con la diferencia de que la imágen de la señal se centrará, sin extremar la

---

(1) Con las iniciales C. I. y C. D. se indica que el círculo vertical se halla respectivamente á la izquierda ó á la derecha del eje central de rotacion del instrumento, mirando hácia el objeto observado.

puntería, en el rectángulo de los hilos, colocado préviamente en la posicion en que el eje óptico tiene muy pequeña colimacion; se harán las anotaciones indicadas, y por último, un número par de punterías con el micrómetro del ocular, cuyo número depende de las condiciones del instrumento y de la visibilidad del objeto apuntado.

Del mismo modo se procederá para la señal que siga inmediatamente á la derecha del observador, y así sucesivamente para todas ellas siempre de izquierda á derecha, sin interrumpir ni alterar este órden hasta llegar á la última visible, con lo cual quedará terminada una vuelta de horizonte. A ésta seguirá otra en órden inverso, empezando por apuntar la que fué última, y marchando siempre de derecha á izquierda, tanto en los movimientos rápidos como en los lentos, hasta el más perfecto ajuste de la imágen en el centro del retículo, moviendo por consiguiente el tornillo de coincidencia en sentido contrario al en que se movió en la vuelta de horizonte anterior.

Terminadas estas operaciones, que constituyen una doble vuelta de horizonte, se hace girar, para las observaciones de cadena, el círculo azimutal hasta que pasen 7°30′ próximamente por el cero del índice, si lo hubiere, ó

por el del microscopio que se elija como tal. Dando un giro de 180° al teodolito alrededor del eje vertical, y otro al anteojo sobre el horizontal, quedará el instrumento en la posicion de C. D. y dispuesto para reiterar la doble vuelta de horizonte, que debe hacerse de un modo idéntico; asegurándose el observador préviamente de la verticalidad del eje y demas circunstancias que deben concurrir en todo el transcurso de las operaciones.

En 24 posiciones del círculo azimutal, y variándole 7°30′ para cada una, se obtendrán 24 dobles vueltas de horizonte, alternativamente con C. I. y C. D., que dan 48 observaciones para cada señal, y su resultado eliminado teóricamente de toda causa conocida de error; habiendo pasado por debajo de cada microscopio la mitad de la graduacion. Este número de 48 punterías servirá de tipo inferior, y sólo podrá reducirse un poco en casos muy especiales y justificados por las condiciones de localidad y práctica del observador.

En el gran teodolito de Brunner, que tiene cuatro microscopios sobre el círculo azimutal, se reiterará variándole tambien 7°30′ para cada posicion, y en doce de éstas habrá pasado por debajo de cada microscopio la cuarta parte de la graduacion, obteniéndose en total 24 observa-

ciones para cada señal, que se tomarán como tipo inferior.

49.—Se observarán siempre recíprocamente todas las líneas directas, ya sean de la misma cadena, ó de otra que enlace con ella. En todo cuadrilátero regularmente conformado se hará lo mismo respecto de las seis líneas que unen sus cuatro vértices, y sólamente deberá prescindirse de una línea diagonal cuando su magnitud ó circunstancias especiales hagan que la observacion no presente las mismas garantías que la de las demas direcciones. En el caso de no ser posible alguna diagonal de cuadrilátero, se procurará observar la de pentágono, siendo admisible. Cuando causas accidentales hayan impedido observar una diagonal en una direccion, será muy conveniente hacerlo en la recíproca.

50.—Las observaciones correspondientes á las capitales de provincia, ó puntos importantes que no sean vértices de la cadena, se harán en estos independientemente de las vueltas de horizonte principales de la estacion, si bien intercaladas en el mismo cuaderno, sujetándose al tipo inferior de 12 punterías, y ligando sus direcciones con otra cualquiera de la red, pero con una en cada vuelta de horizonte. Conv evitar la estacion en estos puntos, á cuyo f procurará observarlos desde tres ó más vér

51.—Para las observaciones azimutales en estaciones de los grandes espacios comprendidos por las cadenas, ó sea cuadriláteros, se ejecutará cuanto se deja prescrito para éstas, sin más diferencia que la de hacer girar el círculo azimutal de manera que pasen 30° próximamente por el cero del índice, si lo hubiere, ó por el del microscopio que se elija como tal, despues de terminar cada doble vuelta de horizonte. Por lo tanto, haciendo las observaciones en seis posiciones del círculo, con la variacion de 30° para cada una de ellas, se obtendrán seis dobles vueltas por mitad con C. I. y C. D., quedan 12 observaciones para cada señal; y su resultado, eliminado teóricamente de toda causa conocida de error, habiendo pasado por debajo de cada microscopio la mitad de la graduacion.

Este número de doce punterías servirá de tipo inferior, debiendo ser aumentado segun las condiciones de visibilidad, localidad y práctica del observador.

52.—Se observarán siempre recíprocamente en los cuadriláteros, todas las líneas directas; pero en ningun caso se tomarán las diagonales de las demas figuras geométricas que pudieran formarse.

53.—Tambien se observarán, desde los puntos de cuadrilátero, las capitales de provincia

que no sean vértices, aunque se hayan fija
por las observaciones hechas en los de las cad
nas, al mismo tipo de 12 punterías, cuya op
racion puede hacerse en las mismas vueltas
horizonte en que se observen los vértices.

54.—Cuando el vértice de cadena en que
estacione pertenezca tambien á uno de los cu
driláteros formados por la red general de cad
nas, se efectuarán separadamente unas y otr
observaciones, aunque por el mismo observ
dor y con el mismo instrumento. Las corre
pondientes al cuadrilátero deben satisfacer á
condicion de que los valores que han de obt
nerse por la compensacion de la red forma
por las cadenas, queden por sólo este hecl
completamente invariables; por lo que se enl
zarán las direcciones de la red de cuadrilát
con una cualquiera de las de cadena, que pc
ser diferente, pero única en cada vuelta de
rizonte.

55.—En general debe darse principio
observacion desde el momento en que se
da apuntar convenientemente á algunas
les, eligiendo la que tenga más probabi
de buena y frecuente visibilidad para ce
reccion inicial. Se tendrá siempre prese
la brevedad en las operaciones de cá
de posponerse á la de la observacion, p

para ésta se aprovecharán todas las circunstancias favorables; pero siempre, por supuesto, sin alterar el sistema y sin que pueda perjudicarse en lo más mínimo la bondad del resultado.

56.—Como consecuencia de la prescripcion anterior, no figurarán siempre en todas las vueltas de horizonte todos los puntos que se deban observar en la estacion; por este motivo, para no falsear el método, se procurará, cuando esto suceda, no sólo que el total de las punterías hechas á cada vértice lo haya sido por partes iguales en las posiciones C. I. y C. D., mas tambien que cada direccion resulte ligada, por medio de suficiente número de observaciones, á todas y cada una de las demas.

57.—Si las circunstancias obligan á estacionar fuera del vértice, es decir, en un punto inmediato, se tomarán con el mayor esmero los datos para reducir al primero los valores de las direcciones, especialmente la distancia horizontal entre ambos puntos, la cual se podrá medir con reglones ó cintas metálicas comparados. Se referirá la direccion de esta línea á una cualquiera de las observadas, apuntando al eje de la señal que contiene el vértice, ó á un objeto colocado en su prolongacion, que podrá ser la cruz filar del retículo de otro teodolito ó de un

heliotropo; siendo suficiente conocer este dato con incertidumbre de algunos minutos. Puede tambien obtenerse empleando un instrumento de poca apreciacion directa, cuando por la proximidad de la señal ú otra causa se presenten dificultades; caso frecuente con el teodolito de Repsold, por las condiciones de su anteojo.

58.—Cuando en el curso de la observacion, bien por mala visibilidad ó por otras razones, sea absolutamente indispensable apuntar á un objeto de mira desviado de la señal que fija el vértice, y muy inmediato á él, podrá hacerse indiferentemente á uno ú otro, pero sólo á uno de ellos en cada vuelta de horizonte, siempre que se conozca por medicion directa la distancia horizontal que los separa, y la posicion ú orientacion de la línea que los une, lo que equivale á conocer la amplitud angular que comprenden ambas direcciones desde el punto de estacion. Si la señal que se observa es un helic tropo, se evitará toda correccion colocándolo el plano vertical que contiene la direccion mutal al vértice, ó empleando los espejos a liares fijos de que ya se ha hablado.

59.—Los cuadernos para anotar las o vaciones se sujetarán al modelo aprobad mulario núm. 5). El total de lo escrit ser continuo desde el principio ha

dejar hojas ni renglones en claro. A la cabeza de cada hoja se repetirá todo lo que sea comun con el final de la anterior. La primera columna contendrá el número de órden de las vueltas de horizonte. La segunda, tercera y cuarta el dia y hora en que se da comienzo á éstas; la hora se contará á partir del paso del Sol por el meridiano hasta completar 24. La quinta columna, la posicion del anteojo respecto al círculo vertical. La sexta el nombre del vértice ó punto observado y la naturaleza de la señal que sirve de mira, que se consignará con iniciales en la forma siguiente: S. (señal ordinaria); T. (tablero), y H. (heliotropo). La calificacion que acompañe á cada puntería, y que se escribirá en la columna séptima, se ha de referir al estado aparente de visibilidad, pudiendo ser una de éstas: M. B. (muy buena); B. (buena), y R. (regular), entendiéndose que esta última conviene al más ordinario ó frecuente estado, dentro de aceptables condiciones de observacion. La columna octava es para las lecturas del índice, si lo hay, ó las correspondientes al centro del peine del microscopio elegido al efecto; estas lecturas que corresponden á las distintas posiciones del círculo azimutal, se harán siempre en la direccion inicial de cada vuelta de horizonte con objeto de que quede patente la reiteracion sobre los diversos

sectores del círculo; pero bastará hacer al lecturas de índice en las demas direccione conocer con seguridad los valores relati todas dentro de una division del limbo. columnas novena y décima se escriben l turas hechas en ambos microscopios y e respectivos tambores micrométricos. L columnas últimas sirven para consignar l lores relativos de las direcciones deduci los datos anteriores. En cada cuaderno, a del teodolito empleado, se expresará e angular de una parte de los tambores mic tricos, si se estacionó en el vértice ó fu él, en cuyo caso deben acompañarse los para la reduccion, y todas las anotacion se crean necesarias para la más compl teligencia. Las hojas estarán numeradas, l do cada una de ellas media firma del obse ú observadores, excepto la última, en qu recerá la firma entera.

El formulario núm. 5 (segundo) conv las observaciones hechas con teodolito qu ga micrómetro en el ocular.

60.—El observador se limitará siempr cribir en su cuaderno lo que vea sobre dolito, sin hacer ninguna operacion arit mental, por sencilla que parezca. Una critos los datos, no se deben corregir po

gun motivo, aunque se crea descubrir en ellos manifiestas inexactitudes.

Debe poseer un criterio exacto de la importancia relativa de todas y cada una de las circunstancias que han de concurrir para una buena observacion. Así que, tolerando, por ejemplo, algunos pocos segundos de desviacion en la verticalidad del eje de giro, será muy escrupuloso en la puntería de las señales, por estar en ella la causa de los mayores errores; observando con igual cuidado y detencion todos los objetos, cualquiera que sea su estado aparente de visibilidad.

Si durante la observacion ocurriese en el teodolito un accidente que pueda influir en el resultado, se repetirá la parte correspondiente, tachándola en el cuaderno, pero quedando legible y salvada con una nota.

Aunque en toda columna de valores se entiende, por regla general, que un claro indica que rige el inmediatamente anterior, al anotar la observacion debe consignarse todo, siquiera sean repeticiones, con objeto de poner de manifiesto cualquier error que pudiera deslizarse.

Terminada una estacion, hecha una copia de los cuadernos, y perfectamente confrontada con el original, la guardará siempre el observador para fundar en ella los cálculos, remitiendo aquél al Director general del Instituto.

OBSERVACION DE DISTANCIAS ZENITALES.

61.—En la observacion de distancias zenitales se seguirá análogamente el sistema expuesto para la de direcciones azimutales.

Dispuesto el teodolito, y en la posicion de C. I., se apuntará, como queda dicho, á la señal, haciendo el ajuste de su imágen en el centro de los hilos del retículo por los movimientos del anteojo rápidos y lentos, de abajo á arriba, terminándole lentamente, y siempre en ese sentido, con el tornillo de coincidencia. Se anotará el número de órden, el dia, la hora, el nombre y naturaleza del objeto, calificacion de su visibilidad, posicion de los extremos de la ampolla del nivel fijo ó del costado, índice y lecturas micrométricas. Invertido el anteojo sobre su eje, y despues de hacer girar el teodolito 180°, quedando en la posicion de C. D., se hará la segunda puntería á la misma señal, terminánd con el movimiento lento en sentido contr que en la anterior, esto es, de arriba abaj se harán entónces las anotaciones corres dientes de nivel, índice y micrómetros. operacion, que proporciona un valor pa distancia zenital, se repetirá en órden in empezando en esta posicion de C

cual, desviando completamente la imágen del centro del rectángulo de los hilos, se ajustará de nuevo lentamente en sentido contrario al anterior, de suerte que la doble puntería en cada posicion del círculo vertical quede eliminada del efecto que pudiese ejercer la marcha del tornillo de coincidencia. Volviendo despues á la posicion de C. I., se observará por cuarta vez la señal con arreglo á lo dicho; quedando así determinado un doble valor de la distancia zenital.

62.—En las observaciones de cadena se hará girar despues el círculo vertical de suerte que pase por debajo de sus microscopios un sector de 30° próximamente, y quedará con esto dispuesto el teodolito para continuar las operaciones. En este giro hay que tener cuidado de que queden acordes las indicaciones de los centros de los peines de los micrómetros con la del índice situado en el otro círculo vertical (teodolito de Repsold), pues de no hacerlo, es preciso leer en éste las fracciones de grado, para evitar el error de 30′ que podría ocasionar en la distancia zenital la carencia de numeracion en las divisiones del limbo.

Operando como se prescribe, se obtendrán, en 6posiciones del círculo vertical, 12 valores para la distancia zenital de cada objeto; tipo in-

ferior, que se procurará completar siempre.

63.—En las observaciones de cuadrilátero bastará reiterar tres veces la doble distancia zenital, cambiando en 60° la posicion del círculo para cada una, con lo que se obtendrán 6 valores, que es el tipo inferior.

64.—Se observarán únicamente, tanto en cadena como en cuadrilátero, los vértices que, con el de estacion, determinan líneas directas, mas como quiera que estas observaciones no pueden constituir una nivelacion geodésica, ni tienen otro objeto que obtener valores aproximados de las altitudes de los vértices, se podrá, en casos excepcionales, prescindir de alguna observacion.

65.—Los puntos para fijar capitales de provincia y otros importantes que no sean vértices, se observarán al tipo de 6 determinaciones.

66.—Se tomarán con esmero los datos para la reduccion de las distancias zenitales á los puntos-vértices, que son, para cada una, las alturas del eje de muñones del teodolito, y del punto observado sobre las referencias respectivas que los determinan.

67.—Quedan excluidas para estas observac nes las horas extremas en que el Sol está p elevado sobre el horizonte; y por regla gen

para medir la distancia zenital de una señal, es circunstancia favorable que su imágen no aparezca enteramente tranquila.

68.—Con el mismo objeto de eliminar en lo posible el efecto variable de la refraccion, nunca se harán seguidas para cada señal más que dos determinaciones, ó sean cuatro punterías, pudiéndose observar á continuacion otra ú otras señales, dejando entre las dobles correspondientes al mismo objeto, un intervalo prudencial, para que la refraccion no sea la misma.

69.—Los cuadernos de anotaciones se arreglarán al modelo aprobado (form. núm. 6). Todo lo dicho para el de azimutales es, en general, aplicable á éste. Se expresará tambien el valor correspondiente á la parte de los tambores micrométricos, el de una division del nivel fijo, los datos necesarios para la reduccion á los puntos-vértices, y, por último, cuanto se crea necesario para el completo conocimiento de la observacion.

TRABAJOS DE GABINETE.

DIRECCIONES MÁS PROBABLES EN CADA ESTACION AISLADA.

70.—El sistema adoptado para la observacion establece, hasta cierto punto, la norma de los cálculos necesarios para la determinacion de los valores definitivos de todos los elementos de la red geodésica. El método que se sigue es el del ilustre Baeyer, fundado en el principio de los mínimos cuadrados.

71.—Al practicar los estudios del teodolito, se habrán determinado los valores angulares que corresponden á una parte del tambor en cada uno de los micrómetros. Si á una division del limbo resultara corresponder, en los teodolitos de Repsold y de Pistor, un número caba[illegible] de vueltas, más una fraccion de parte del tan[illegible] bor que no excediera de $\pm 0,3$, se despreci[illegible] esta fraccion, tomando por valor de la parte [illegible] tambor el de 2″. Tambien se adoptará la [illegible] ma equivalencia de 2″ en ambos microsc[illegible] cuando el promedio de los dos valores qu[illegible] yan resultado para una division, e[illegible]

partes de cada uno de los micrómetros, no se diferencie del número cabal de vueltas más que en la mencionada fraccion de $\pm 0^{p},3$, siempre que aquellos valores no difieran entre sí más que en $2^{p},5$ del tambor. En el caso de no cumplirse estas condiciones, se formará una tabla de reduccion para cada microscopio, con el valor de la division como argumento, ó una sola para los dos, con el promedio de dichos valores, cuando los que hubieren resultado para la division, con cada micrómetro, no tengan entre sí mayor diferencia que la expresada de $2^{p},5$ del tambor; cuya tabla se empleará para reducir á graduacion los promedios de las lecturas de ambos microscopios. En los teodolitos en que haya micrómetro en el ocular, se hará un estudio de la equivalencia angular de la parte del tambor.

Las observaciones que se hayan hecho con estos objetos, se anotarán en un cuaderno especial, en el que constarán además la determinacion de los valores angulares que correspondan á las divisiones de los niveles, los estudios de los errores de lectura, de puntería y de division del limbo y cuantos se refieran al conocimiento de las causas constantes de errores. Este cuaderno original ingresará en el Archivo geodésico.

72.—En el ejemplar de los cuadernos-copi de direcciones azimutales se calculan (colu na penúltima, form. núm. 5) los valores r lativos de éstas, en cada vuelta de horizon con las lecturas del índice y las correspondie tes de los microscopios reducidas á graduacio Restando de todos ellos, en cada vuelta de h rizonte, el valor de la direccion inicial, ó ce se calculará la columna última ó de «difere cias.»

73.—Con los datos del cuaderno se forma el «Estado de direcciones azimutales observ das (form. núm. 7).

En el caso de que no se hubiesen dirigido un mismo punto de mira todas las punterí correspondientes á un vértice, se unificará reduciéndolas al caso general de haber observ do uno solo, por medio del cálculo de reducci nes al vértice. Cada valor se corregirá aislad mente, y se señalará con uno ó más asterisc expresando al pié del estado de direcciones l datos que hayan servido para calcular las corr ciones. Cuando todas las punterías á un vérti se hayan hecho á un mismo punto de mira centrado con él, se trascribirán íntegros l valores del cuaderno, y la correccion correspo diente, que se consignará tambien en el «est do;» se aplicará con posterioridad.

Constará además en el «estado» el instrumento empleado, y los datos para reducir todas las direcciones al vértice, si no se estacionó en él. Firmará el observador ú observadores, y por último, figurarán al pié las direcciones más probables en la estacion aislada, que son los resultados de los datos de cada estacion.

74.—Se examinará detenidamente el «estado,» y si se echase de ver algun error grosero en la observacion, procederá inutilizar ó enmendar, si está manifiesto, la parte correspondiente del cuaderno, pasando al propio tiempo una nota á la Direccion general, debidamente razonada, para que conste adjunta al cuaderno original ya archivado.

75.—Seguidamente se procederá al cálculo de las direcciones más probables en cada estacion, empezando por formar el estado de grupos de igual peso, compuesto cada uno de las vueltas de horizonte en que se hayan observado unos mismos puntos. Sean

1. 2. 3... los m objetos comprendidos en el primer grupo.

0, [a], [b],... las sumas de los valores de las direcciones respectivamente observadas á cada objeto.

0 A. B... las direcciones más probables que resultan por los datos de toda la estacion, y

n... el número de vueltas de horizonte que forman el grupo.

Se establecerán las ecuaciones de condicion:

$$(7)\quad \left\{\begin{array}{l} 1\ldots\ n\,x = o \\ 2\ldots\ n\,x + n\,A = [a] \\ 3\ldots\ n\,x + n\,B = [b] \\ \vdots \\ m \end{array}\right.$$

de las que se deduce

$$(8)\quad n\,x = \frac{[a] + [b] + \ldots}{m} - \frac{n}{m}(A + B + \ldots)$$

Análogamente se establecerán estas ecuaciones para cada uno de los grupos diferentes de que conste el estado. Con objeto de simplicar las operaciones numéricas, se asignan á las direcciones valores relativos aproximados, que se eliminan del cálculo, de manera que A, B,... no representan sino las correcciones que habrá que aplicar á estos valores hipotéticos (formulario núm. 8.)

76.—Se formarán las ecuaciones finales, que serán tantas como incógnitas: A, B, C... Para la primera, se sumarán todas las ecuaciones de los diferentes grupos (7) en que éntre la incógnita A, sustituyendo en lugar de $n\,x$, $n'x'$... sus valores dados en las ecuaciones semejantes á la (8).

La segunda ecuacion final se obtendrá análogamente, sumando las de condicion en que éntre B, introduciendo tambien los valores de $n\,x$, $n'x'$... y así sucesivamente. Designando por $[a\ n]$ la suma de las constantes, por $[a\ a]$, $[a\ b]$, $[a\ c]$,... las sumas de los coeficientes de A, B, C... en la primera ecuacion, y por $[b\ n]$, $[c\ n]$...$[b\ b]$, $[b\ c]$, $[b\ c]$... las respectivas á las demás ecuaciones, se obtendrá un sistema de la forma:

$$(9)\ \left\{\begin{array}{l} [a\ n] = +[a\ a]\ A - [a\ b]\ B - [a\ c]\ C - \ldots \\ [b\ n] = -[a\ b]\ A + [b\ b]\ B - [b\ c]\ C - \ldots \\ [c\ n] = -[a\ c]\ A - [b\ c]\ B + [c\ c]\ C - \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right.$$

En el formulario núm. 9 se indica la marcha del cálculo.

Cuando toda la estacion esté comprendida en un solo grupo, es decir, cuando en todas las vueltas de horizonte se hayan observado todos los objetos, y tambien cuando no exista entre los diferentes grupos incompatibilidad alguna, las direcciones más probables se obtendrán por los promedios generales de los valores del estado de direcciones, los cuales promedios se escribirán al pié de las respectivas columnas.

77.—La resolucion de las ecuaciones finales (9) dará á conocer los valores de las correcciones A, B, C,... que hay que introducir en los apro-

ximados supuestos á las direcciones para obtener las más probables en la estacion. La forma simétrica de estas ecuaciones permite aplicar la norma de cálculo de resolucion que indica el formulario núm. 10. Cuando no se haga uso de logaritmos, sino que se utilice un aritmómetro (form. núm 10, segundo), será preciso aumentar convenientemente el número de cifras decimales en las operaciones, segun sea el número de incógnitas y la magnitud de los coeficientes, para que los resultados sean iguales á los que se obtendrían empleando el cálculo logarítmico.

Se sustituirán los valores de las incógnitas ó correcciones en las ecuaciones finales para asegurarse de que las satisfacen (form. núm. 11).

78.—En las estaciones en que se haya observado sobre un pilar separado del vértice, se hará el cálculo de reduccion á éste de las direcciones despues de obtenidas las más probables en el pilar, empleando las fórmulas:

$$(10) \quad D = D' + x; \; x = \frac{c.\,\text{sen}\,\alpha}{A}; \; c = \frac{a}{\text{sen}\,1''}$$

siendo:

D'... direccion en el pilar ú observada.

D... id. reducida.

A... magnitud de la línea cuya direccion se trata de reducir.

a... distancia horizontal entre el vértice y el punto de estacion.

α... ángulo, en el pilar, entre la línea que une los centros y la direccion D',

y disponiéndole como indica el formulario número 12; teniendo cuidado de seguir en la columna de puntos observados el mismo órden que tienen en el estado de direcciones, é incluyendo en el lugar correspondiente la de la señal, para evitar equivocaciones en el signo de x. Los valores aproximados de las líneas, tanto directas como diagonales, se obtendrán á partir del de una base ó de una línea ya conocida, por medio de resolucion de triángulos, cuyos ángulos sean los que se deducen de las direcciones más probables en los pilares. Las direcciones reducidas constituyen cuanto se puede saber por los datos obtenidos en cada estacion, considerada aisladamente; y estos resultados son los que figuran al pié del form. núm. 7.

79.—En cada estacion de cadena se establecerán y resolverán los grupos de las ecuaciones preparatorias, que son de la forma siguiente:

$$(11)\begin{cases} 1 = [aa]\,[\alpha\alpha] + [ab]\,[\alpha\beta] + [ac]\,[\alpha\gamma] + \cdots \\ 0 = [ab]\,[\alpha\alpha] + [bb]\,[\alpha\beta] + [bc]\,[\alpha\gamma] + \cdots \\ 0 = [ac]\,[\alpha\alpha] + [bc]\,[\alpha\beta] + [cc]\,[\alpha\gamma] + \cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ 1 = [bb.1]\,[\beta\beta] + [bc.1]\,[\beta\gamma] + \ldots \\ 0 = [bc.1]\,[\beta\beta] + [cc.1]\,[\beta\gamma] + \ldots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ 1 = [gg.6]\,[\theta\theta]. \end{cases}$$

empleando los formularios números 13 y 13 (segundo), semejantes á los números 10 y 10 (segundo), segun que se empleen respectivamente logaritmos ó se utilice el aritmómetro.

Los valores de las incógnitas

$$[\alpha\alpha],\ [\alpha\beta],\ [\alpha\gamma],\ [\beta\beta],\ [\beta\gamma],\ldots$$

se sustituirán en las ecuaciones de que proceden para asegurarse de que quedan éstas satisfechas (form. núm. 14).

80.—Los valores de las incógnitas de las ecuaciones preparatorias son los coeficientes de las

$$(12)\begin{cases} (1) = [\alpha\alpha]\,[1] + [\alpha\beta]\,[2] + [\alpha\gamma]\,[3] + \cdots \\ (2) = [\alpha\beta]\,[1] + [\beta\beta]\,[2] + [\beta\gamma]\,[3] + \cdots \\ (3) = [\alpha\gamma]\,[1] + [\beta\gamma]\,[2] + [\gamma\gamma]\,[3] + \cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

que sirven de enlace entre los cálculos de cada estacion y los que exige la compensacion

de los errores angulares en la red. Los primeros miembros (1), (2), (3),... son las correcciones que deben recibir las cantidades A, B, C,... para que resulten compensadas las direcciones, y [1], [2], [3],... las alteraciones que respectivamente experimentarían las constantes [*a n*] [*b n*] [*c n*]... de las ecuaciones (9), sustituyendo en ellas por A, B, C,... los valores

A + (1), B + (2), C + (3)...

81.—Cuanto queda prescrito es aplicable á las estaciones de los cuadriláteros, exceptuando lo que se refiere á las ecuaciones de enlace para la compensacion de errores, por cuanto las observaciones en vértices de cuadrilátero se encaminan exclusivamente á la representacion gráfica del territorio.

VALORES APROXIMADOS DE LOS ELEMENTOS LINEALES DE LA RED.

82.—Miéntras no se haya llevado á cabo la compensacion de errores de la red, los valores de los elementos lineales se obtendrán con más que suficiente aproximacion para los trabajos gráficos por medio de procedimientos no rigorosos. Las líneas directas serán las elegidas exclusivamente para fijar el enlace de los puntos,

y servirán de *bases* de los órdenes sucesivos.

83.—Los elementos del elipsoide hipotético para toda clase de cálculos en que sólo deban concurrir datos de la red española, son los dados por Struve, aceptados tambien posteriormente para los trabajos de nuestra vecina la Francia, que son:

Semieje mayor.

$$E = 6378298^m,3\ldots \text{ Log. } E = 6{,}80470482.$$

Cuadrado de la excentricidad.

$$e^2 = 0{,}00677436\ldots \text{ Log. } e^2 = \bar{3}{,}83086828.$$

84.—Con los valores angulares que resultan de las direcciones más probables en cada estacion, reducidas á los vértices (form. núm. 15), y á partir de una base ó línea cuya magnitud se conozca, se determinarán las de todas las líneas directas, distribuyendo en cada triángulo por partes iguales entre sus tres ángulos observados la diferencia de su suma á 180°. Los lados de partida se tomarán en el órden siguiente: las cadenas de los paralelos se calcularán á Oriente y Occidente sobre sus líneas directas comunes con la del Meridiano de Madrid, y á su vez prestarán las suyas á las parciales de meridianos que interceptan, por órden preferente

de más próxima latitud á Madrid. Unas y otras se prolongarán hasta los límites del territorio español, y las de costa comprendidas se apoyarán en los lados más cercanos á la base de Madridejos, siguiendo la sucesion trigonométrica de las cadenas.

Los diferentes valores que resultáran para un mismo lado segun sea el camino por donde se llegue á él, y la base medida de que se haya partido, serán todos muy poco discrepantes y servirán indistintamente para la representacion gráfica. Estas diferencias proporcionarán indicios de la bondad de las mediciones. Para este mismo objeto se calculará al resolver los triángulos, aunque no es necesario cuando se conocen los tres ángulos, el exceso esférico correspondiente por la fórmula

(13) $$\varepsilon = \mathrm{K}.\ a.\ b.\ \mathrm{sen}\ \mathrm{C},$$

en la que son a, b, C los lados y el ángulo que comprenden, y

(14) $$\mathrm{K} = \frac{1}{2\,\mathrm{R}^2_c\ \mathrm{sen}\ 1''}$$

Los valores del radio de curvatura media R_c y de K, están calculados de medio en medio grado para todas las latitudes de la red en la tabla siguiente:

L.	log. R_c	Diferencias.	log. K	Diferencias.
36° 0′	6,80424639		$\bar{9}$,40490235	
		2454		4909
30	27093		85326	
		2468		4936
37 0	29561		80390	
		2480		4960
30	32041		75430	
		2492		4984
38 0	34533		70446	
		2504		5007
30	37037		65439	
		2513		5026
39 0	39550		60413	
		2523		5046
30	42073		55367	
		2532		5064
40 0	44605		50303	
		2538		5076
30	47143		45227	
		2547		5094
41 0	49690		40133	
		2552		5105
30	52242		35028	
		2559		5117
42 0	54801		29911	
		2564		5128
30	57365		24783	
		2566		5133
43 0	59931		19650	
		2571		5142
30	62502		14508	
		2574		5148
44 0	6,80465076		$\bar{9}$,40409360	

85.—La resolucion de los triángulos se hará con arreglo al formulario núm. 16. La primera columna contiene los nombres de los vértices, designando por V el opuesto al lado conocido, y por D é I el de la derecha é izquierda, suponiéndose colocado en el primero y mirando á dicho lado. En la segunda columna se escriben los ángulos esféricos deducidos de las direcciones más probables reducidas, de los que se obtienen los correspondientes al triángulo plano cuyos lados tienen igual longitud que los del esférico. Si la diferencia á 180° de la suma de los tres ángulos esféricos no fuese exactamente divisible por tres, se aplicará la mayor correccion al ángulo ó ángulos que más se acerquen á 90° por ser los que tendrán menor variacion en sus senos. El formulario indica con claridad la marcha del cálculo.

Los triángulos de los cuadriláteros se resolverán por zonas, empezando por los que insisten sobre líneas de cadena, y recorriendo todo el perímetro en un solo sentido desde el vértice más próximo á una base. Para evitar el doble valor de un lado comun á dos triángulos adyacentes, se resolverá el segundo de éstos mediante los dos lados ya conocidos y el ángulo que comprenden (form. núm. 17).

Llamando I al ángulo comprendido queda

determinada la aplicacion de las otras dos letras á los vértices restantes. Escritos sus nombres y los ángulos (reducidos á los vértices) en sus casillas, así como los de los lados conocidos en la suya, se sumarán aquéllos y se restará la tercera parte del exceso sobre 180° del ángulo I, escribiendo el resultado en la inmediata casilla de ángulos planos, como dato definitivo.

Para determinar los otros dos se empleará la fórmula

$$\text{Tang. } \tfrac{1}{2}(V - D) = \frac{DI - VI}{DI + VI} \text{ cotg. } \tfrac{1}{2} I,$$

cuya aplicacion se halla en la parte inferior del formulario por el órden siguiente: se escribirá el valor de $\frac{1}{2}$ I, y á la derecha el logaritmo de su cotangente; se escribirá despues en la columna de lados la diferencia y suma de los conocidos, y á su derecha el logaritmo de la primera y el complemento logarítmico de la segunda, sumando estos últimos con el de *cotg.* $\frac{1}{2}$ I, para obtener el de *tang.* $\frac{1}{2}(\pm V \mp D)$. El valor de este ángulo se escribirá á la izquierda en su casilla, así como el de $\frac{1}{2}(V + D)$, complemento de $\frac{1}{2}$ I, en el renglon anterior. La suma de estos dos últimos valores dará el ángulo mayor buscado, que se inscribirá en la casilla de los planos en la

misma línea que el lado mayor, y la diferencia en el lugar del ángulo restante. Aplicando con signo contrario á ambos la misma correccion que sufrió I, se escribirán los resultados debajo de los ángulos esféricos para compararlos con ellos. El triángulo se resolverá luégo por la proporcionalidad de los senos y lados opuestos, debiendo calcularse para comprobacion el V I ya conocido, cuyo logaritmo será, en general, diferente del dato definitivo en algunas unidades de último órden. Este segundo resultado no se tomará en consideracion, escribiéndolo encima del adoptado y tachándolo con una raya.

El mismo procedimiento se seguirá con los triángulos intermedios de la primera zona, y todo el sistema se repetirá en la siguiente ó siguientes, hasta llegar á un triángulo interior, cuyos lados resultarán conocidos, y cuyos ángulos se determinarán para compararlos con los observados (form. núm. 18). Entre éstos y aquéllos, en toda la operacion, deben resultar diferencias de muy pocos segundos; pudiendo repetirse el cálculo en un sentido inverso si resultasen excesivas, y adoptar de los dos caminos el mejor.

86.—En las estaciones en que se hayan hecho observaciones azimutales para fijar la situacion de alguna capital de provincia ó puntos

importantes, se calcularán las direcciones más probables correspondientes, suponiendo invariables las de los vértices. Con los ángulos así deducidos y reducidos al vértice, y tomando por bases líneas de cadena ó cuadrilátero, se obtendrán por los mismos formularios, aunque por separado, los valores de los demás lados de los triángulos especiales de los dichos puntos notables.

LATITUDES, DIFERENCIAS DE LONGITUD Y AZIMUTES APROXIMADOS.

87.—Se considerará como primer meridiano para contar las longitudes, el del Observatorio Astronómico de Madrid, tomando como positivas las del E. Los azimutes se contarán desde el Sur hácia el O., de 0° á 360°.

88.—Los datos de partida serán los correspondientes á un vértice cuya posicion se haya determinado astronómicamente ó al más inmediato á él; procurando llevar á cabo el cálculo de latitudes, azimutes y diferencias de longitud tanto en las cadenas como en los cuadriláteros, por el mismo órden en que se hayan obtenido las magnitudes de las líneas directas.

89.—Se emplearán las fórmulas siguientes:

$$(15)\begin{cases}\text{Latitud.....}\ L' = L - P\,K\cos Z - Q\,K^2 \operatorname{sen}^2 Z.\\ \text{Longitud...}\ M' = M - \dfrac{R\,K \operatorname{sen} Z}{\cos L'}\\ \text{Azimut...}\ Z' = 180^\circ + Z - (M - M')\operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(L + L')\end{cases}$$

siendo:

$$R = \frac{(1 - e^2 \operatorname{sen}^2 L)^{\frac{1}{2}}}{E \operatorname{sen} 1''}$$

$$P = R\,(1 + e^2 \cos^2 L)$$

$$Q = P\,R \operatorname{tang.} L \frac{\operatorname{sen} 1''}{2}$$

en donde:

L... es la latitud del vértice de partida.

L'... latitud que se busca.

K... valor de la línea que une á ambos puntos.

Z... azimut conocido $= z \pm a$ { *z*. azimut anterior. *a*. ángulo del triángulo.

Z'... azimut que se busca.

M... longitud del vértice de partida.

M'... longitud que se busca.

Las tablas adjuntas contienen los valores de P, Q, R, de cinco en cinco minutos, para los 8° de latitud que comprende la Península; y por interpolacion se deducirán los correspondientes á latitudes intermedias.

TABLA

DE LOS LOGARITMOS DE P, Q Y R PARA LAS LATITUDES DE ESPAÑA DE 5′ EN 5′.

L	log. P	Diferencias.	log. Q	Diferencias.	log. R	Diferencias.
36° 0′	8,51113284	611	1,26615	132	8,50921148	204
5	8,51112673	609	1,26747	132	8,50920944	204
10	8,51112064	612	1,26879	132	8,50920740	205
15	8,51111452	610	1,27011	131	8,50920535	204
20	8,51110842	611	1,27142	132	8,50920331	205
25	8,51110231	613	1,27274	131	8,50920126	205
30	8,51109618	612	1,27405	131	8,50919921	205
35	8,51109006	615	1,27536	131	8,50919716	206
40	8,51108391	613	1,27667	131	8,50919510	205
45	8,51107778	614	1,27798	131	8,50919305	206
50	8,51107164	615	1,27929	131	8,50919099	206
55	8,51106549	616	1,28060	131	8,50918893	206
[illegible]	[illegible]		[illegible]		[illegible]	

	50	8,51099751	620	1,29491	129	8,50916617	208
	55	8,51099130	621	1,29621	130	8,50916409	208
38	0	8,51098509	621	1,29750	129	8,50916201	208
	5	8,51097887	622	1,29880	130	8,50915993	208
	10	8,51097265	622	1,30009	129	8,50915785	208
	15	8,51096641	624	1,30138	129	8,50915576	209
	20	8,51096018	623	1,30267	129	8,50915367	209
	25	8,51095395	623	1,30396	129	8,50915159	208
	30	8,51094770	625	1,30525	129	8,50914949	210
	35	8,51094148	622	1,30654	129	8,50914741	208
	40	8,51093523	625	1,30782	128	8,50914531	210
	45	8,51092897	626	1,30911	129	8,50914322	209
	50	8,51092270	627	1,31039	128	8,50914112	210
	55	8,51091645	625	1,31168	129	8,50913903	209
39	0	8,51091018	627	1,31296	128	8,50913693	210
	5	8,51090392	626	1,31424	128	8,50913483	210
	10	8,51089764	628	1,31553	129	8,50913273	210
	15	8,51089137	627	1,31631	128	8,50913063	210
	20	8,51088508	629	1,31809	128	8,50912852	211
	25	8,51087879	629	1,31937	128	8,50912642	210
	30	8,51087251	628	1,32065	128	8,50912431	211
	35	8,51086622	629	1,32192	127	8,50912221	210
	40	8,51085993	629	1,32320	128	8,50912010	211
	45	8,51085362	631	1,32448	128	8,50911799	211
	50	8,51084733	629	1,32575	127	8,50911588	211
	55	8,51084102	631	1,32703	128	8,50911377	211
40	0	8,51083472	630	1,32830	127	8,50911166	211
	5	8,51082840	632	1,32958	128	8,50910954	212
	10	8,51082203	632	1,33085	127	8,50910743	211
	15	8,51081578	630	1,33212	127	8,50910532	211

L	log. P	Diferencias.	log. Q	Diferencias.	log. R	Diferencias.
40° 15′	8,51081578	633	1,33212	128	8,50910532	212
20	8,51080945	632	1,33340	127	8,50910320	212
25	8,51080313	634	1,33467	127	8,50910108	212
30	8,51079679	633	1,33594	127	8,50909896	212
35	8,51079046	633	1,33721	127	8,50909684	212
40	8,51078413	634	1,33848	127	8,50909472	212
45	8,51077779	633	1,33975	127	8,50909260	212
50	8,51077146	634	1,34102	127	8,50909048	212
55	8,51076512	635	1,34229	126	8,50908836	213
41 0	8,51075877	634	1,34355	127	8,50908623	212
5	8,51075243	636	1,34482	127	8,50908411	213
10	8,51074607	635	1,34609	126	8,50908198	213
15	8,51073972	635	1,34735	127	8,50907985	213
20	8,51073337	636	1,34862	126	8,50907772	212
25	8,51072701	636	1,34988	127	8,50907560	213
30	8,51072065	638	1,35115	126	8,50907347	214
35	8,51071427	634	1,35241	127	8,50907133	212
40	8,51070793	638	1,35368	126	8,50906921	214
45	8,51070155	637	1,35494	126	8,50906707	213
50	8,51069518	636	1,35620	126	8,50906494	213
55	8,51068882	638	1,35746	127	8,50906281	214
42 0	[illegible]		[illegible]		[illegible]	

	[illegible]	[illegible]	640	[illegible]	125	[illegible]	214
	55	8,51061221	638	1,37258	126	8,50903716	214
43	0	8,51060583	640	1,37384	126	8,50903502	214
	5	8,51059943	639	1,37510	126	8,50903288	214
	10	8,51059304	640	1,37636	125	8,50903074	214
	15	8,51058664	640	1,37761	126	8,50902860	215
	20	8,51058024	640	1,37887	126	8,50902645	214
	25	8,51057384	641	1,38013	125	8,50902431	215
	30	8,51056743	639	1,38138	126	8,50902216	214
	35	8,51056104	640	1,38264	126	8,50902002	214
	40	8,51055464	642	1,38390	125	8,50901788	215
	45	8,51054822	641	1,38515	126	8,50901573	215
	50	8,51054181	640	1,38641	125	8,50901358	214
	55	8,51053541	640	1,38766	126	8,50901144	214
44	0	8,51052901		1,38892		8,50900930	

Servirá para el cálculo el formulario número 19. En cada triángulo se obtendrá por los dos puntos ya determinados, dobles valores de L' y M', aceptando los promedios respectivos para obtener los del punto siguiente; y se confrontarán el ángulo que resulte de los azimutes con el observado. Los números 1, 2 y 3 de la primera columna del estado indican respectivamente el vértice, cuya latitud y longitud se buscan, y los que están á derecha é izquierda de este punto mirando al lado que los une. Si se ha seguido el mismo órden que en la resolucion del triángulo, las notaciones 1, 2 y 3 corresponderán á las V, D, I de ésta.

90.—Terminados que sean estos cálculos en cada trozo de cadena ó cuadrilátero, se harán los correspondientes á las capitales de provincia y puntos importantes enlazados inmediatamente con los trozos, empleando el mismo formulario y con arreglo á lo dicho anteriormente.

ALTITUDES APROXIMADAS.

91.—Análogamente á lo prevenido para los cálculos de las observaciones azimutales, se verificarán los estudios necesarios para obtener el valor angular correspondiente á una parte de los micrómetros del círculo vertical. Tambien se determinará préviamente el valor angular de una

division de cada uno de los niveles con arreglo á lo que se dirá en las nivelaciones de precision.

Se deducirán los valores de las distancias zenitales en los mismos cuadernos de campo que quedan en poder del observador (form. núm 6), salvando con nota firmada las enmiendas que á juicio de éste deban hacerse en ellos, como se dijo al tratar de observaciones azimutales. Cada distancia zenital, determinada por un par de visuales, se calculará por la fórmula:

$$(16) \qquad z = \frac{1}{2}(360° + I - D) + y$$

en la cual designan:

I... La lectura sobre el círculo vertical en la posicion C I.

D... Idem en la posicion C D.

y... la correccion, en segundos, relativa al cambio de inclinacion de la recta que une los ceros de los peines en los dos micrómetros. Esta correccion se expresa por:

$$(17) \qquad y = \frac{1}{4} n \left((a' + a'') - (a_{,} + a_{,,})\right),$$

siendo:

n... el valor angular de una division del nivel.

a'... a''... las lecturas del nivel con el círculo á la izquierda.

$a_{,}$... $a_{,,}$... Idem con el círculo á la derecha.

Estas fórmulas corresponden al caso en que la numeracion del círculo vertical aumente de izquierda á derecha, para un observador que se suponga colocado en el centro, y la del nivel, tambien de izquierda á derecha. Si la numeracion del círculo aumentase en sentido contrario, cambiarían de signo D é I. Los signos de a', a'', $a_{,}$, $a_{,,}$, dependen, igualmente, del sentido en que aumente la numeracion del nivel.

92.—Con los datos del cuaderno de observaciones se formará el «estado de distancias zenitales observadas» (form. núm. 20), en el cual se consignará el instrumento usado, los datos para reducirlas á los puntos de referencia que fijan los vértices, y las correcciones prévias que habrá que aplicar á algunos valores observados cuando no se haya apuntado siempre á un mismo punto de cada vértice. Al pié del «estado» se escribirá el nombre del observador ú observadores, y, por último, las distancias zenitales reducidas á los puntos-vértices.

93.—Para hacer esta reduccion se empleará la fórmula:

$$(18) \qquad \varepsilon = \frac{(a'-a) \text{ sen } z}{\text{A. sen } 1''},$$

siendo:

a'... la altura del punto de mira sobre la referencia que fija el vértice.

a... id. del eje de muñones del teodolito sobre la referencia del de estacion.

A... la distancia entre el punto observado y el de estacion.

z... el promedio de las distancias zenitales que se trata de reducir.

El cálculo se dispondrá con arreglo al formulario núm. 21; que servirá tambien para la reduccion prévia á un mismo punto de mira, con la única diferencia que en este caso será $a=o$, y a' representa la altura del punto observado sobre àquél á que se quiere reducir una parte de las distancias zenitales.

94.—En el caso general de que se hayan observado recíprocamente las distancias zenitales de las líneas directas, se considerarán para el cálculo como si fuesen simultáneas, deduciendo las diferencias de nivel por la fórmula:

$$(19) \qquad D = l.\ \text{tang}\ \frac{1}{2}(z - z'),$$

en la cual son:

l... la distancia lineal entre cada par de puntos recíprocamente observados.

z... la distancia zenital en el punto más elevado.

z'... idem id. en el más bajo.

El cálculo se arreglará al formulario número 22.

95.—Cuando en una línea directa no se conozca sino una de las dos distancias zenitales, se obtendrá la diferencia de nivel D, deduciendo preliminarmente el coeficiente k de refraccion por la expresion:

$$(20) \qquad 1 - k = (z + z' - 180^\circ) \frac{R_c}{l\, r''}$$

en que R_c representa el radio de curvatura á la latitud correspondiente (Tabla del artículo 84); y r'' el número de segundos 206264,806246 comprendidos en el arco igual al radio. Se sustituirán en esta expresion los valores de l, z, z', de várias líneas observadas, lo más cercanas posible á aquélla en que se busca la diferencia de nivel y el promedio de todos los valores de $1 - k$, se introducirá en la fórmula:

$$(21) \qquad D = l. \operatorname{cotg} \left(z - \frac{l\,(1 - k)\, r''}{2\, R_c}\right)$$

Los formularios núms. 23 y 24 indican la disposicion del cálculo.

96.—Si la diferencia de nivel fuese tan pequeña que la distancia zenital observada no

indicase cuál de los dos es el punto más elevado, es decir, si hubiese duda en el signo de D, se tendrá presente que cuando el punto en que se ha hecho estacion sea más alto que el otro, se verificará, prescindiendo del efecto de la refraccion, que:

$$z - 90^{\circ} > \frac{1}{2} v$$

llamando v el ángulo formado por las normales en los dos puntos, el cual tiene por expresion muy aproximada:

$$v = \frac{l}{R_c \text{ sen } 1''}$$

97.—Para obtener las altitudes de los vértices, ó sus alturas sobre el nivel medio del mar, es preciso conocer la de uno de ellos. El formulario núm. 25 indica la marcha que debe seguirse en este cálculo, aceptando sucesivamente para la altitud de cada vértice el promedio de las obtenidas por los vértices anteriores, que se relacionan con él. Respecto del órden que debe seguirse para obtener esta coordenada, se tendrá presente lo prevenido para el cálculo de las otras dos, tomando por puntos de partida aquéllos cuyas altitudes ofrezcan más garantías de precision.

98.—Se evitará en parte la acumulacion de

errores en las altitudes, deduciendo de todas las observaciones hechas en un trozo de cadena, las diferencias de nivel más probables, por la aplicacion del método de los mínimos cuadrados. Eligiendo trozos en cuyos triángulos sucesivos se hayan observado las tres diferencias de nivel, se facilita extraordinariamente el cálculo de compensacion.

Designando por:

D^{I}, D^{II}, D^{III},..... las diferencias de nivel entre cada dos puntos unidos por líneas directas, y por

ε^{I}, ε^{II}, ε^{III},..... las diferencias, en cada triángulo, entre cada diferencia de nivel y la suma, con su signo, de las otras dos;

se establecerán, entre las correcciones, las ecuaciones de condicion:

$$\Delta D^{I} + \Delta D^{II} + \Delta D^{III} = \varepsilon'$$
$$\Delta D^{III} + \Delta D^{IV} + \Delta D^{V} = \varepsilon''$$
$$\Delta D^{V} + \Delta D^{VI} + \Delta D^{VII} = \varepsilon'''$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

que conducen, por medio de las correlativas, muy sencillas:

$$\Delta D^{I} = + I$$
$$\Delta D^{II} = + I$$
$$\Delta D^{III} = + I + II$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

á los normales, de la forma:

$$\varepsilon^{I} = \underline{3I} + II$$
$$\varepsilon^{II} = \ldots + \underline{3II} + III$$
$$\varepsilon^{III} = \ldots\ldots + \underline{3III} + IV$$
$$\varepsilon^{IV} = \ldots\ldots\ldots\ldots + \underline{3IV} + V$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

Con arreglo á las anotaciones aceptadas, se tiene en este caso:

$$[a\,a] = 3 \ldots\ldots\ldots\ldots = c^{I}$$
$$[b\,b.\,1] = 3 - \frac{1}{3} \ldots\ldots\ldots = c^{II}$$
$$[c\,c.\,2] = 3 - \cfrac{1}{3 - \cfrac{1}{3}} \ldots\ldots = c^{III}$$
$$[d\,d.\,3] = 3 - \cfrac{1}{3 - \cfrac{1}{3 - \cfrac{1}{3}}} \ldots\ldots = c^{IV}$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

y para las expresiones generales de dos incógnitas que ocupan lugares consecutivos.

Incógnita N =

$$\frac{1}{c^{n}.c^{n-1}c^{n-2}\dots c^{I}.1}(+\varepsilon^{n}.c^{n-1}c^{n-2}\dots c^{I}.1-\varepsilon^{n-1}c^{n-2}c^{n-3}\dots c^{I}.1+\dots\pm\varepsilon^{II}.c^{I}.1\mp\varepsilon^{I}.1).$$

Incógnita (N — 1) =

$$\frac{+\varepsilon^{n-1}c^{n-2}c^{n-3}c^{I}.1-\dots\mp\varepsilon^{II}c^{I}.1\pm\varepsilon^{I}.1}{c^{n-1}c^{n-2}c^{n-3}\dots c^{I}.1}-\frac{c^{n-2}c^{n-3}\dots c^{I}.1}{c^{n-1}c^{n-2}\dots c^{I}.1}.N,$$

que permiten hallar los valores de las I, II, III,... con facilidad, siguiendo la norma de cálculo indicada en el form. núm. 26. Introducidos estos valores en las ecuaciones correlativas, darán los de las correcciones que, aplicadas á las diferencias de nivel D^{I}, D^{II}, D^{III},... las harán compatibles.

99.—Se formará con todos los resultados aproximados de que se ha hecho mérito un *resúmen* (form. núm. 27), en que se expresarán los nombres de los vértices, sus latitudes, longitudes y altitudes; los azimutes de las líneas directas y las magnitudes de éstas.

100.—En el curso de los cálculos se tendrán presentes, además de las expuestas, las siguientes prescripciones:

Los datos de partida se recibirán oficialmente del Archivo geodésico.

Se tomarán como tales los logaritmos ó números que sean los resultados directos de otros cálculos, para evitar los errores que ocasiona el pase de unos á otros.

Tanto en los números como en los logaritmos se despreciarán las cifras decimales que excedan del número prescrito para los diferentes casos; pero si representan un valor mayor que 0,5 del órden de la última admitida, se añadirá á ésta una unidad.

Todos los cálculos se harán por duplicado y por distintas personas, confrontando éstas tanto los resultados finales como los parciales, en sus distintos períodos, hasta quedar completamente seguras de su conformidad. Si circunstancias especialísimas impidieran hacerlos por dos calculadores, se repetirán independientemente, y en épocas distintas, buscando en el segundo ejemplar las comprobaciones correspondientes para cada operacion, con el objeto de evitar la repeticion de un mismo error en ambos ejemplares. Se exceptúan de esta regla sólamente los cálculos de las resoluciones de los grupos de ecuaciones, pues siendo su único objeto determinar los valores de las incógnitas que las satisfagan, bastará, para convencerse

de ello y darles la fuerza de duplicados, el hacer la sustitucion directa; pero esta operacion se debe hacer forzosamente por duplicado.

Todo logaritmo se escribirá tal como él sea, con su característica natural.

Cuando, como en las distancias zenitales, hubiere que emplear senos de ángulos menores de 0° 12′, ó cosenos de ángulos mayores de 89° 48′, se obtendrán sus logaritmos haciendo uso de la tabla de senos naturales.

Aquellos cálculos para los que no hubiere formularios impresos, se harán en papel igual al empleado en los modelos, escrito por una sola cara, y con el encasillado correspondiente; se procurará la mayor claridad en las cifras, y las enmiendas ó raspaduras se salvarán al pié de la hoja.

101.—Terminados que sean los cálculos referentes á una cadena ó cuadrilátero ó á una parte de ellos, y asegurada la conformidad completa de ambos ejemplares, se remitirá uno á la Direccion general, acompañado de una reseña descriptiva de cuanto sea pertinente al trabajo hecho y de utilidad para los sucesivos.

CÁLCULOS DEFINITIVOS DE LA RED.

102.—La Asociacion geodésica internacional, de que España forma parte, ha prescrito algunas reglas generales para la compensacion de los errores en la gran red europea, á las cuales, así como á las dictadas por esta Direccion general, se ajustarán estrictamente los cálculos encaminados al objeto comun.

103.—Se empleará, como hipótesis, el elipsoide de Bessel, cuyos elementos son:

Semieje mayor.

$a = 6377397^{m},156\ldots$ log. $a = 6,8046434637$

Semieje menor.

$b = 6356078,960\ldots\ldots$ log. $b = 68031892,839$

Longitud lineal del cuarto de meridiano.

$Q = 10000855,76\ldots\ldots$ log. $Q = 7,0000371839$

$$\text{Achatamiento}\ldots\ \frac{a-b}{a} = \frac{1}{299,152818}.$$

104.—En las redes especiales que enlazan las pequeñas bases con la red general, se compensarán los errores que provienen de las observaciones angulares con completa independencia de los demas cálculos; la línea de enlace

de la red general se considerará despues como una base directamente medida.

105.—La red española se dividirá en diez trozos, para el efecto de compensar en cada uno, con independencia de los demas, los errores que acusan las observaciones angulares superabundantes. La division está detallada en el cuadro siguiente. Véanse las figuras 1 á 10.

Trozos.	LÍNEAS COMUNES.		
I.	Peñas	—	Gamonal.
	Gamonal	—	Trigueiro.
	Trigueiro	—	Mampodre.
	Mampodre	—	Espigüete.
	Matadeon	—	San Vicente.
	Flores	—	Serrota.
	Serrota	—	Corral.
	Corral	—	Diego Gómez.
II.	Peñas	—	Gamonal.
	Gamonal	—	Trigueiro.
	Trigueiro	—	Mampodre.
	Mampodre	—	Espigüete.
	Matadeon	—	San Vicente.
	Hierro	—	Colgadizos.
	Moratilla	—	Ardal.
	Ardal	—	San Millan.
	San Millan	—	Altotero.
	Altotero	—	Valnera.
	Valnera	—	Llatias.

Trozos.	LÍNEAS COMUNES.		
VI.	Serrota	—	Flores.
	Hierro	—	Colgadizos.
	Santos	—	Altomira.
	Navajo	—	Calderina.
VII.	Alto-Cruz	—	Morés.
	Morés	—	Montolar.
	Ares	—	Desierto.
	Espadan	—	Salada.
	Molaton	—	Chinchilla.
	Altomira	—	Santos.
VIII.	Sierra-vieja	—	Oliva.
	Oliva	—	Santa Inés.
	Ahillo	—	Mágina.
	Chullo	—	Mulhacen.
	Mulhacen	—	Conjuros.

	Altotero	—	Valnera.
	Valnera	—	Llatias.
	Estéban	—	Montolar.
	Montolar	—	Morés.
	Morés	—	Alto-Cruz.
IV.	Estéban	—	Montolar.
	Desierto	—	Ares.
V.	Diego Gómez	—	Corral.
	Corral	—	Serrota.
	Palo	—	Mojina.
	Mojina	—	Rebollera.
	Santa Inés	—	Oliva.
	O iva	—	Sierra-vieja.

	Calderina	—	Navajo.
	Chinchilla	—	Madroño.
	Madroño	—	Carche.
	Carche	—	Cab.ª del Asno.
	Cab.ª del Asno	—	Porron.
X.	Espadan	—	Salada.
	Molaton	—	Chinchilla.
	Chinchilla	—	Madroño.
	Madroño	—	Carche.
	Carche	—	Cab.ª del Asno.
	Cab.ª del Asno	—	Porron.
	Chullo	—	Mulhacen.
	Mulhacen	—	Conjuros.

106.—Para efectuar el cálculo de compensacion en cada trozo, se empezará por formar, á la vista de las observaciones originales, un cróquis del trozo, confrontándole cuidadosamente hasta asegurarse de su exactitud respecto al número y enlace de los puntos por las líneas recíprocas y no recíprocas.

107.—Se deducirá el número de ecuaciones de condicion que exige la existencia de la figura. Designando por l' el número total de líneas, por l el de las observadas recíprocamente, y por p el de puntos, será:

Número de ecuaciones de ángulo. . $l - p + 1$
Id. de id. de lado. . . $l' - 2p + 3$

108.—Se pasará despues á elegir las figuras parciales para formular las ecuaciones de condicion, teniendo muy especial cuidado de no repetir alguna de éstas implícitamente satisfecha por las otras, es decir, que todas las condiciones sean independientes entre sí. Aunque no se pueden dar reglas generales para la eleccion más conveniente de las figuras parciales, servirá de norma que, en igualdad de otras circunstancias, se debe optar por las figuras más sencillas.

109.—Se establecerán numéricamente las

ecuaciones de condicion entre los elementos angulares que resultan de las direcciones más probables en cada estacion aislada. Los valores lineales auxiliares se obtendrán préviamente con suficiente aproximacion empleando estos elementos, y por resolucion sucesiva de triángulos á partir de las bases más próximas.

110.—La ecuacion de ángulo entre los tres α, β, γ, de un triángulo (fig. 11), se escribirá:

$$(22) \qquad d\alpha + d\beta + d\gamma + (u - \varepsilon) = 0,$$

en la cual se representan por:

$d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$,... las correcciones que han de sufrir los ángulos α, β, γ; y que vienen expresadas en funcion de la resta algebráica de las correspondientes á las direcciones que los determinan,

u. . . el exceso de la suma de α, β, y γ sobre 180°,

y

ε. . . el exceso esférico del triángulo.

111.—Un sistema de cuatro puntos enlazados por seis líneas (fig. 12), dará lugar á la ecuacion de lado

$$(23)\begin{cases} 0 = \frac{1}{\text{sen } 1''}\left(\frac{\text{sen } \alpha . \text{ sen } \beta . \text{ sen } \gamma}{\text{sen } \alpha^{1} . \text{ sen } \beta^{1} . \text{ sen } \gamma^{1}} - 1\right) \\ + (\text{cotg } \alpha . d\alpha + \text{cotg } \beta . d\beta + \text{cotg } \gamma . d\gamma) - \\ (\text{cotg } \alpha^{1} . d\alpha_{1} + \text{cotg } \beta^{1} . d\beta^{1} + \text{cotg } \gamma^{1} . d\gamma^{1}) \end{cases}$$

en la cual $d\alpha$, $d\beta$,... tienen la misma significacion que en la de ángulo. Idéntica forma resulta en el caso de que el punto D (fig. 13), observado desde los tres ya enlazados A, B, C, no esté situado en el interior del triángulo A B C, y tambien cuando el punto interior O lo sea de un cuadrilátero ú otro polígono cualquiera A, B, C, D... (fig. 14). Cuando en cualquiera de estos casos particulares ocurriese que uno ó más ángulos de los que figuran en la ecuacion de lado, análoga á la (23), no se hubiese directamente observado, como por ejemplo el ángulo α (figura 12), se sustituirá, al formular la ecuacion de condicion, por $180 + \varepsilon - (\alpha' + c)$; siendo ε el exceso esférico del triángulo cuyos ángulos son α, α' y c.

112.—En el caso de que en la red exista una línea entre dos puntos no enlazados directamente por otra, formándose así un espacio cerrado por un polígono de cualquier número de lados (fig. 15), se tendrán que considerar, á causa de su formacion especial, algunas de las

ecuaciones á que da lugar esta circunstancia, que son una de ángulo y tres de lado, ó una de ángulo y dos de lado respectivamente, segun que alrededor de dicho espacio E haya ó no una cadena de triángulos continua y envolvente. La ecuacion de ángulo será semejante á la que ocasiona un triángulo; *u* representará el exceso de la suma de los *n* ángulos del polígono sobre $180° (n - 2)$, y el exceso esférico ε será el que corresponda á la superficie del polígono. Conocidos aproximadamente los ángulos y lados de éste, tambien lo es ε. La ecuacion de lado que exige la cadena envolvente, es de la misma forma que la de polígono con punto central, sólo que en lugar de considerar los ángulos á derecha é izquierda de las líneas radiales, se formarán los productos de los senos de los ángulos alternos. Las dos ecuaciones de lado que restan, y cuya existencia implica la del espacio cerrado, son:

$$
(24)\left\{
\begin{aligned}
o = \frac{1}{\operatorname{sen} 1''}(M+H) &+ L \cos B \operatorname{cotg}\gamma\, d\gamma + L' \cos(B+C) \operatorname{cotg}\gamma^{I}\, d\gamma^{I} + \\
&\quad L'' \cos(B+C+D) \operatorname{cotg}\gamma^{II}\, d\gamma^{II} + \ldots\ldots \\
&+ [\operatorname{cotg} a\, d a]\ (L \cos B + L' \cos(B+C) + \\
&\quad\quad L'' \cos(B+C+D) + \ldots\ldots) \\
&+ [\operatorname{cotg} b\, d b]\ (L' \cos(B+C) + L'' \cos(B+C+D) + \ldots\ldots) \\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&- d B\ (L \operatorname{sen} B + L' \operatorname{sen}(B+C) + L'' \operatorname{sen}(B+C+D) + \ldots) \\
&- d C\ (L' \operatorname{sen}(B+C) + L'' \operatorname{sen}(B+C+D) + \ldots\ldots) \\
&- d D\ (L'' \operatorname{sen}(B+C+D) + \ldots\ldots) \\
&- \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
o = \frac{1}{\operatorname{sen} 1''}(M'+H') &+ L \operatorname{sen} B \operatorname{cotg}\gamma\, d\gamma + L' \operatorname{sen}(B+C) \operatorname{cotg}\gamma^{I}\, d\gamma^{I} + \\
&\quad L'' \operatorname{sen}(B+C+D) \operatorname{cotg}\gamma^{II}\, d\gamma^{II} + \ldots\ldots \\
&+ [\operatorname{cotg} a\, d a]\ (L \operatorname{sen} B + L' \operatorname{sen}(B+C) + \\
&\quad\quad L'' \operatorname{sen}(B+C+D) + \ldots\ldots) \\
&+ [\operatorname{cotg} b\, d b]\ (L' \operatorname{sen}(B+C) + L'' \operatorname{sen}(B+C+D) + \ldots\ldots) \\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&+ d B\ (L \cos B + L' \cos(B+C) + L'' \cos(B+C+D) + \ldots\ldots) \\
&+ d C\ (L' \cos(B+C) + L'' \cos(B+C+D) + \ldots\ldots) \\
&+ d D\ (L'' \cos(B+C+D) + \ldots\ldots) \\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
\right.
$$

Para expresar numéricamente estas ecuaciones, se procederá por el órden siguiente:

Se obtendrán valores aproximados de los lados A B, B C, C D,... del polígono que cierra el espacio E; si existe cadena envolvente, ó lo que es igual otro polígono A'B'C'... se obtendrán valores únicos distribuyendo los errores por una ecuacion de condicion semejante á la [(23)], en la cual figurarán los ángulos alternos de la cadena. Elegido despues un lado cualquiera A B, que conviene no sea de los de menor longitud lineal, se tomará como unidad para obtener los valores relativos L, L', L'',... de los demas, cuyas expresiones son funciones de los senos de los ángulos observados. Se imaginará un punto *o* central que, unido con los vértices, divida al polígono, en cuanto sea posible, en triángulos regularmente conformados, cuyos excesos esféricos se han de calcular. Este punto *o* se fijará respecto del lado A B, considerando *el triángulo isósceles* A B O, en el cual A B = A O. Con el ángulo arbitrario m del triángulo plano de lados iguales al esférico, se obtendrán el ángulo m', el lado O B y el exceso esférico ε_1, y por consiguiente, los ángulos esféricos del triángulo I. Restando del ángulo B el calculado $m' + \frac{\varepsilon_1}{3}$,

se tendrá el $n' + \frac{\varepsilon_2}{3}$ esférico del triángulo II, y con él y los dos lados conocidos lo será tambien ε_2, y por lo tanto, n' del triángulo plano. Siguiendo este procedimiento hasta llegar al triángulo V, se obtendrán todos los excesos esféricos de los triángulos, y con su suma ε_P el correspondiente al área total del polígono. Despues se hallarán con sus signos los senos y cosenos de los ángulos B, B + C, B + C + D,... los que, multiplicados respectivamente por L, L', L'',... y por los factores conocidos $\frac{\varepsilon_1}{3}$, $\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{3}$,..., y sumados los productos darán á conocer, en union de ε_P, los valores de H y H' por las siguientes fórmulas:

$$(25)\begin{cases} H = \left(1 - 2\,\mathrm{sen}\,\frac{\varepsilon_P}{6}\,\mathrm{sen}\left(m - \frac{\varepsilon_P}{6}\right)\right) + \begin{cases} L\,\mathrm{sen}\,B \times \frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{3} \\ L'\,\mathrm{sen}(B+C) \times \frac{\varepsilon_1+2\varepsilon_2+\varepsilon_3}{3} \\ L''\,\mathrm{sen}(B+C+D) \times \frac{\varepsilon_1+2\varepsilon_2+2\varepsilon_3+\varepsilon_4}{3} \\ L'''\,\mathrm{sen}(B+C+D+E) \times \frac{\varepsilon_1+2\varepsilon_2+2\varepsilon_3+2\varepsilon_4+\varepsilon_5}{3} \end{cases} \\ H' = \left(1 - 2\,\mathrm{sen}\,\frac{\varepsilon_P}{6}\,\cos\left(m - \frac{\varepsilon_P}{6}\right)\right) - \begin{cases} L\cos B \times \frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{3} \\ L'\cos(B+C) \times \frac{\varepsilon_1+2\varepsilon_2+\varepsilon_3}{3} \\ L''\cos(B+C+D) \times \frac{\varepsilon_1+2\varepsilon_2+2\varepsilon_3+\varepsilon_4}{3} \\ L'''\cos(B+C+D+E) \times \frac{\varepsilon_1+2\varepsilon_2+2\varepsilon_3+2\varepsilon_4+\varepsilon_5}{3} \end{cases} \end{cases}$$

Los mismos productos de los lados por los senos y cosenos darán á M y M' por las fórmulas

$$(26)\ \begin{cases} M = L\cos B + L'\cos(B+C) + L''\cos(B+C+D) + L'''\cos(B+C+D+E) \\ M' = L\,\text{sen}\,B + L'\,\text{sen}\,(B+C) + L''\,\text{sen}\,(B+C+D) + L'''\,\text{sen}\,(B+C+D+E) \end{cases}$$

con lo cual se tendrán las constantes $\frac{1}{\text{sen}\ 1''}(H+M)$, y $\frac{1}{\text{sen}\ 1''}(H'+M')$. [(24)].

Se formarán los dos grupos de términos

$$+L\ \left([\cos B \operatorname{cotg} \alpha\, d\alpha] - [\cos B \operatorname{cotg} \beta\, d\beta] - \text{sen}\, B\, dB\right)$$
$$+L'\ \left([\cos(B+C) \operatorname{cotg} \alpha' d\alpha'] - [\cos(B+C) \operatorname{cotg} \beta' d\beta'] - \text{sen}(B+C)(dB+dC)\right)$$
$$+L''\ \left([\cos(B+C+D) \operatorname{cotg} \alpha'' d\alpha''] - [\cos(B+C+D) \operatorname{cotg} \beta'' d\beta''] - \text{sen}\,(B+C+D)(dB+dC+dD)\right)$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+L\ \left([\text{sen}\, B \operatorname{cotg} \alpha\, d\alpha] - [\text{sen}\, B \operatorname{cotg} \beta\, d\beta] + \cos B\, dB\right)$$
$$+L'\ \left([\text{sen}(B+C) \operatorname{cotg} \alpha' d\alpha'] - [\text{sen}(B+C) \operatorname{cotg} \beta' d\beta'] + \cos(B+C)(dB+dC)\right)$$
$$+L''\ \left([\text{sen}\,(B+C+D) \operatorname{cotg} \alpha'' d\alpha''] - [\text{sen}\,(B+C+D) \operatorname{cotg} \beta'' d\beta''] + \cos(B+C+D)(dB+dC+dD)\right)$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

en los cuales las notaciones α, β, α', β,... indican que dentro de cada paréntesis están agrupados diferente número de sumandos, si bien son comunes algunos ángulos de la cadena envolvente. Los representados por α y β son los alternos que dan directamente la relacion L, los α' y β' los que determinan L', etc. En α' y β' están comprendidos todos los α y β, ménos el ángulo γ, del cual no depende L', toda vez que éste es invariable miéntras lo sea la relacion $\frac{\text{sen } p}{\text{sen } p'}$. Por esta razon, estos ángulos γ, γ^{I}, γ^{II}, aparecen sólo una vez en cada uno de los grupos anteriores. Reuniendo los términos en que entran las mismas correcciones, si se designan por *a* los ángulos que figuran en todas las relaciones L, L', L'';... por *b* los que entran en todas ménos en la primera, etc.; y por γ, γ^{I} γ^{II}... los que sólo en una, y agregando respectivamente, cada uno de los grupos anteriores á las constantes $\frac{1}{\text{sen } 1''}(\text{H} + \text{M})$ y $\frac{1}{\text{sen } 1''}(\text{H}' + \text{M}')$, se tendrán formadas las ecuaciones de condicion [(24)]. Las correcciones *da*, *db*, *dc*, se expresarán por la resta algebráica de las correspondientes á las direcciones que determinan los ángulos observados; los signos de las cotangentes serán los que resulten segun entren los senos de los mis-

mos ángulos en uno ú otro término de los cocientes que expresan las relaciones L, L′, L″,... Para conocer los signos por el concepto de los senos y cosenos de los ángulos B, B + C, B + C + D,.... basta notar que para los senos será positivo cuando la suma de los suplementos de cada ángulo sea menor que 180°, y negativo cuando exceda de esta cantidad; y con respecto á los cosenos, si dicha suma de suplementos está comprendida entre 0° y 90° ó entre 270° y 360°, será positivo, y negativo en el caso contrario.

113.—Establecidas numéricamente todas las ecuaciones de condicion que exige la figura del trozo de red, se les asignará un número de órden para la formacion de las ecuaciones finales, procurando, en vista del enlace que media entre las correcciones que se trata de obtener, que el desarrollo de los cálculos sea lo menor posible.

114.—Los datos obtenidos en los puntos que son comunes á dos ó más trozos en el concepto de que todas las direcciones observadas formasen parte de una misma figura, se acomodarán á las compensaciones aisladas de cada uno de la manera siguiente: Se conservarán íntegros, como en todos los demás puntos no comunes, los valores de las direcciones más probables en la

estacion aislada. Sea, por ejemplo (fig. 16), V O una línea comun á los trozos T y T', y supóngase que en V se hayan observado ademas las direcciones á los puntos A y B del trozo T y á C y D del T'; si 0, *a*, *b*, *c*, *d*,... son las direcciones más probables calculadas por todas las observaciones hechas en la estacion V, se asignará á cada uno de los grupos T y T' respectivamente los sistemas 0, *a*, *b*, y *o*, *c*, *d*.

En las ecuaciones de enlace [(12)] de las estaciones de cada trozo, no deben figurar sino las correcciones de la forma (1), (2),... referentes á las líneas que lo constituyen; por esta razon, en la estacion V, se formarán dos sistemas de dichas ecuaciones, uno para cada grupo de la red. Para llegar á los valores de los coeficientes $[\alpha\alpha,]$ $[\alpha\beta,]$ $[\alpha\gamma]$,... se calcularán los valores de $[an]$, $[aa]$, $[ab]$,... considerando para cada grupo que las direcciones del otro son invariables respecto de la inicial y comun V O, y por lo tanto que cuando una ó más direcciones del trozo T estén ligadas, en la misma vuelta de horizonte, con otra ú otras del T' y no con la inicial V O, se considere ésta como observada y sustituya en cada trozo á las direcciones del otro.

Cuando ademas de la línea V O (fig. 17) exista otra comun V B, corresponderán al trozo T las direcciones V O, V A, V B, y al T', V O, V B,

VC, VD; la aplicacion del procedimiento no presenta dificultad alguna. En el caso de que en V concurriesen tres trozos, T, T', y T'', (figura 18), es preciso elegir además una segunda linea comun, como inicial, para calcular los coeficientes de las ecuaciones del tercer trozo.

En el cuadro siguiente se encuentran detallados los grupos de observaciones de igual peso que corresponden á los trozos T y T', bien haya una ó dos direcciones comunes.

GRUPOS POSIBLES en la ESTACION V.	CASO DE UNA DIRECCION COMUN (fig. 1). TROZO T. *Direcciones* O.A.B.	CASO DE UNA DIRECCION COMUN (fig. 1). TROZO T'. *Direcciones* O.C.D.	CASO DE DOS DIRECCIONES COMUNES (fig. 2). TROZO T. *Direcciones* O. A. B.	CASO DE DOS DIRECCIONES COMUNES (fig. 2). TROZO T'. *Direcciones* O. B. C. D.
O. A. B. C. D.	O. A. B.	O. C. D.	O. A. B.	O. B. C. D.
O. A. B. C.	O. A. B.	O. C.	O. A. B.	O. B. C.
O. A. B. D.	O. A. B.	O. D.	O. A. B.	O. B. D.
O. A. B.	O. A. B.	———	O. A. B.	O. B.
O. A. C. D.	O. A.	O. C. D.	O. A.	O. C. D.
O. A. C.	O. A.	O. C.	O. A.	O. C.
O. A. D.	O. A.	O. D.	O. A.	O. D.
O. A.	O. A.	———	O. A.	———
O. B. C. D.	O. B.	O. C. D.	O. B.	O. B. C. D.
O. B. C.	O. B.	O. C.	O. B.	O. B. C.
O. B. D.	O. B.	O. D.	O. B.	O. B. D.
O. B.	O. B.	———	O. B.	O. B.
O. C. D.	———	O. C. D.	———	O. C. D.
O. C.	———	O. C.	———	O. C.
O. D.	———	O. D.	———	O. D.
A. B. C. D.	O. A. B.	O. C. D.	O. A. B.	O. B. C. D.
A. B. C.	O. A. B.	O. C.	O. A. B.	O. B. C.
A. B. D.	O. A. B.	O. D.	O. A. B.	O. B. D.
A. B.	A. B.	———	A. B.	O. B.
A. C. D.	O. A.	O. C. D.	O. A.	C. C. D.
A. C.	O. A.	O. C.	O. A.	O. C.
A. D.	O. A.	O. D.	O. A.	O. D.
B. C. D.	O. B.	O. C. D.	O. B.	B. C. D.
B. C.	O. B.	O. C.	O. B.	B. C.
B. D.	O. B.	O. D.	O. B.	B. D.
C. D.	———	C. D.	———	C. D.

115.—Partiendo de las ecuaciones de condicion, se establecerán las expresiones de cada una de las incógnitas de la forma $[x]$, en funcion de otras incógnitas auxiliares notadas por los números de órden I, II, III, de las mismas ecuaciones. Estas expresiones son:

$$(27)\ldots\ldots\begin{cases}[1]=\alpha\ \mathrm{I}+\beta\ \mathrm{II}+\gamma\ \mathrm{III}+\ldots\\ [2]=\alpha'\ \mathrm{I}+\beta'\ \mathrm{II}+\gamma'\ \mathrm{III}+\ldots\\ [3]=\alpha''\ \mathrm{I}+\beta''\ \mathrm{II}+\gamma''\ \mathrm{III}+\ldots\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\end{cases}$$

en las cuales $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ representan respectivamente los coeficientes de la correccion (1) en las ecuaciones I, II, III,...; $\alpha', \beta', \gamma'\ldots$ los de la correccion (2) en las mismas respectivas ecuaciones, etc.

116.—Sustituidos estos valores en los grupos de ecuaciones de enlace [(12)], se tendrán las correcciones (1), (2), (3),... en funcion de las incógnitas correlativas I, II, III...

117.—Introducidas á su vez estas expresiones de (1), (2), (3),... en las ecuaciones de condicion, se llegará á las finales de forma semejante á las [(9)].

118.—La resolucion de las finales proporcionará los valores de las incógnitas I, II, III,... que sustituidos en las de enlace, preparadas como se dice en el art. 116, darán á conocer por

completo las correcciones (1), (2), (3),... que deben satisfacer á las ecuaciones de condicion.

119.—Se calculará, en cada estacion, el valor de la correccion z que la direccion inicial ó cero debe sufrir por la influencia que ejercen sobre ella las (1), (2), (3),... de las demas direcciones, por la fórmula

$$o = z\,(h + h' + h'' + \ldots) + h'\,(1) + h''\,(2) + h'''\,(3) +, \ldots$$

en la cual h, h', h''... representan el número de punterías hechas respectivamente al objeto cuya direccion se eligió como cero, á aquél á cuya direccion más probable en la estacion aislada correspondió la correccion (1), etc.

120.—Agregando el valor de z, en cada estacion, á las correcciones ya calculadas, 0, (1), (2), (3),... se tendrán las totales que deben sufrir las direcciones más probables en cada estacion, para satisfacer completamente á las condiciones geométricas de la red, y que todos los resultados tengan el mismo peso.

NIVELACIONES DE PRECISION.

TRABAJOS DE CAMPO.

PRESCRIPCIONES GENERALES.

121.—En las nivelaciones de precision se emplearán los instrumentos construidos con arreglo á los modelos del Sr. Kern, de Aarau.

122.—Las líneas de nivelacion seguirán, en general, las vías de comunicacion por el órden de preferencia siguiente: carreteras generales, carreteras provinciales, ferrocarriles, caminos vecinales carreteros y los de esta misma clase, de herradura.

123.—Se nivelará desde el centro, tolerándose, cuando más, una diferencia de 10^m entre las distancias de las dos posiciones de la mira al instrumento. La longitud de la nivelada se procurará que sea la mayor posible, pero sin que exceda de 90^m, ó sean 100 á 110 pasos, sino en casos excepcionales. Para la mayoría de los observadores la distancia á que se observa

con mayor precision es la de 30 á 70 metros. Respecto á las distancias en las que, dada la separacion de los hilos de los retículos en uso, habrá probabilidad de que la proyeccion de los hilos no salga fuera de la mira, se puede establecer en general y sólo aproximadamente que, en parajes montañosos y de pendientes fuertes, la nivelada no podrá exceder de 15 á 25 metros, ó sea 18 á 30 pasos; en las cuestas, de 25 á 40 metros, ó 30 á 48 pasos; en las carreteras que marchan por el llano, de 40 á 70 metros, ó 48 á 85 pasos; y en los ferrocarriles de 90 metros, ó 110 pasos.

124.—La nivelacion ha de ser doble, ejecutada por dos distintos observadores, con distintos instrumentos y caminando en sentidos opuestos, determinando uno y otro observador las cotas de las mismas referencias. Entre las dos nivelaciones de un mismo trozo de línea, debe trascurrir el menor tiempo posible.

125.—Se adoptarán como límites de precision en las nivelaciones, los siguientes: 1^{mm} el máximo error de observacion á 100^{m} de distancia; $0^{mm},1$ el que pueda afectar á las correcciones y reducciones que se introduzcan en la observacion; $5^{mm}\sqrt{K}$ error de cierre en un polígono, ó en la doble nivelacion de una línea

de K kilómetros; $0^m,50$ máximo error en la apreciacion de la distancia á 100^m; 10″ de inclinacion del nivel en cada estacion; 1^{mm} diferencia de lecturas á 40^m de la mira sobre el hilo central en las dos posiciones del anteojo á 180°; y por último, una division de desvío de la ampolla en las dos posiciones normal é inversa.

126.—Las referencias serán de dos especies: principales y secundarias. Servirán las primeras para la subdivision del trabajo en secciones independientes. Las de segunda serán de dos clases, y satisfarán á dos objetos: la determinacion de cotas importantes de poblaciones, vértices de la red geodésica, puntos de empalme de las comunicaciones, etc., y de los que se crean convenientes para emprender otras líneas de nivelacion; y al mismo tiempo el de dividir las secciones en trozos de 1^k aproximadamente. El primero lo llenarán únicamente las referencias secundarias de la primera clase, y éstas en union de las de la segunda, cumplirán con el segundo. Otras marcas no numeradas, que el observador establecerá en la forma que crea conveniente, señalarán los parajes en que estacionó la mira en cada fin de dia y cuando se interrumpa por cualquier causa el trabajo.

127.—Las referencias principales se han de colocar, en lo posible, de manera que en todo tiempo puedan ser consideradas como puntos fijos que no han experimentado variacion alguna. En ellas se grabarán las iniciales N P (nivelaciones de precision) y un número de órden; la distancia entre dos consecutivas no excederá de 25 kilómetros.

128.—Las referencias secundarias de la primera clase presentarán la misma estabilidad que las principales, áun cuando procurando que su colocacion sea más fácil y económica que la de éstas. Las referencias secundarias de ambas clases estarán numeradas correlativamente dentro de cada seccion.

129.—Las referencias ó señales principales consisten en una pieza de bronce fundido, de forma cilíndrica, de $0^{m},10$ de longitud y $0^{m},03$ de diámetro, terminada en un extremo por un disco ó placa circular del mismo metal, de $0^{m},08$ de diámetro y $0^{m},006$ de espesor, en el cual están grabadas las iniciales N P y el número de órden. Este cilindro se introduce verticalmente y se emploma en un taladro abierto en la roca ó sillar de alguna construccion cuya permanencia ofrezca suficiente garantía, de suerte que quede rasante al suelo la cara superior del

disco. La permanencia indefinida que se busca para estas señales principales, á fin de que en todo tiempo puedan servir de puntos de partida para las nivelaciones que hayan de emprender el Estado, las provincias, los Municipios ó los particulares, exige que cuando las señales principales no reunan completa garantía de estabilidad, se coloquen á su proximidad otras de la primera clase de las secundarias que les sirvan de referencia, á fin de que por ellas se puedan restablecer en su verdadero lugar las primeras, en el caso de haber éstas desaparecido.

130.—Las señales secundarias pertenecientes á la primera clase consisten en un clavo de bronce fundido, cuya espiga tiene $0^m,10$ de longitud y 0^m01 de diámetro, y la cabeza $0^m,015$ de diámetro y $0^m,01$ de espesor, que se introduce á martillo en un taladro, de modo que enrase su cabeza con la cara superior de la piedra. Alrededor de la cabeza del clavo se pinta al óleo una señal circular de $0^m,08$ de diámetro, y el número de órden correspondiente. La cabeza del clavo forma un punto estable y visible áun cuando se borre la señal pintada que la circunda.

131.—Las señales secundarias de la segunda clase se pintarán en la roca ó sitio algo estable,

formándolas un cuadro de $0^m,08$ de lado con una circunferencia interior de $0^m,15$ de diámetro, y al lado el número de órden correspondiente. La estabilidad del paraje donde se colocan estas señales es tan sólo indispensable durante el tiempo que transcurra desde la primera nivelacion hasta que, ejecutada la segunda, se vea si es preciso ó no repetir el trozo correspondiente.

132.—Colocada una señal de bronce, se tomarán sus referencias más principales á otros puntos fijos y notables, de modo que se pueda conocer su posicion, acompañando, si es preciso, un ligero cróquis.

133.—En las señales geodésicas enlazadas á la red de nivelaciones, se establecerán las referencias en el plano horizontal que contenga el vértice. Las nivelaciones especiales á estos vértices constituirán líneas secundarias.

134.—En las entradas y salidas de las poblaciones y en la proximidad de pasos difíciles, conviene establecer marcas análogas á las de fin de dia, para evitar la repeticion de la parte nivelada del trozo, si fuese preciso interrumpir el trabajo.

135.—Fijados los sitios donde se deban establecer señales principales y secundarias de la primera clase, la colocacion no se hará hasta que lo exija el curso de la nivelacion.

136.—Si no se encuentran edificios convenientes para el establecimiento de las señales principales y secundarias de la primera clase, se incrustarán éstas en un sillarejo, y éste á su vez en la mampostería de la construccion más sólida que se encuentre.

137.—Cuando la línea de nivelacion siga un ferrocarril, se evitarán los túneles, eligiendo á su proximidad alguna carretera ó camino adecuado.

138.—Cuando en un trozo haya entradas de poblaciones, fuertes pendientes, ó pasos tortuosos, el observador fijará definitivamente el itinerario desde que llegue al trozo anterior, para no exponerse á perder el trabajo hecho.

INSTRUMENTOS.

139.—Cada uno de los instrumentos mencionados en el art. 121 es un nivel de anteojo perfeccionado. Un eje vertical de acero está fijo á una pieza de metal qne tiene tres brazos horizontales atravesados por los tornillos de apoyo. Terminado cada uno de éstos en una esfera que se aloja en una cavidad semiesférica, queda sujeto el instrumento al trípode por tres corchetes que encierran á las esferas en sus cavidades, de modo que se pueda transportar el

trípode, de estacion en estacion, sin necesidad de desmontar el instrumento. Sobre el eje de acero gira una pieza de metal á la que están unidas dos reglas horizontales y dos armaduras verticales articuladas, formando todas un cuadrilátero variable de forma. En las armaduras verticales descansa el anteojo y sobre éste el nivel. El anteojo se compone de un objetivo acromático de 36^{mm} de abertura, de 369^{mm} de distancia focal, y del correspondiente ocular astronómico que produce una amplificacion lineal de 40 veces. En una de las armaduras está contenido el tornillo de elevacion, cuyo paso es muy pequeño, y ambas tienen dos corchetes de muelle que, girando en sus extremos, sujetan las piezas que ocupan la parte superior del instrumento. Levantados los corchetes se puede invertir el anteojo juntamente con el nivel ó solamente éste sobre aquél, y cuando están cerrados los corchetes se puede hacer girar al anteojo 180° alrededor de su eje de figura sin que varíe la posicion del nivel. Un tornillo fijo al cuerpo del anteojo, y un tope movible que se halla colocado en una de las armaduras verticales, permiten, cuando están en contacto, rectificar la horizontalidad de los tres hilos paralelos del retículo, existiendo en él ademas un cuarto hilo perpendicular á los anteriores, fijos

todos á un mismo marco, el cual está oprimido exteriormente por tornillos que permiten corregir la colimacion de los dos hilos centrales perpendiculares entre sí. El nivel se halla sujeto en una armadura cilíndrica de metal, en uno de cuyos extremos tiene los tornillos necesarios para las rectificaciones. Esta armadura está encerrada en una caja de madera con un cristal en la parte superior, que preserva algun tanto al nivel de las rápidas variaciones de temperatura. En la misma parte superior un espejo movible, colocado con la inclinacion conveniente, permite al observador hacer por reflexion la lectura del nivel, sin moverse de la posicion que tiene al observar la mira. La numeracion de la division en el tubo del nivel aumenta desde el centro hácia los extremos. Para precaver los efectos que sobre el nivel pudieran ejercer las elevadas temperaturas en algunas comarcas de España, los tubos tienen en uno de los extremos una cámara que permite aumentar ó disminuir la ampolla á voluntad.

140.—La mira correspondiente á cada instrumento consiste en una pieza de madera de pinabete del Norte, de algo más de 3 metros de largo, de 80 milímetros de ancho y 25 de grueso; reforzada con una costilla de la misma madera fija con tornillos, de 32 milímetros de an-

cho por 15 de grueso. En el centro de la otra cara de la mira está la division en centímetros, alternativamente blancos y negros. A un lado de la division están marcados los decímetros con un cuadrado negro de un centímetro de lado, y numerados en su centro con cifras de un centímetro y medio de alto. Al otro lado está la numeracion de los centímetros, dentro de cada decímetro, pero sólo con los números pares; esta numeracion está colocada horizontalmente, y los guarismos tienen centímetro y medio de alto. En la parte superior, y al costado, lleva la mira un gancho del que se cuelga una plomada, cuya punta coincide con otra colocada en la parte inferior cuando la mira ocupa la posicion vertical; en el costado opuesto, se sujeta á la mira un nivel esférico provisto de tres tornillos para su rectificacion. En la parte inferior de la mira está fija una armadura de hierro con un pivote pulimentado de 15 milímetros de diámetro y 20 de largo, que entra en un taladro abierto en una plancha pesada de hierro fundido, en cuya cara inferior tiene cuatro puntas para que se adhiera al terreno. Un trípode especial sirve para que la mira, puesta vertical, no experimente movimiento alguno.

Con objeto de aminorar la eventualidad de que se deslicen errores groseros en las lecturas sobre

las divisiones de las miras, lleva cada una adosado un liston dividido en decímetros que coinciden con los de la mira; cada decímetro está pintado de color diferente, alternando el negro, blanco y rojo. La designacion del color en que se proyecta cada hilo del retículo forma parte integrante de las lecturas. Como á las mismas unidades de decímetro corresponden colores diferentes en cada uno de los tres metros de la mira, es fácil apercibirse de cualquier error grosero y casi siempre salvarlo y corregirlo con seguridad, evitando así efectuar de nuevo el trabajo de nivelacion.

Cerca de cada uno de sus extremos lleva ademas la mira una planchita de metal sólidamente incrustada en el espesor de la madera; en estas planchitas están grabados con un punzon muy fino, puntos, que sirven para estudiar las variaciones de la longitud total de las miras. Las planchitas están resguardadas por unas cubiertas metálicas, sujetas á las miras, y que se sellan cuidadosamente para que permanezcan intactas durante las operaciones de campo.

DETERMINACION DE LAS CONSTANTES DE LOS INSTRUMENTOS.

141.—Antes de practicar observaciones de nivelacion, es indispensable hacer un detenido estudio del instrumento para conocer los valores que se aceptan como constantes, durante el transcurso de una temporada de campo. Estas constantes son:

1.ª El valor angular correspondiente á una division del nivel.

2.ª La separacion angular entre cada dos hilos del retículo, y

3.ª La longitud absoluta de la mira.

142.—Los valores angulares de las divisiones de los niveles se determinarán por medio de la probeta ó examinador, que posee el Instituto. Colocada la probeta sobre un sólido pilar de manera que su base de cristal esté nivelada en sentido de la anchura, se pondrá el tubo del nivel sobre los collares de la probeta, sujetándolo suavemente para que no resbale. Se lleva despues la ampolla á uno de los extremos del tubo, con el movimiento del tornillo micrométrico, pero de suerte que al permanecer aquélla en reposo queden libres sus extremos. En esta posicion se harán las lecturas que corres-

ponden á éstos y la del índice del tornillo. Se hará despues girar á éste cinco divisiones de una manera continua y en el mismo sentido, y al quedar la ampolla en reposo se efectuarán análogas lecturas; repitiendo esta operacion hasta que la ampolla haya recorrido toda la parte dividida del tubo, con lo cual quedará terminada una série sencilla de observaciones. Repetida la operacion en sentido inverso, es decir, moviendo el tornillo en direccion opuesta á la anterior, se completará la doble série. Seis de éstas son suficientes para conocer con la necesaria precision el valor de las divisiones del nivel, variando en cada série el paso del tornillo que sirve para el estudio. Las observaciones se anotarán como indica el formulario número 28.

143.—Para determinar la separacion angular de los hilos paralelos del retículo, se procede de la manera siguiente: Se mide una distancia de 100^{m} y se divide en diez trozos iguales, eligiendo un terreno inclinado de manera que, hallándose el instrumento colocado primero en un extremo y luégo en el otro, y la mira sucesivamente en los diez trozos, los hilos del retículo se proyecten sobre diferentes puntos de la mira, para eliminar de este modo la influencia de los errores de division. Se leerá en cada

posicion del instrumento y mira la indicacion sobre ésta de la proyeccion de los tres hilos, repitiendo doce veces para cada distancia estas observaciones, variando la altura del instrumento y los observadores. Las anotaciones se dispondrán con arreglo al formulario núm. 29.

144.—La longitud absoluta de las miras, se obtendrá directamente por su comparacion con la regla de hierro del aparato «Ibañez.» Montado el comparador con los microscopios-micrométricos fijos á la distancia de tres metros, dispuestas la regla y la mira que se van á comparar en sus respectivos soportes movibles, en situacion horizontal, y de manera que los trazos O y III de la regla y los puntos grabados en las planchas de la mira, se presenten sucesivamente en el campo de los microscopios con claridad y en buenas condiciones de observacion, é instalados ademas los anteojos para leer las indicaciones de los termómetros de la regla de hierro, se empezará por determinar, si ya no se conociese por otras observaciones, el valor de 1^p de los tambores micrométricos, que se aceptará como constante y comun, á las observaciones sobre la regla y la mira. Para ello, colocando debajo de cada microscopio y á la altura de la regla y mira una reglita dividida en décimas de milímetro, se medirán, en partes

del tambor, diferentes intervalos entre las rayas de la division. Hecho ésto, se procederá de la manera siguiente: colocada la regla de hierro debajo de los microscopios, un observador en cada uno y dos auxiliares dispuestos á observar en los anteojos los termómetros empezando respectivamente por los 1 y 4, á una señal del geodesta que dirija la operacion, se observarán todos y se harán las lecturas de ambos micrómetros correspondientes á los trazos O y III. Las dos primeras lecturas de termómetros hechas por cada auxiliar en cada comparacion servirán para el cálculo; la observacion de los restantes sólo tiene por objeto evitar algun error grosero en la temperatura. Sin pérdida de tiempo, se desviará la regla de hierro, y se colocará en su lugar la mira, sobre la cual, y observando los puntos grabados en las planchitas, se harán á la vez las lecturas micrométricas correspondientes. Tanto estas lecturas sobre la regla y la mira, como las de los termómetros y las observaciones para obtener los valores de 1^p de los tambores micrométricos, se anotarán por los propios observadores en hojas arregladas al formulario número 30. Todo lo dicho constituye una comparacion sencilla. Se continuará de la misma manera, empezando la segunda en órden inverso, es decir, observando primero la mira que se halla

ya debajo del comparador. Serán suficientes 40 comparaciones.

Se procurará hacer cada comparacion sencilla en el menor tiempo posible, no importando que transcurra alguno de una á otra. Antes y despues de una série de comparaciones, convendrá asegurarse de la invariabilidad de los ejes de los microscopios y atender á la horizontalidad de la regla y de la mira.

PRÁCTICA DE LA NIVELACION.

145.—Así como las constantes de que se ha hablado anteriormente se admite que lo son durante el transcurso de una campaña, los errores instrumentales se determinan metódicamente ántes y despues de cada série no interrumpida de observaciones, y sus promedios se aplican tambien como constantes en cada série.

146.—Se llamará, para la mejor inteligencia, posicion normal del instrumento, respecto al anteojo, aquélla en que el ocular se halle del lado del tornillo de elevacion, y el tornillo fijo al cuerpo de aquél en contacto con el tope movible de la armadura lateral; y respecto al nivel, cuando los tornillos de rectificacion de su armadura se hallen tambien del lado del mismo

tornillo de elevacion. Las posiciones contrarias se denominarán inversas.

147.—Los errores instrumentales son debidos á la colimacion del hilo central horizontal, al defecto de paralelismo entre el eje de figura del anteojo y la línea de nivel, y al que proviene de no hallarse la ampolla en el centro de la division del tubo, al que por brevedad se llamará en lo sucesivo error del nivel. Como la extension media de la nivelada ha de variar entre 40 y 50 metros, se efectúa la determinacion de los errores colocando la mira en su trípode y á 40 metros de distancia del instrumento.

Establecido éste en posicion normal, se hace una lectura sobre la mira en la proyeccion de los tres hilos, anotando ántes y despues de ella las indicaciones del nivel; se hace girar el anteojo 180° alrededor de su eje de figura, y se repiten las mismas observaciones; vuelto el anteojo á su posicion normal, se efectúan por tercera vez. Si á cada una de éstas se les aplica la correccion por inclinacion, y los tres promedios de las lecturas en los tres hilos se reducen al hilo central, la diferencia entre la altura corregida y reducida de la observacion hecha en posicion inversa, y el promedio de las efectuadas en posicion normal, dará el valor del

doble de la colimacion. La colimacion del hilo central se corregirá hasta conseguir que á la distancia de 40^{m} no exceda de 1^{mm} la diferencia de lecturas en las dos posiciones del anteojo á 180°.

Para conocer el error de paralelismo, se anota la indicacion del nivel estando el instrumento en posicion normal, se coloca despues el anteojo en posicion inversa permaneciendo el nivel en la anterior, y se anota su indicacion; y por tercera vez se anota la lectura del nivel en la primera posicion de éste y del anteojo. La mitad de la diferencia entre la inclinacion del anteojo en posicion inversa y el promedio de las inclinaciones del mismo en las dos posiciones normales, es el valor de este error.

Si en cada posicion anterior del anteojo se anotan las indicaciones del nivel en posicion normal é inversa, invirtiéndolo al efecto, la mitad de la diferencia entre la inclinacion en posicion inversa de la inclinacion en posicion normal, da el error del nivel. Obtenidas así tres determinaciones de este error, su promedio es el que se acepta para el cálculo.

Sumando los tres errores instrumentales y obtenido el promedio de las determinaciones de los mismos al montar y desmontar el instrumento, este promedio es aplicable á las observaciones intermedias.

148.—En el caso de repentina lluvia ú otro accidente extraordinario, no se determinarán segunda vez los errores instrumentales, pero se procurará que esta falta sea excepcional.

149.—Si al transportar el instrumento sufriese choque ó accidente que pudiese influir en la rectificacion que en él se hizo, se determinarán de nuevo los errores instrumentales, para aplicarlos á las observaciones subsiguientes, explicándolo así en las hojas de observacion.

150.—Al poner el instrumento en estacion, todas sus partes deben hallarse en la posicion normal, y se procurará que con sólo la introduccion de los pies del trípode en el suelo, la ampolla del nivel se halle en libertad. Con los tornillos del pié se colocará el eje próximamente vertical, y despues con el de elevacion se traerá la ampolla al centro del tubo del nivel, hasta conseguir por medio de tanteos que la desviacion de la ampolla en las dos posiciones á 180° no exceda de seis divisiones.

151.—Cuando el viento cause tal perturbacion que á pesar de tomar precauciones para resguardar al instrumento, no pueda formarse juicio exacto de la posicion de la ampolla, se suspenderá el trabajo, como tambien cuando por efecto del calor ó de una fuerte reflexion,

la ampolla tome movimientos muy perezosos é inciertos; pudiendo fijarse, en general, y sólo aproximadamente, que en las llanuras del centro de España, en las hondonadas y en las carreteras ó parajes de suelo blanquecino, no se deberá nivelar, durante los fuertes calores, despues de las diez de la mañana ni ántes de las cuatro de la tarde, excepto en circunstancias favorables. El instrumento en estacion debe estar completamente resguardado del sol y de una reflexion muy fuerte de sus rayos, y con la misma precaucion se debe transportar de estacion en estacion.

152.—Tomadas todas estas precauciones, bien penetrado el observador de que no se debe aumentar la velocidad del trabajo á costa de la precision, y de que la verticalidad del eje de rotacion es la condicion más importante, se puede ya proceder á las observaciones. Colocado el nivel en estacion, y recibido el aviso de que la mira está vertical, se leerán y escribirán las indicaciones de la ampolla, apreciando las décimas de division, se hará la lectura sobre la mira en las tres proyecciones de los hilos, apreciando los milímetros y medios milímetros, si es posible, y se escribirá sin abreviaturas y debajo de cada lectura el color sobre que se proyecta el hilo; se anotarán por segunda vez las

indicaciones de la ampolla del nivel, y por último, se volverá á observar la mira para asegurarse de que en la lectura y escritura de las cifras y color no se ha cometido error grosero; teniendo presente que las diferencias entre las lecturas de los hilos deben guardar la misma relacion que se obtuvo ya, segun las distancias, al hacer el estudio del instrumento. Tambien serán objeto de rectificacion las lecturas de los extremos de la ampolla, consistiendo aquélla en ver si ha existido equivocacion al escribir la lectura del lado del ocular por la del objetivo, y si se ha contado alguna division de más ó de ménos. Lo primero se ve comparando la primera con la segunda lectura, y lo segundo viendo el número de divisiones que ocupa la ampolla, que debe ser generalmente el mismo en las cuatro lecturas de cada estacion.

153.—Concluida la nivelada de espalda, ántes de pasar el portamira á la estacion de la mira al frente, se asegurará el observador de que la nivelacion del instrumento subsiste como cuando se empezó la estacion. Si no fuese así, se repetirá la nivelada de espalda, una vez rectificada la nivelacion de aquél. Si se conserva nivelado el instrumento, marcha el portamira rectamente hácia éste contando los pasos, y desde él repite los mismos en la direccion de

la nueva nivelada. El error de equidistancia se conoce por la buena visibilidad hasta distancias de 30^{m}; pero no si la nivelada fuese de mayor longitud. En este caso se aprecia aproximadamente por el espacio abrazado sobre la mira por la proyeccion de los hilos extremos. Si se sospechase que hay error de alguna consideracion, el observador hará avanzar ó retroceder al portamira para que no llegue el error nunca á 10^{m}, ó sean 12 á 14 pasos Si por una circunstancia cualquiera hubiese necesidad de repetir la nivelada de espalda despues de haber pasado el portamira á la estacion del frente, nunca pretenderá el observador volver la mira al lugar que tuvo, áun cuando crea percibir distintamente el sitio que ocupó la plancha, sino que se volverá á nivelar desde la señal fija más próxima.

154.—Todas las observaciones se anotarán en las dobles hojas preparadas que al efecto lleva el observador (form. núm. 31). En la primera y cuarta plana se anotarán el número del instrumento, el dia y la hora; las dos determinaciones de los errores instrumentales y la distancia á que se han tomado, la línea general y seccion en que se trabaja, la causa de la suspension del trabajo en los dias en que lo haya

estado, descripcion de las señales, itinerario seguido, la causa de no haber determinado segunda vez los errores instrumentales, el estado de la atmósfera, cualquier otro acontecimiento que tenga influencia en la nivelacion, y la media firma del observador; de modo que esta parte escrita de las hojas llene en cierto modo el objeto de servir de diario de operaciones. En la segunda y tercera, ó caras interiores de la hoja, se anotan las observaciones segun el encasillado y los epígrafes, indicando por *e* y *f* las estaciones de la mira á la espalda y frente.

Para las señales se adoptarán los signos convencionales siguientes:

Las principales se indicarán con las iniciales N P, y á continuacion el número de órden que les corresponda; las secundarias de primera clase con un círculo y el número de órden que tienen, dentro de la seccion, en esta forma, ○. 7; y las secundarias de segunda clase con un cuadrado y el número de órden, □. 6. Las señales colocadas en vértices geodésicos se indicarán así: V G. H, siendo H la inicial del nombre del vértice; y en su lugar, se pondrá el número de éste, en la red general, si lo tuviere; por ejemplo, V G. 33. En puntos especiales, se usarán como señales cruces, aspas ó letras, y en los cuadernos de observaciones se dibujarán

los mismos signos que se hicieron en el terreno. Algunos puntos importantes suelen indicarse convencionalmente, por ejemplo: O_m, punto de referencia de las observaciones de un mareógrafo; *b*, superficie del mercurio en la cubeta del barómetro; E. S. y E. N., extremos de una base, etc.

Se anotan tambien los pasos en cada estacion, á fin de marcar nuevo trozo cuando su suma sea de 1.200 á 1.700, ó próximamente de 1.000 á 1.400 metros. No se anotarán más observaciones que las comprendidas entre las dos determinaciones sucesivas de los errores instrumentales, ni se mezclarán las de distintas secciones.

155.—Nunca se hará correccion en lo ya escrito, á no ser ántes de levantar el instrumento y mira. El observador que nivele por primera vez cada trozo de línea remitirá al que ha de hacerlo por segunda vez una nota del itinerario y descripcion de las señales que deja establecidas. En las anotaciones no se pondrán comas para separar la parte decimal de la entera; pero se tendrá siempre presente que en la lectura del nivel se escriben las décimas de division, y las centésimas de centímetro en las de la mira.

156.—Diariamente se sacará copia confrontada de las observaciones, siendo responsable

el observador de su conformidad. En cuanto llegue á paraje en que haya correo, remitirá los originales á la Direccion general, y una vez tenida noticia del recibo, remitirá de igual manera las copias correspondientes.

157.—El esmero en la conservacion del instrumento es una de las principales atenciones del observador. Lo sacará de la caja y guardará por sí mismo, pondrá y rectificará el nivel de la mira, y prevendrá lo necesario cuando, por la intensidad del calor, corran riesgo los tubos del instrumento y el nivel esférico de la mira. Se tendrá especial cuidado en que la mira no sufra golpe que pueda torcer el gancho en que se cuelga la plomada y la punta con la cual ha de coincidir, porque si esto sucediese no habría medio fácil de rectificar el nivel esférico. La limpieza del instrumento se limitará á las partes exteriores.

158.—Se colocará la mira en su trípode siempre que se determinen los errores instrumentales, y en algun otro caso en que el viento obligue á ello. El portamira, al recibir del observador el aviso de que ponga la mira vertical, fijará toda su atencion en el nivel para conseguirlo, cuidando al propio tiempo de que la cara de la mira sea normal á la visual. En esta situacion permanecerá inmóvil hasta reci-

bir segundo aviso del observador. Es indispensable para una buena nivelacion que el punto que sirvió de estacion de frente de la mira sea exactamente el mismo en la estacion de espalda siguiente. Por lo tanto, se debe abstener el portamira de apretar la plancha de modo que baje, darlas golpes que la hagan variar de lugar, y de pisarla de modo que se levante de un lado, debiendo el observador inculcarle la obligacion en que está de manifestarle inmediatamente cualquier accidente de esta especie que pueda ocurrir, para rehacer la nivelacion desde la señal más próxima.

159.—Al llegar al paraje en que debe colocarse la mira, el portamira sentará con fuerza la plancha, oprimiéndola con el pié y colocándola, en cuanto se pueda, horizontal. Cuidará de que el pivote de la mira y el taladro de la plancha no estén oxidados, ni obstruido éste, para que al girar la mira no se altere la posicion de la plancha; cuando no se use ésta se tendrá especial cuidado en que la mira gire en el mismo punto de apoyo, que ha de ser el centro de la señal. Las funciones del portamira son, por lo tanto, importantes, y en el momento en que se desconfíe de él, es preferible á todo relevarlo por otro hombre que inspire completa confianza.

160.—Así el observador como el portamira cuidarán de observar la longitud de su paso, y acostumbrarse á darlos siempre iguales cada cual.

161.—Cuando en el curso de una nivelacion ocurriese la necesidad de salvar una brusca diferencia de nivel que no permitiese emplear el procedimiento ordinario, y en general, siempre que esto último tenga lugar por cualquier circunstancia, se utilizará el método geométrico más adecuado para obtener la diferencia de nivel con la precision requerida.

MAREÓGRAFOS.

162.—La red de las nivelaciones de precision se ha de componer de un sistema de líneas, ya radiales ó transversales, cuyo objeto es, al propio tiempo que contribuir al estudio de los problemas enlazados con los niveles relativos de los mares, suministrar las alturas sobre éstos ó *altitudes* de puntos de la red geodésica y de otros de importancia, que han de servir de fundamento á las nivelaciones topográficas. Por esto, el complemento del plan de nivelaciones de precision es la observacion del nivel medio del mar, en varios puntos del litoral de la Pe-

nínsula enlazados inmediatamente con la red de nivelaciones.

163.—La nocion fundamental de lo que se debe entender por nivel medio del mar es la siguiente: Si se designan por $h,^{\mathrm{I}}$ $h,^{\mathrm{II}}$ $h,^{\mathrm{III}}$... un número n de alturas de nivel sobre un mismo punto fijo, elegido para referencia ó cero, observadas á intervalos de tiempo, iguales á $\Delta\, t$, el nivel medio N correspondiente al intervalo total $\Delta\, t\, (n - 1)$, tiene por expresion

$$(28)\ N = \frac{2\left(h^{\mathrm{I}} + h^{\mathrm{II}} + h^{\mathrm{III}} + \ldots + h^{n}\right) - \left(h^{\mathrm{I}} + h^{n}\right)}{2\,(n-1)}$$

y este valor será tanto más aproximado al verdadero, cuanto mayor sea el número de observaciones, ó lo que es igual, cuanto menor sea $\Delta\, t$.

En el caso más favorable, esto es, cuando $\Delta\, t$ se pueda considerar como infinitamente pequeño, se tendrá

$$t.\, N = \int h.\, d\, t.$$

y para un dado intervalo t',

$$(29) \qquad N = \frac{\int_{o}^{t'} h.\, d\, t}{t'}.$$

Un aparato que, mecánicamente y de una manera continua, indique las variaciones del nivel por medio de una curva, cuyas ordenadas y abscisas sean respectivamente proporcionales en relaciones constantes, con las alturas de nivel y los tiempos transcurridos, proporcionará el medio de obtener gráficamente el valor de N. Este es el objeto que llenan los mareógrafos establecidos en Alicante y Santander. El numerador de la expresion (29) equivale á la superficie comprendida por el eje de abscisas de referencia, las ordenadas extremas que corresponden á los instantes *o* y t', y la curva; obtenido su valor por el planímetro, se deduce la altura del rectángulo equivalente, de la misma base t', que es el nivel medio para el intervalo de *o* á t'.

164.—El mareógrafo construido por el señor Adie, que está establecido en el puerto de Alicante, consiste en un flotador hueco unido á una cadena sin fin que pasa por la garganta de una polea provista de dientes, para que aquélla se adapte sin resbalar, de manera que los movimientos del flotador, en sentido vertical, se

trasmiten íntegros á la polea por el intermedio de la cadena, la cual lleva además un contrapeso para facilitar esta transmision. Otra polea, cuyo eje es el mismo que el de la anterior, tiene arrollado un cordon metálico, unido por su extremo á la armadura de un lapicero, en cuya parte opuesta se une otro cordon, del que pende un contrapeso, el cual hace que se mantenga el cordon metálico con una tension constante. La armadura del lapicero se traslada en sentido rectilíneo y horizontal, por una guía cilíndrica cuando gira la polea, correspondiendo los movimientos de traslacion del lápiz con los verticales del flotador, en relacion de los radios de las poleas. Un cilindro horizontal, de 24 centímetros de circunferencia, gira alrededor de su eje impulsado por un aparato de relojería, que le comunica su movimiento uniforme, haciéndole dar una revolucion completa en 24 horas; al cilindro se arrolla una hoja de papel, en la que está trazada una cuadrícula de un centímetro de lado. Obligado el lápiz por un peso á mantenerse en contacto con el cilindro, marca sobre la hoja de papel una curva, cuyas ordenadas en sentido del eje del cilindro, son las variaciones del nivel del mar, correspondientes á los tiempos representados por las abscisas. La escala para las ordenadas depende

de los radios de las poleas, cuya relacion es, en este aparato, 3,97.

El establecido en Santander del mismo constructor no difiere del anterior sino en pequeños detalles; el cilindro en que se arrolla el papel tiene $1^{m},20$ de desarrollo en su circunferencia, y la relacion constante las variaciones del flotador en sentido vertical con las correspondientes del trazador está representada por 5,102.

165.—Antes de establecer estos aparatos es necesario asegurarse de su marcha y determinar experimentalmente los valores de las constantes. Para ello se situará el mareógrafo en estacion con el flotador en un depósito de agua ó receptáculo cuya altura relativa de nivel se conozca en cada momento y se pueda variar á voluntad y paulatinamente; se observarán, estando parado el movimiento de relojería, las magnitudes de las líneas trazadas por el lápiz, que comparadas con las correspondientes variaciones de alturas del flotador darán la constante que representa la escala de las ordenadas. La de las abscisas será la que resulte de la medicion de la circunferencia del cilindro, y del tiempo en que éste verifica una revolucion completa, que en los mareógrafos empleados es de 24 horas. Se hará que el nivel del agua en el depósito varíe alternativa y continuamen-

te para descubrir si, por rozamientos ú otras causas, existen tiempos perdidos en las indicaciones del lápiz, y si los hubiera se medirán y tendrán en cuenta para los cálculos en que pudiera influir esta circunstancia. Cuando se trate únicamente de obtener la escala de las ordenadas, bastará colocar el aparato sobre una mesilla y hacer pasar, girando la gran polea, magnitudes dadas de la cadena del flotador y medir las correspondientes excursiones del lápiz sobre el cilindro, estando éste en reposo.

166.—Los aparatos se colocarán, para las observaciones, en edificios hechos al efecto y sobre sólidas mesillas fijas; el flotador en un pozo, cuyo fondo estará en libre comunicacion con el mar por medio de uno ó más tubos de poco diámetro. En un punto de la cadena del flotador se hará una marca, la cual al enrasar á la altura de la mesilla ó con otro punto fijo, servirá para referir una altura absoluta de nivel del mar á una posicion dada del lápiz en sentido de la ordenada. La altura de este punto fijo sobre el nivel del agua cuando se verifique la coincidencia se medirá escrupulosamente. Ademas, se establecerá en el borde del pozo ó muy inmediato á él una señal de las nivelaciones de precision, independiente del aparato, y á la cual se referirán en último término las alturas del nivel del mar.

167.—Las hojas de papel que se deben arrollar al cilindro serán de las dimensiones apropiadas para que nunca dé lugar á duda su precisa colocacion; en ellas se marcará el nivel de referencia, encabezándolas con el dia y hora en que dan principio las observaciones, que será ordinariamente á las 12 del dia, para lo cual se cuidará de tener en cuenta la marcha del aparato de relojería que hace girar al cilindro alrededor de su eje. Para utilizar una hoja durante dos ó más dias convendrá, en algunos casos, variar cada 24 horas sólo el color del lápiz.

168.—Se dará periódicamente cuerda al reloj, y se compararán sus indicaciones con las de otro que inspire confianza para el objeto mencionado en el artículo anterior.

169.—Al cambiar el papel, se cuidará de que se correspondan la posicion de referencia del lápiz, con la determinada por la marca en la cadena del flotador; si ésto no tuviese lugar, se corregirá esta variacion; y si el aparato no lo permite, se dará inmediatamente cuenta del hecho á la Direccion general, expresando con suma claridad la magnitud y sentido de la variacion.

170.—El cambio de hojas ó de lápices se hará con rapidez, sin que deje de funcionar el

aparato, evitando con cuidado cualquier choque ó entorpecimiento que pudiese alterar su marcha.

171.—Se conservarán las hojas en blanco en sitios ventilados y poco húmedos, arrolladas en el sentido en que deberán adaptarse en el cilindro, para facilitar su colocacion. Siempre habrá dispuestos un lápiz y una hoja para colocarlos en el acto que lo exigiese un accidente imprevisto.

172.—Se observará con frecuencia el grueso de la curva para graduar la presion del lápiz. Se atenderá escrupulosamente á la limpieza del aparato, del pozo y tubo de comunicacion.

173.—Las hojas del mareógrafo se remitirán cada diez dias á la Direccion general acompañadas de observaciones sobre el estado del mar y de cuantos datos se juzguen necesarios.

174.—El encargado de una estacion de mareógrafo se sujetará estrictamente á las instrucciones particulares, concernientes al servicio de cada aparato.

ESTACIONES METEOROLÓGICAS.

175.—En el mismo edificio en que esté establecido el mareógrafo, ó inmediato á él, estará la casa-habitacion de los empleados encargados

de su servicio, y en ella una estacion meteorológica, que constará de:

Un barómetro.
» termómetro de máxima á la sombra.
» termómetro de id. al Sol en el aire.
» termómetro de id. al id. en el vacío.
» termómetro de mínima á la sombra.
» termómetro de irradiacion nocturna.
» psicrómetro.
» pluviómetro.
» atmómetro.
» anemómetro.
Una veleta.

176.—El barómetro se colocará en una habitacion de la casa. Se medirá con suma precision la altura de la cubeta sobre el nivel del mar. Antes de la observacion se abrirán las ventanas para la renovacion del aire, pero en el momento de efectuarla se evitará la brusca accion del viento. Haciendo el contacto del índice de marfil con la superficie del mercurio de la cubeta, se observará en la escala la altura de la columna, leyendo ademas la temperatura en el termómetro afecto al instrumento.

177.—El psicrómetro estará formado por dos termómetros centigrados, y se establecerá en la azotea de la casa; estos termómetros, así como los de sombra, estarán resguardados de la ac-

cion directa de los rayos solares por celosías que permitan la libre circulacion del aire. Los termómetros que constituyen el psicrómetro estarán muy inmediatos entre sí para igualar en lo posible sus condiciones; un rato ántes de observar sus indicaciones se asegurará el observador de que el seco no tiene humedad alguna, y añadirá en el frasco del húmedo agua á temperatura ambiente, si hiciese falta.

178.—Los termómetros de temperaturas extremas no estarán en estacion todo el dia, sino sólo en aquellas horas en que es probable obtener el resultado en su observacion; así los de máxima no se colocarán en estacion hasta despues de la salida del Sol; el de irradiacion no se colocará sino á la postura de este astro, y el de mínima á la sombra cuando empiece ó decaer la tarde, retirando cada uno á las horas proporcionadas y con sujecion á igual criterio.

179.—Al tiempo de subir á efectuar las observaciones del atmómetro y del pluviómetro se llevará una vasija con agua y otras vacías, ademas de las probetas; la operacion empezará por vaciar el contenido de cada uno de los aparatos en una vasija, se dejará vacío y bien limpio el pluviómetro y cambiará el agua del atmómetro, vertiendo en él el número de probetas y partes de probeta que sea necesario, aten-

dida la magnitud de uno y otra. En seguid
pasará á medir la cantidad de agua que e
tía en cada aparato, anotando en la hoja de
servaciones la cantidad de agua caida e
pluviómetro y la que faltaba en el atmóme
En el caso de que se encontrare sobre u
otro aparato alguna cantidad de nieve, hie
granizo, se derretirá con cuidado para evita
pérdidas por caida ó evaporacion forzada,
considerará como agua caida toda la resulta
En la hoja de observaciones se pondrá c
nota la clase de agua caida, si fué de lluvia
acompañada de nieves, nieve sola, etc.

180.—Con la veleta se apreciarán las
direcciones principales de los vientos, y e
anemómetro se efectuarán las lecturas aprec
do 0,05 de parte. En el resto de las observa
nes no se tomarán más que las décimas.

181.—Ademas de las observaciones de t
los anteriores instrumentos, se apreciará el
tado de la atmósfera segun la mayor ó m
extension de horizonte cubierta de nubes,
presando los estados de Despejado, Sereno,
boso y Cubierto.

182.—Las horas de observacion serán,
el psicrómetro, barómetro, veleta y atmós
las 0, 6, 12 y 18 horas, y para el anemómetr
6, 12, 18 y 24, habiendo tomado la primer

las 0 horas del primer dia como punto de partida; á las 18 horas se observarán las mínimas à la sombra y de irradiacion, y al fin del dia, ó sea á las 0^h, los tres termómetros de máxima, el atmómetro y el pluviómetro.

183.—Todas estas observaciones se escribirán en hojas diarias, arregladas al formulario número 32, que firmará el observador, y que irán respaldadas con todas las notas que éste juzgue oportunas sobre cualquier fenómeno ó circunstancia meteorológica, ó sobre los instrumentos. De estas hojas se sacarán copias, que cada diez dias se remitirán á la Direccion general; y cuando se tenga noticia del recibo de todas las de un mes, se enviarán á la vez las originales, cosidas en forma de cuaderno, con su correspondiente cubierta.

184.—El encargado de la estacion meteorológica vigilará los instrumentos y cuidará de su perfecta conservacion; respecto á los termómetros de temperaturas extremas, tendrá cuidado de que al llevar á cero uno de los extremos del indicador, no se interrumpan las columnas de mercurio; cuidará de que el mercurio del barómetro no se vierta, ni se ensucie con sustancias extrañas; el atmómetro y pluviómetro han de estar bien sujetos, y procurará que la cantidad de agua que contengan no sea tal que pueda

verterse por un golpe de viento. Tomará, por último, todas las precauciones que le sugiera su celo, y dará inmediatamente cuenta á la Direccion general de cualquier novedad que reclamare el pronto conocimiento de la Superioridad.

185.—Ademas de los instrumentos de que se ha hecho mencion, poseerá cada estacion meteorológica otro juego completo de termómetros, compuesto de dos centígrados, y uno de cada clase de los que indican temperaturas extremas, los cuales se conservan de reserva para sustituir á los que están en uso, en caso de rotura ú otra inutilidad. Todos los aparatos de la estacion y los de reserva se estudian separadamente, para conocer sus errores especiales, comparándolos con los tipos. Ademas, se compararán periódicamente los termómetros colocados en estacion con los de reserva, para asegurarse de su buen estado y del acuerdo de sus indicaciones.

TRABAJOS DE GABINETE.

CÁLCULO
DE LAS CONSTANTES DE LOS INSTRUMENTOS.

186.—El cálculo para la determinacion del valor de una division del nivel, en cada instrumento, se verificará por la fórmula

$$(30)\quad S = \frac{\frac{1}{k}([p'][n'] + [p''][n''] + \ldots - [p\,n])}{[pp] - \frac{1}{k}([p'][p'] + [p''][p''] + \ldots)} \pm \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{(m(k-1)-1)\left([pp] - \frac{1}{k}([p'][p'] + [p''][p''] + \ldots\right)}}$$

en la cual se designan por:

m... El número de séries que se han efectuado en el estudio.

k... El de valores ú observaciones de que consta cada série.

p... La mitad de la suma de las lecturas con sus signos de los extremos de la ampolla en cada posicion del índice de la

probeta, ó sea la situacion del centro de la ampolla.

n... El valor angular correspondiente á los diferentes movimientos que se hayan dado al índice de la probeta, tomando siempre la primera porcion como punto de partida para contarlos.

Δ... El error cometido en cada una de las observaciones.

La aplicacion de esta fórmula se encuentra completamente detallada en el formulario número 33.

187.—La separacion angular de los hilos del retículo se calculará, para cada distancia de mira del estudio, con arreglo al form. núm. 34, en el que se designan por A_1 y A_2 respectivamente la separacion angular entre el hilo central y los inferior y superior. En la primera columna se escribirán los nombres de los observadores; en la segunda las posiciones; la tercera contendrá las correspondientes lecturas hechas con los tres hilos por el mismo órden en que se hacen, esto es, inferior, central y superior. En la cuarta columna se obtendrán las diferencias entre las lecturas extremas. Con las diferencias entre las lecturas hechas con los hilos central é inferior, escritas en la columna quinta y la distancia d constante para todo el for-

mulario, que va á la cabeza, se deducirán valores de las tangentes naturales de A_1 (columna sexta), y con éstos sus logaritmos y los valores en segundos de A_1, que se consignarán en las columnas séptima y octava. En las cuatro columnas siguientes se calcularán análogos valores referentes á A_2. En la penúltima columna se escribirá la separacion angular de los hilos extremos $A = A_1 + A_2$; y en la última la que existe entre el hilo central y el hilo medio ideal, ó sea la que corresponde al promedio de las tres lecturas; esta separacion está expresada por $\frac{A_2 - A_1}{3}$. Al pié de las columnas de los resultados parciales se escribirán los totales para cada distancia con sus respectivos errores medios calculados por la fórmula

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\frac{[e^2]}{n-1}}$$

llamando e á las diferencias entre los valores de A ó de $\frac{A_2 - A_1}{3}$ respectivamente y su promedio, y n el número de observaciones.

188.—Calculados estos valores, se pasará á determinar los resultados más probables de todos ellos para cada instrumento.

Para A se empleará la fórmula

$$A_p = \frac{[P. A]}{[P]}$$

y su error medio se obtendrá por la

$$\pm \sqrt{\frac{[V.^2 P]}{[P]. n (n-1)}}$$

en cuyas expresiones representan ademas de las notaciones dichas:

P... el peso correspondiente á cada valor de A; que será para cada uno proporcional á $\frac{1}{d. \varepsilon^2}$, y tomando como unidad de peso el de la observacion á la distancia de 10^m,

V... las diferencias entre el valor más probable A_p y los resultados parciales A, y

n... el número total de estos.

El cálculo se hará con arreglo al formulario número 35, que sirve igualmente para determinar el valor más probable de $\frac{A_2 - A_1}{3}$.

189.—Para calcular la longitud absoluta de una mira, entre los puntos grabados en sus extremos, si se designan por

f^{I} y f^{III}. . las lecturas micrométricas, hechas en la regla de hierro con los mi-

croscopios I y III respectivamente,

m^{I} y m^{III}. análogas lecturas en las miras,

h. . . . . . el promedio de los valores de 1^{P} de los tambores micrométricos,

T. . . . . la temperatura de la regla promedio de las indicaciones t_1, t_2, t_3 y t_4 de sus cuatro termómetros,

F_{t_R}. . . . la longitud conocida de la regla de hierro, á la temperatura $t_R = 21^{G}, 935$

φ. . . . . la dilatacion de la regla por cada grado,

M. . . . . la longitud de la mira; y representado por:

C. . . . . la distancia comprendida entre los *ceros* de los micrómetros, y por

F. . . . . la longitud de la regla, comprendida entre los trazos observados en cada operacion, y puestos los dos micrómetros en la posicion que se indica en el formulario número 30, se tendrá:

$$C = M + m' - m'' = F + f' - f'',$$

de donde se deduce fácilmente

$$N = M - F = (f' + m'') - (m' + f''),$$

cuyo valor, multiplicado por h, dará, para cada comparacion, la diferencia de longitudes entre la mira y la parte de regla F, reducida á milímetros; pero como la longitud de la regla varía con la temperatura, será en cada caso igual á la longitud normal, más la dilatacion D sufrida, y se tendrá:

$$(31)\ F = 0{,}75\,F_{t_R} + D = 0{,}75\,F_{t_R} + 0{,}75\,\varphi\,(t_R - T).$$

Se procederá á calcular el valor de D como se indica en la segunda parte del formulario número 35, determinando en seguida el valor de $M - 0{,}75\,F_{t_R} = Nh - D$ para cada una de las 40 comparaciones. El promedio de todas éstas, aumentado al valor conocido de $0{,}75\,F_{t_R}$, proporcionará el valor de la longitud de la mira comprendida entre las puntas grabadas en sus planchitas; la tercera parte de este valor, corregida de la diferencia que existe entre los trazos finales de la mira y los puntos grabados, diferencia determinada por medio de una comparacion especial, es el valor de un metro de la mira. El error medio se compone del correspondiente á la operacion de comparar, unido con el que afecta al valor de la regla de hierro, y se determinará siguiendo el sistema explicado otras veces y con

sujecion al formulario 36. Los valores correspondientes á las vueltas de los tornillos micrométricos se calcularán análogamente á las de las divisiones de los niveles, empleando el formulario núm. 37.

Obtenidos los valores de la longitud de las miras, se pasará á determinar el valor medio que corresponde á cada una de ellas, atendiendo á los diversos valores obtenidos en las sucesivas comparaciones de que han sido objeto las miras y la variabilidad media á que están sujetas, segun los mismos valores, para lo cual se hará uso del formulario núm. 38.

Escritos en la columna respectiva los diversos valores de h obtenidos para la longitud del tercio de la mira en sus diversas comparaciones, se halla su promedio, el cual se diferenciará de cada uno de los valores h en cantidades e compuestas de los errores ε obtenidos en las diversas comparaciones, y que ya son conocidos, y de la variacion que haya sufrido la mira; el promedio de todos los valores e, combinado con el promedio de los ε, proporcionará la variabilidad media $V = \pm \sqrt{e^2 - \varepsilon^2}$

El cuadrado de esta variabilidad media, ó sea el valor de $e^2 - \varepsilon^2$, se añadirá á los valores de ε^2, cuadrados de los errores medios procedentes de las comparaciones, y los resultados serán

los cuadrados de las incertidumbres con que se obtienen cada uno de los valores de *h*, las que están en razon inversa de los pesos de estos mismos valores de *h*. Se elegirá como unidad de peso el que corresponda á la incertidumbre más conveniente para simplificar el cálculo, y dividiendo este valor de Y^2 por cada uno de los obtenidos, se tendrán los pesos aplicables á cada uno de los valores de *h*. Multiplicados los valores *h* por sus pesos respectivos, y dividiendo la suma de estos productos por la de los factores P, se obtendrá el valor medio de 1^m de la mira.

La diferencia entre el valor medio de un metro de la mira y los diferentes valores de *h* representarán el error probable de cada uno de estos valores, y determinando el promedio de éstos, teniendo en cuenta sus pesos respectivos, iguales á los de las miras, se obtendrá el error medio de 1^m de las miras.

CÁLCULO DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL.

190.—Conocidos, en cada instrumento, los valores de las constantes, se formarán tablas auxiliares para la facilidad de los cálculos. Estas tablas son tres: la 1.ª, que da la distancia por medio de los centímetros comprendidos sobre la mira por la proyeccion de los hilos extremos; la 2.ª, que expresa la reduccion del promedio de los tres hilos al hilo central, y la 3.ª, que da la correccion por inclinacion que deben sufrir las lecturas observadas, ya sea por sólo la inclinacion de nivel, ó por los errores instrumentales. La primera tabla se deduce de la fórmula

$$D = c \times \text{cotg. } A. \qquad (32)$$

En esta tabla, la variable c aumenta de décima en décima de centímetro desde $0^{cm},1$ hasta $30^{cm},0$; de centímetro en centímetro desde 30 hasta 100 centímetros; de diez en diez centímetros, desde 100 hasta 500 centímetros; y de cien en cien centímetros, desde 500 á 1.000 centímetros. La distancia D se obtiene en metros y decímetros con un error menor de medio metro. La segunda tabla resulta de la fórmula

(33) $$R = c \times \text{cotg. } A \times \text{tang. } \frac{A_2 - A_1}{8}.$$

La variable c aumenta de centímetro en centímetro desde 1^{cm} hasta 52^{cm} para el caso de que los errores instrumentales se tomasen á 50^{m} del instrumento. El valor de R resulta expresado en centímetros y centésimas de centímetro.

La tercera tabla, que es de doble entrada, está formada con la fórmula

(34) $$X = c \times P \times \text{cotg. } A \times s \times \text{tang. } 1'',$$

en la cual P y s representan respectivamente la inclinacion en divisiones del nivel y el valor angular de una de éstas.

La variable c aumenta de centímetro en centímetro desde 1 hasta 102, que es el máximo espacio comprendido en la mira por los hilos extremos á la distancia de 100^{m}. La variable P aumenta de media en media décima de division desde $0^{d},05$ hasta $4^{d},00$, que es mayor que todas las sumas obtenidas ordinariamente para los errores instrumentales. Como esta tabla es muy larga, y laboriosa su formacion, no conviene extenderla á más valores de P, y si algun caso resultase no comprendido en ella, es pre-

ferible aplicar desde luégo la fórmula y determinar la correccion que resulta expresada en centímetros y centésimas de centímetro.

191.—Ademas de las tablas mencionadas, y con el mismo objeto de simplificar las operaciones numéricas, se prepará, para cada instrumento, la fórmula

$$(35) \qquad C = \frac{\delta}{c} \times \frac{\text{tang. A}}{\text{tang. } 1''} \times \frac{1}{s}$$

que da la colimacion en divisiones del nivel.

192.—Con los datos relativos al estudio de cada instrumento, se formará un cuadro análogo al formulario núm. 39. Siendo este cuadro el resultado de gran número de observaciones, pueden tomarse sus indicaciones como indicio seguro para conocer si se ha deslizado un error grosero en la lectura ó escritura de la observacion, y tambien para comprobar si el promedio de las tres lecturas en cada nivelada es próximamente igual á la lectura del hilo central corregida del correspondiente valor de la última columna, en cuyo caso será prueba de que no existe error grosero; pero en el caso contrario se desechará la observacion.

193.—Una vez recibidas las hojas de campo relativas á cada instrumento, así originales

como copias, dos calculadores por cada uno de éstos copiarán los datos en las dos caras interiores de las hojas de cálculo preparadas al efecto, formulario núm. 40. Se hará seguidamente una minuciosa confrontacion para cerciorarse de la exactitud de las copias, así de la efectuada en el campo por el observador, como de las que se acaban de mencionar. Obtenido completo acuerdo, pasarán las hojas de campo originales al archivo geodésico, y sus copias quedarán en poder del geodesta encargado de los trabajos de nivelacion.

194.—Con los datos ya estampados en las hojas de cálculo, cada una de las cuales comprende generalmente todas las observaciones entre dos determinaciones de errores instrumentales, procede separadamente cada calculador á efectuar los cálculos. La inclinacion en cada nivelada se obtiene en divisiones y centésima de division del nivel. Se anota la diferencia entre los hilos extremos y el promedio de las lecturas en los tres hilos hasta la diezmilésima de centímetro. Con la inclinacion y aquella diferencia se obtiene en la tabla tercera la correccion por inclinacion, que se aplica al promedio de los tres hilos. A un lado se escriben por este mismo órden todas las niveladas de espalda y al otro las de frente, comprendidas entre

dos señales. Entre cada dos de éstas se efectúa la suma de las alturas corregidas de inclinacion, y de las diferencias de los hilos extremos.

En la segunda plana interior de la hoja figuran los datos para la determinacion de los errores instrumentales; con los valores de c y δ, sustituidos en la fórmula (35), se deduce el valor de la colimacion en divisiones del nivel. Se suman los tres errores en cada determinacion, y seguidamente se obtiene el promedio de estas sumas para los dos correspondientes al principio y fin de cada dia.

En esta segunda plana interior se halla el encasillado dispuesto para el resúmen que se hace entre cada dos señales consecutivas. Se escriben á continuacion una de otra, tanto para las niveladas de espalda como para las de frente, la suma de las alturas corregidas y la de las diferencias de los hilos extremos, con la cual se obtiene en metros en la tabla primera la suma de las longitudes de las niveladas, que se escribe á continuacion. Restando los dos primeros datos que se acaban de mencionar, siempre los de frente de sus correspondientes de espalda, se anotan á continuacion la diferencia de alturas y el error de equidistancia así en valores de c como en metros, en todo el trozo. Con el valor del error de equidistancia y el pro-

medio de los errores instrumentales, se encuentra en la tabla tercera la correccion por éstos. Con aquel valor tambien se obtiene en la tabla segunda la reduccion del promedio de los tres hilos al hilo central. Aplicadas estas correccion y reduccion á la diferencia de alturas, se halla la diferencia de nivel del trozo, y su longitud sumando las de las niveladas de espalda y frente.

Pasan despues las hojas á un tercer calculador por cada instrumento, y reunidos los dos terceros correspondientes á un par de niveles, verifican una confrontacion de estos cálculos, hasta obtener la completa conformidad entre las hojas procedentes de las de campo originales y las que provienen de las copias. Estos mismos calculadores estampan en las planas exteriores de todas las hojas de cálculo las siguientes noticias, que pueden llamarse estadísticas, en cada dia de los empleados en la nivelacion: designacion de la línea, seccion y trozos, itinerario seguido; dia y hora en que se empezó y concluyó el trabajo; tiempo utilizado; número de estaciones del instrumento; longitud máxima, media y mínima de la nivelada; inclinacion máxima y media del nivel; error máximo y medio de equidistancia por trozo; longitud máxima y media de los trozos; valor máximo y me-

dio de los errores instrumentales; máxima variacion ó diferencia al promedio de los mismos errores; error que esta variacion introduce en el trozo á que corresponde, y longitud nivelada.

195.—Terminados todos los cálculos de una seccion de la línea, se hace en hoja separada un resúmen para cada instrumento, con los datos sacados de las hojas parciales, tomando de éstas las diferencias de nivel con sólo la cifra escrita del decimilímetro (form. núm. 41), y reduciendo las diferencias de nivel á metros por medio del valor de 1^{m} de la mira. En esta hoja se resúmen además las noticias estadísticas de las hojas parciales y la descripcion de las señales; verificando despues otra confrontacion entre los originales y las copias, para evitar errores de cálculo.

196.—Con los resúmenes parciales de seccion de cada par de instrumentos, se forma un *Estado* comparativo, trozo por trozo, de los resultados de cada uno de aquéllos, determinando el promedio de los mismos, su error medio y su error medio kilométrico, cuya magnitud indica los trozos que se deben repetir (formulario número 42). Verificada esta tercera nivelacion y calculada, se inscriben sus resultados en el *Estado* comparativo, reformando en consecuen-

cia los promedios, errores medios y errores kilométricos; concluyendo por determinar el resultado total de toda la seccion, así respecto á la diferencia de nivel de sus extremos, como á su longitud.

197.—Con los datos de este primer cuadro se forma en la misma hoja otro en que sólo se incluyen las señales principales y las secundarias de la primera clase, es decir, todas aquéllas para las que es conveniente determinar su altitud.

198.—Terminadas las comparaciones de todas las secciones de una línea de nivelacion, los mismos calculadores, en hoja separada, forman con los datos de aquéllas, y para toda la línea, resúmenes (formularios números 43, 44 y 45), con expresion de los trozos, sacados de los segundos cuadros de las comparaciones, secciones, longitudes, diferencias de nivel reducidas, errores y demás datos numéricos, así como tambien de las noticias estadísticas; cuyo conjunto ha de servir para la determinacion de las altitudes de todos los puntos que por su importancia lo merezcan, y más adelante para la compensacion general de los errores en toda la red de líneas de nivelacion.

199.—Con las diferencias de nivel y la altitud conocida de la señal comun con otra línea

nivelada con antelacion, se determinarán las altitudes de todas las señales permanentes, sus errores medios y las distancias que las separan del punto de partida para todas las nivelaciones de precision de España, que por ahora es el nivel medio del mar en el puerto de Alicante en el punto en que se estableció la escala de puerto (escalerilla del muelle); este cálculo se verificará con cuatro cifras decimales, pero se despreciará la cuarta al tiempo de formar el *Estado* análogo al form. 46.

Cuando la línea nivelada uniera dos señales cuyas altitudes fueran conocidas con anterioridad, se partirá, para el cálculo de las altitudes de las señales intermedias, de aquélla cuya altitud fuera conocida con menor error medio, obteniéndose así la de la otra señal extrema, y comparándola con la altitud conocida. Se determinará además la extension ó desarrollo lineal de las nivelaciones que forman el polígono cerrado por ellas. Si la diferencia entre los dos valores obtenidos para la segunda señal comun, fuera menor que el valor $5\sqrt{K}$, se aceptarán como buenas todas las líneas de nivelacion que constituyen el polígono; pero si la diferencia, considerando desde luégo el error medio de cada cota extrema, fuera superior al límite $5\sqrt{K}$, será prueba de que alguna de las líneas no tie-

ne la precision que se desea para esta clase de trabajos; y se procederá á la revision de los datos y resultados para investigar el orígen del error, y evitarlo.

200.—En las hojas de cálculos no serán permitidas raspaduras ni enmiendas que no estén salvadas con claridad ántes de la firma que el calculador estampará en cada hoja.

CÁLCULO DEL NIVEL MEDIO DE LOS MARES.

201.—Estos cálculos se harán sobre las mismas hojas originales que se arrollaron á los cilindros de los mareógrafos. En cada una de ellas, el encargado de la conservacion y marcha del aparato, habrá indicado las horas de principio y fin de cada curva y el eje de abscisas de referencia; con este eje, que suele ser la línea central de la hoja, corresponde la posicion del trazador cuando el nivel del agua tiene una altura conocida respecto del punto fijo y marcado permanentemente.

202.—Al recibirse las hojas se examinarán las notas que la acompañen por si hubiese alguna circunstancia que aconsejase modificar algun detalle en el sistema de valuacion de la superficie. Se seguirá para esto el procedimiento siguiente: se trazarán dos paralelas á la línea

central mencionada y á distancias conocidas, que convienen sean de centímetros exactos, y tales que comprendan toda la curva; por los puntos extremos de ésta se bajarán perpendiculares hasta encontrar á estas paralelas, formándose así un rectángulo que encierre á la curva y que ésta divida en dos figuras de superficie diferente. Calculado el valor de estas superficies con auxilio del planímetro, para deducir de su combinacion con la superficie total del rectángulo, gráficamente conocida *à priori*, un valor promedio, se tendrá lo suficiente para obtener el nivel medio corrrespondiente al intervalo de tiempo representado por la base del rectángulo (art. 163). Los datos numéricos se ordenarán con arreglo al formulario número 47. A partir de la línea de referencia, se medirán con toda escrupulosidad las alturas de los dos puntos de máxima y mínima y la distancia á que estos puntos se encuentran del orígen de la curva, contada sobre el eje de abscisas; traducida esta distancia en tiempo, y añadiendo á este tiempo, que será el transcurrido durante la observacion hasta llegar á cada una de las alturas extremas, la hora en que empezó la observacion, se obtendrán las horas del dia en que se verificaron la situacion más alta y más baja del nivel del mar. Con todos estos valores, el

dia y el promedio de la superficie medida se formará la primera parte del formulario, que comprende el estudio completo de la curva de mareas, hecho sobre el dibujo.

Se multiplicarán los valores de las alturas media y extremas, ántes halladas por el valor de la escala del dibujo, ó relacion entre el movimiento del flotador con el lápiz del trazador y los productos representarán las diferentes alturas del agua sobre la posicion conocida de antemano, cuando el lápiz pasa por la línea de referencia, se añadirá á cada valor el de la altura del agua en dicha posicion conocida y las correcciones que haya dado á conocer el estudio de cada aparato, y los resultados serán las expresadas alturas media y extremas del mar en cada dia sobre el punto de comparacion, fijo é invariable, marcado al establecer el mareógrafo en su estacion; la diferencia entre las dos alturas extremas dará á conocer la oscilacion que haya tenido el mar durante todo el dia. Con estos nuevos valores y el estado del mar, observado por el encargado del mareógrafo y que consta en la hoja respectiva, se completará el *Estado* indicado en el formulario núm. 47. Terminados estos cálculos, se verificarán resúmenes por meses, trimestres y por años enteros.

CÁLCULO DE LAS OBSERVACIONES METEOROLÓGICAS.

203.—Segun se vayan recibiendo los cuadernos de observaciones de las estaciones meteorológicas, que cada diez dias remitirán los encargados de ellas á la Direccion general, se pasará á determinar los valores que correspondan á cada uno de los fenómenos meteorológicos observados.

Se dará principio por aplicar á las temperaturas observadas la correccion que le corresponda, segun el estudio que de ellos se ha debido hacer ántes de colocarlos en estacion; se determinará la oscilacion de la temperatura por la diferencia entre la máxima y la mínima á la sombra y al aire, y el promedio por el de las cuatro observaciones hechas con el termómetro seco del psicrómetro (form. núm. 18). Al pié del *Estado* correspondiente á cada mes, se pondrán las temperaturas medias á las diferentes horas de observacion, por fraccion de 10 dias y por todo el mes completo, y las temperaturas extremas durante iguales períodos de tiempo, con la oscilacion total que ha tenido la temperatura durante los intervalos de tiempo.

Se determinarán seguidamente las diferencias de temperatura entre el termómetro seco y el húmedo, ó sea el enfriamiento por la evapora-

cion, y con este dato y la temperatura del termómetro húmedo se obtendrán la tension del vapor de agua y la humedad relativa valiéndose de las tablas de Renou; determinándose tambien los promedios de estos valores por cada 10 dias y por meses (form. núm. 49).

Se dividirá el número de partes de probetas que indican la cantidad de lluvia caida durante el dia por el número de partes de la probeta que se necesitan para cubrir el pluviómetro á la altura de 1^{mm}, y el cociente será el número de milímetros de lluvia caida durante el dia. Igual operacion se hará con la observacion del atmómetro, teniendo cuidado que habrá de agregarse al cociente indicado en la anterior operacion el agua de lluvia, reducido á milímetros para obtener la verdadera evaporacion, para lo que será preciso tener sumo cuidado con el signo de la observacion para saber si el agua caida en la lluvia ha sido ó no superior á la evaporada durante el dia. Se determinará en los resúmenes del mes la cantidad de agua caida y los dias de lluvia, así como la evaporacion media durante los períodos de tiempo indicados. Con estos resultados y el estado atmosférico observado á distintas horas, se completará el citado formulario núm. 49, referente á la humedad.

Con las observaciones de densidad y movimiento del aire, se llenará el form. núm. 50; las observaciones barométricas se reducirán á 0°, valiéndose de las referidas tablas meteorológicas de M. Renou, y con sus resultados se determinarán la altura media y la oscilacion diaria, así como los promedios en los tiempos citados de las alturas á cada hora de observacion y del tiempo total, y tambien la oscilacion habida durante dichas unidades de tiempo. La diferencia entre dos lecturas sucesivas del anemómetro da, en kilómetros, el espacio recorrido por el viento entre las horas de observacion; se verificará, por consiguiente, dicha operacion, teniendo entendido que la observacion verificada á las veinticuatro horas servirá de sustraendo para el dia siguiente como verificada á las 0 horas. En el resúmen se pondrán las sumas de estos valores, ó sea el espacio recorrido por el viento en el intervalo de cada seis horas durante cada 10 dias y el mes.

La direccion del viento será la marcada en la observacion en cada una de ellas, y en los resúmenes se determinará la direccion media calculada en la hipótesis de que el viento no hubiera variado sino en el momento de cada observacion, es decir, considerándolo como fuerzas en la direccion marcada por la veleta

y de intensidad proporcional al número de veces que se haya observado el mismo viento en el intervalo de tiempo que se considere.

Al terminar cada año de observacion se formarán resúmenes de todos los resultados meteorológicos expresados por trimestres y años completos.

Si en el intervalo de diez dias hubiera dejado de verificarse alguna observacion del termómetro ó del barómetro, se intercalará el valor que debiera haberse obtenido de verificarse la observacion, valiéndose del procedimiento explicado por M. Renou en los procedimientos meteorológicos que acompañan á sus tablas.

Conocida con alguna aproximacion la altura barométrica media en cada estacion meteorológica, la temperatura y la altitud de la superficie del mercurio en la cubeta del barómetro, se determinará la correccion que la altura barométrica ha de sufrir para reducirla al nivel del mar, valiéndose para ello de la fórmula

$$(36) \log. H_m = \log. H_e + \frac{1.000\,h}{18.393\,(1.000 + 2\,(t_m + t_e))}$$

en la cual

H_m y H_e representan las alturas barométricas al nivel del mar y en el pun-

to de estacion, reducidas á 0° y corregidas de capilaridad.

t_m y t_e .. las temperaturas del aire, al nivel del mar y en la estacion, en el momento de verificarse la observacion, y

h. . . . . la altura del mercurio de la cubeta del barómetro, sobre el nivel del mar.

Cuando no se conozca, como sucede en este caso, la temperatura t_m, se determinará por las tablas de Lindenau, y en su defecto por la fórmula

$$t_m = t_e + c$$

en la que los valores de c serán, para las respectivas alturas barométricas, las siguientes:

780^{mm}	770	760	730	700	670	640
—,G,10	−0,15	+0,20	2,00	3,9	6,1	8,4

204.—Todos estos cálculos se harán por duplicado; terminados y confrontados, se pasará un ejemplar á la Direccion general para su ingreso en el archivo geodésico, quedando el otro ejemplar en poder del geodesta encargado de los cálculos de nivelacion.

DIFERENCIAS DE LONGITUD, LATITUDES Y AZIMUTES.

205.—Los trabajos de triangulacion geodésica exigen, como complemento indispensable, la determinacion, por procedimientos astronómicos, de las posiciones geográficas de algunos vértices y azimutes de las direcciones en los mismos vértices confluentes. Y para todo esto es condicion preliminar imprescindible el conocimiento de la *hora local*, ó del *estado* del péndulo ó del cronómetro que en las operaciones mencionadas se empleare. Sucesiva y sucintamente, ó de conformidad en lo posible con el plan adoptado en otros casos análogos anteriores, se tratará, pues, á renglon seguido:

1.° Del modo de averiguar, en distintos supuestos ó condiciones de trabajo, cuál es el *estado* del cronómetro.

2.° Del órden en que las observaciones para esto necesarias deben efectuarse, juntamente con la comparacion á distancia, ó por la via electro-telegráfica, de las indicaciones simultáneas de dos cronómetros, para deducir la *diferencia de longitudes* que media entre los vértices á que las observaciones se refieren.

3.° De la manera de hallar tambien el valor de la *latitud geográfica* del lugar, donde el observador se encuentra estacionado.

Y 4.° De la determinacion del *azimut* de una cualquiera de las direcciones que por el mismo punto ó vértice pasan y le relacionan con los demas vértices de la cadena ó red geodésica á que corresponde.

PROBLEMA PRELIMINAR.—DETERMINACION DE LA HORA.

206.—Para determinar la *hora* pueden seguirse varios procedimientos, entre los cuales merecen mencionarse estos cuatro: por observaciones de *alturas*, ó de *distancias zenitales*, *absolutas* de un astro, próximamente á su paso por el primer vertical; ó de *alturas correspondientes* del mismo astro, sin necesidad de averiguar precisamente sus valores; ó de pasos de estrellas por el meridiano; ó de pasos análogos por el vertical de la *Polar*.

El primer procedimiento puede emplearse cuando se dispone de un buen teodolito, perfectamente instalado, como los de Repsold, empleados en España. El segundo produce tambien excelentes resultados cuando se practica con un sextante, ó con un círculo de reflexion,

como los de Pistor. Y los tercero y cuarto, preferibles por regla general á los demas, piden un buen *anteojo de pasos*, sólidamente establecido, y que pueda, no obstante, instalarse sin dificultad, sea en el meridiano, sea en cualquier otro plano vertical bien definido. Los anteojos portátiles de Repsold, pertenecientes al INSTITUTO, y arreglados al modelo descrito en las páginas 499, 500 y 501 del tomo I de sus *Memorias*, realizan completamente estas varias condiciones.

207.—Con el teodolito de Repsold, las punterías á un astro, ó á determinada region de un astro, se verifican como á los objetos ó señales terrestres. Pero, como el astro enfilado varía por momentos de situacion en la bóveda celeste, á cada puntería debe acompañar la indicacion de la hora, minuto, segundo, y fraccion de segundo que fuere posible apreciar en el cronómetro, en el momento ó instante á que corresponde. Restando de la graduacion correspondiente á cada puntería verificada, la que á la línea vertical se refiere, ó viceversa, se deducirán luégo las *distancias zenitales aparentes* del astro observado, en los diversos momentos de la observacion; y de aquí el *horario* ó los horarios del mismo astro; y, en último término, el *estado* del cronómetro.

Una determinacion de *estado* debe comprender *ocho* determinaciones de distancias zenitales, por este órden: *dos*, en una posicion del teodolito; *cuatro*, en la contraria; y otras *dos*, de nuevo, en la posicion primitiva. Cuando el astro observado sea el Sol, estas ocho determinaciones se referirán alternativamente á sus dos limbos superior é inferior. Pero, si el tiempo apremiase, ó el estado del cielo no permitiese otra cosa, las ocho determinaciones enumeradas podrán reducirse por igual á la mitad. Al buen juicio del observador, ilustrado y aconsejado por las circunstancias del momento, queda el decidir si estas operaciones deben ó no repetirse en totalidad varias veces. Una sola será por de pronto suficiente en la mayoría de los casos.

Pero si esta determinacion se ha hecho hallándose el astro al E. del meridiano y próximamente á su paso por el primer vertical (condicion la última de que no debe prescindirse sin fundado motivo), convendrá combinarla con otra, referente á un segundo astro, de la misma ó poco diferente *declinacion* que el primero, situado al occidente, y en posicion simétrica casi, con respecto al meridiano, del anteriormente observado. Y la conveniencia sube de punto cuando, en vez de corresponder la

primera determinacion al momento aproximado del paso del astro por el primer vertical, corresponde á momentos anteriores ó posteriores con exceso al de este paso. Con esta condicion se ha de combinar ademas la muy importante de que ninguno de los astros observados diste del zenit, durante el tiempo de la observacion, ni más de 70° ni ménos de 20°.

Poco ántes y despues de verificar las punterías á los objetos celestes, se cuidará tambien de enfilar algun otro objeto ó señal terrestre para concluir la graduacion de la línea vertical.

Y asimismo se cuidará de leer y anotar, poco ántes y despues de cada serie de observaciones, lo que indiquen el barómetro y el termómetro, para poder luégo calcular la correccion aditiva que á las distancias zenitales *aparentes* debe aplicarse, por refraccion de la luz, para convertirlas en *verdaderas*.

208.—El horario del astro, cuya distancia zenital se hubiere observado, se calculará con logaritmos de siete cifras decimales por medio de la siguiente fórmula:

$$(37) \qquad \cos t = \frac{\cos z - \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \delta}{\cos \varphi \cos \delta},$$

ó de esta otra, alguna vez más conveniente:

$$(38) \tang^2 \tfrac{1}{2} t = \frac{\sen \tfrac{1}{2} \{ z + (\varphi - \delta) \} . \sen \tfrac{1}{2} \{ z - (\varphi - \delta) \}}{\cos \tfrac{1}{2} \{ z + (\varphi + \delta) \} . \cos \tfrac{1}{2} \{ z - (\varphi + \delta) \}}$$

y en las cuales representan:

t... el *horario* buscado, igual al *tiempo sidérico*, *s*, ménos la *ascension recta*, *α*, correspondiente al momento de la observacion: horario que debe considerarse como *positivo* cuando el astro se halle al O. del meridiano, y como *negativo* en el supuesto contrario. El doble signo, inseparable del radical implícito en la fórmula (38), responde á esta doble acepcion.

δ... la *declinacion* del astro observado, tambien en el momento de la observacion, y que, juntamente con la *α*, determina su posicion entónces en la esfera celeste.

φ... la latitud geográfica del lugar donde se observa. Y

z... la distancia zenital del centro del astro, corregida siempre de refraccion, y de *paralaje* si hubiere lugar á ello. Tratándose, por ejemplo, del Sol, si por z se designa la distancia zenital observada de un limbo; por R el semidiámetro aparente del astro; por ρ la refraccion; y por π la paralaje; el valor de z se deducirá de la expresion siguiente: $z = z' \pm R + \rho - \pi$. Con respecto á las *estrellas fijas*, ó así más comunmen-

te denominadas, R y π no tienen valor sensible, y se consideran como iguales á cero.

Hallados los valores de t, que corresponden á las varias distancias zenitales observadas, los de s serán iguales á $\alpha \pm t$; y, comparando con estos valores las indicaciones del cronómetro en los momentos á que se refieren, se concluirán otros tantos valores individuales del *estado* del mismo cronómetro, distintos unos de otros por efecto de los errores de observacion, y del *movimiento* ó pequeña variacion que el aparato hubiere experimentado en el intervalo de las observaciones.

Cuando se hubiere observado el Sol, valiéndose para ello de un cronómetro arreglado á *tiempo solar medio*, para deducir su estado bastará aplicar al horario *verdadero*, t, deducido de las fórmulas (37) ó (38), la *ecuacion de tiempo* que le corresponda, y comparar este horario corregido con lo que el cronómetro indicare en el momento de la observacion. Tanto la *ecuacion* mencionada, como la declinacion δ y el semidiámetro R, se tomarán de una buena efeméride, ó del Almanaque Náutico de Greenwich, ó de San Fernando, donde se hallan calculadas para todos los dias del año y hora de medio dia. Y por interpolacion se concluirán sus valores, correspondientes á otro momento determinado,

siempre que aproximadamente se conozca la diferencia de longitudes geográficas comprendida entre el lugar donde se observa y el meridiano á que se refieren las efemérides.

209.—En las fórmulas (37) y (38) figura como dato del problema el valor, φ, de la latitud del lugar; y como este valor pudiera ser, si no de todo punto desconocido, conocido con insuficiente grado de aproximacion á la verdad, conviene saber en qué condiciones han de verificarse las observaciones, para que la influencia del error presunto de φ sea mínima en los resultados que se buscan. La siguiente fórmula, ó relacion sencillísima entre las *diferenciales* de t y de φ, y en la cual el nuevo símbolo a representa el *azimut* del astro observado en el momento de la observacion, resuelve la dificultad por completo:

(39) $$dt = \frac{-d\varphi}{15 \cos\varphi \operatorname{tang} a}$$

Si el astro se observa en el *primer vertical*, ó cerca de este plano, el denominador del segundo miembro será infinita ó excesivamente grande, y la incertidumbre en el valor de φ, representada por $d\varphi$, no ejercerá influencia alguna sensible en el valor de t, calculado por las fórmulas anteriores.

Y si, cualquiera que sea el azimut a, se observa un astro al oriente del meridiano y otro al occidente, en posiciones azimutales casi simétricas, el mismo error, $d\varphi$, producirá efectos contrarios en los valores de t, que en uno y otro caso de las observaciones de distancias zenitales se concluyan; y en el promedio de ambos resultados parciales obtenidos desaparecerá el error del de la latitud procedente.

Y es asimismo importante que las observaciones se verifiquen cerca del primer vertical, porque entre las *diferenciales* de t y de z existe esta otra relacion, análoga á la que precede:

$$(40) \qquad dt = \frac{+dz}{15 \cos\varphi \operatorname{sen} a},$$

cuyo denominador adquiere su máximo valor precisamente tambien en el caso mencionado. De donde se concluye que los errores de observacion, representados por dz, alterarán entónces el valor calculado de t ménos que en ningun otro supuesto: incomparablemente ménos que cuando se observe cerca del meridiano, ó el azimut a sea muy pequeño.

210.—Para hallar el valor de z, que figura en las fórmulas precedentes, hay que agregar al de z_1, directamente observado, el de ρ. Y este

valor, dependiente del de la presion atmosférica, ó de la altura de la columna barométrica en el lugar y momento de la observacion, y de la temperatura del aire ambiente, á la sombra y en sitio cercano y ventilado, se tomará de las *Tablas de Refraccion* de Bessel, ó de cualesquiera otras equivalentes, basadas en la siguiente fórmula:

$$(41) \qquad \log \rho = \log \operatorname{tang} z_1 + \log \alpha + A(\log B + \log T) + \lambda \log \gamma,$$

que, segun lo explicado en las páginas 519, 520 y 521 del tomo I de las *Memorias* del INSTITUTO, puede fácilmente transformarse en otra más sencilla, y cuyos términos son todos positivos:

$$(42) \qquad \log \rho = \log \operatorname{tang} z_1 + \log b + \log \alpha_1 + \log \alpha_2 + \log \alpha_3 + \log \alpha_4$$

Los logaritmos de α_1, α_2, α_3 y α_4 se hallarán más adelante tabulados con los argumentos: z_1, el primero; t (temperatura del aire en grados centígrados), el segundo; z_1 y t, el tercero; y z_1 y b (b = altura del barómetro, expresada en *mm.*, y referida á la temperatura t), el cuarto. El logaritmo de α_4 sólo debe llevarse en cuenta desde los 76° de distancia zenital en adelante; y desde los 43° el de α_3. Disponiendo de estas ta-

blas especiales y de las generales de logaritmos, el cálculo de ρ podrá, pues, efectuarse sin dificultad alguna.

211.—Cuando el astro observado fuere el Sol, de la distancia zenital aparente habrá que restar la *paralaje* en altura, π, para deducir la verdadera. Admitiendo que el valor de la paralaje horizontal ecuatorial asciende á 8″.86, el de π se desprenderá, con suficiente grado de aproximacion en cualquier caso, de la siguiente sencillísima fórmula:

$$(43) \qquad \pi = 8''.86 \times \text{sen } z_1.$$

212.—El procedimiento de determinacion de la hora por observaciones de *alturas*, ó de distancias zenitales, *correspondientes*, responde á la conveniencia ó necesidad de observar, cuando se practica el método anterior, las alturas *absolutas* de dos astros, situados en posiciones aproximadamente simétricas con respecto al meridiano y al horizonte. Observando el mismo astro á iguales ó casi iguales distancias, por el E. y el O., del meridiano, conforme este segundo método pide, ni la incertidumbre en el valor de φ, ni la flexion del anteojo, pueden trascender en grado sensible á los resultados. Con la particularidad muy importante de que ni necesario será conocer entónces las alturas ó dis-

tancias zenitales á que las observaciones se refieren; bastando cerciorarse de la igualdad efectiva de tales alturas. La manera de obtener el *estado* del cronómetro por este segundo método ó sistema de observaciones combinadas, no puede ser más sencilla.

Tomando la semisuma de los tiempos señalados por el cronómetro en los momentos precisos de cada par de observaciones ó punterías al astro enfilado, correspondiente á la misma graduacion del círculo vertical del instrumento con que se opera (sextante, círculo de reflexion ó teodolito), se hallará el tiempo del mismo cronómetro en que debió verificarse el paso del astro por el meridiano, en el doble supuesto, 1.º: de que el *movimiento* ó variacion del cronómetro sea en realidad uniforme; y, 2.º: de que la *declinacion* del astro no haya tampoco variado en cantidad apreciable, durante el intervalo de las dos observaciones correspondientes y comparadas. Lo primero se admite como cierto siempre, á falta de datos ó indicios que permitan introducir alguna correccion oportuna y justificada en los resultados; y lo segundo, cierto tambien, cuando se observa una estrella fija, pide una correccion importante cuando se trata del Sol. Y, hallado el tiempo del paso por el meridiano segun el cronómetro, de su com-

paracion con la *ascension recta* del astro á que se refiere, ó con el tiempo del mismo paso indicado por una buena efeméride, se concluirá lo que el cronómetro adelanta ó atrasa en realidad.

La correccion que á la semisuma de tiempos, correspondientes á dos alturas iguales del Sol, observadas por la mañana una, y otra por la tarde, debe aplicarse para deducir la hora de *medio dia verdadero*, se calculará por la siguiente fórmula, en muy gran parte tabulada:

$$(44)\quad \Delta T_0 = - A \tan \varphi . \Delta \delta + B \tan \delta . \Delta \delta;$$

en la cual representan:

φ. . . la latitud aproximada del lugar de observacion.

δ. . . la declinacion del Sol á medio dia verdadero.

$\Delta \delta$... la *variacion horaria* de la cantidad δ, *positiva* durante el invierno y la primavera, y *negativa* en el verano y otoño.

A y B... dos funciones de t, cuyos logaritmos se hallarán más adelante tabulados con el argumento 2 t:

$$\left(A = \frac{t}{15 \text{ sen } t};\ y\ B = \frac{t}{15 \tan t}\right).$$

$2t$... el intervalo en tiempo, transcurrido entre cada par de observaciones ó de alturas correspondientes.

T_0... la semisuma de tiempos del cronómetro, que se trata de corregir. Y

ΔT_0.. la correccion buscada.

En la práctica de este método se supone que la refraccion de la luz influye del mismo modo en las distancias zenitales correspondientes, anteriores y posteriores al paso del astro observado por el meridiano; y, por lo tanto, suele omitirse la correccion por aquel concepto: omision voluntaria, no siempre exenta de error, y que no puede recomendarse como absolutamente irreprochable. Pero, de llevar en cuenta la desigualdad de efectos de la refraccion por la variacion de temperatura y de la presion atmosférica en el intervalo de las observaciones, el método pierde el carácter de sencillez que le distingue, y propende á confundirse con el en primer lugar expuesto ó simplemente enunciado, sobre el terreno mucho más breve y expedito.

213.—Conocido el *estado aproximado* de un cronómetro, fácil es instalar, aproximadamente tambien, en el plano meridiano, un anteojo de pasos, como el mencionado anteriormente y descrito en las *Memorias* del INSTITUTO. Para ello,

despues de nivelar el instrumento y de corregir en lo posible la colimacion del anteojo, basta enfilar la estrella *Polar*, y anotar la *hora* de la observacion; calcular, ó tomar de una efeméride preparada al efecto, el *azimut* de la misma estrella, á la hora citada correspondiente; y comunicar luégo á los soportes del anteojo un movimiento suave de rotacion, en sentido adecuado, hasta que el anteojo se traslade del plano vertical de la estrella al plano meridiano, describiendo para ello un ángulo, igual precisamente al azimut calculado, ó supuesto ya conocido.

214.—Para que un anteojo de pasos pueda considerarse como perfectamente orientado y rectificado, son menester tres condiciones: 1.ª que el *eje de rotacion* sea horizontal; 2.ª que, indefinidamente prolongado, coincida con la *perpendicular* á la meridiana; y 3.ª que sea perpendicular tambien al *eje óptico* del anteojo, definido por el centro del objetivo y el hilo central del retículo, ó por el hilo ideal que representa la posicion media de los varios hilos del retículo. Si, como en la práctica sucede casi siempre, estas condiciones sólo aproximadamente se verifican, para definir la situacion de ambos ejes, fijo ó estable el primero, y variable en direccion, con la puntería y giro consiguiente del anteojo,

el segundo, hay que conocer, 1.°: la posicion, con respecto al horizonte y al meridiano, de uno de los puntos de interseccion con la esfera celeste del eje de rotacion, prolongado como se ha dicho; y 2.°: el ángulo que uno con otro forman ambos ejes: ó, con mayor precision, el formado por la prolongacion hácia occidente del primero, con la del eje óptico hácia el objeto enfilado. Si la *distancia zenital* de la interseccion occidental mencionada se representa por $90° - b$; por $90° - a$ su *azimut*, contado desde el S.; y por $90° + c$ el ángulo poco ántes definido de ambos ejes, las pequeñas cantidades b, a y c designarán respectivamente:

b... la *inclinacion* del eje de rotacion del anteojo, considerada como *positiva* cuando el muñon ó extremo occidental resulte algo más elevado que el oriental.

a... el *azimut* del plano en que se mueve el mismo anteojo, considerado como *positivo* tambien cuando la interseccion de este plano con el horizonte corresponda á los cuadrantes del S. al E. y del N. al O. Y

c... la *colimacion* del eje óptico, *positiva* cuando el ángulo de este eje con el de rotacion prolongado hácia occidente, comprenda en realidad más de 90°.

215.—Dando por conocidas las cantidades *a*,

b y *c*, del *tiempo* señalado por el cronómetro en el momento del paso de un astro por el hilo ideal de referencia (promedio de los tiempos correspondientes á los pasos por todos los hilos del retículo), se deducirá fácilmente el que debería señalar en el momento efectivo del paso por el meridiano; y, comparando este *tiempo* con la *ascension recta* del astro observado, se concluirá, como por los otros métodos de investigacion análoga, el *estado*, por de pronto, desconocido ó mal conocido del cronómetro.—La fórmula usual para esto es la que sigue, del astrónomo Tobías Mayer:

(45)
$$\alpha = T + \Delta T + a \frac{\text{sen}(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + b \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + \frac{c}{\cos \delta};$$

en la cual representan:

α... la *ascension recta* del astro observado, en el momento de su culminacion ó en que se observa.

T... el tiempo señalado entónces por el cronómetro.

Δ T... la incógnita principal del problema, ó el *estado* de adelanto ó atraso del mismo cronómetro.

φ y δ... la *latitud geográfica* del lugar y la *de-*

clinacion del astro observado, aproximadamente conocidas ó determinadas. Y

a, *b* y *c*... los tres *errores* de *azimut*, *inclinacion* y *colimacion*, considerados como *positivos* en los supuestos referidos y como *negativos* en los contrarios, y expresados en *segundos de tiempo*, á razon de segundo de este nombre por cada 15 segundos de arco.

216.—Si, en vez de definir la posicion en la bóveda celeste del punto occidental del eje de rotacion por su *azimut* y *altura*, se hubiese definido por su *horario*, $90°-m$, y *declinacion*, $90°-n$, á la fórmula anterior de Mayer reemplazaría la siguiente, propuesta por Bessel:

$$(46) \quad \alpha = T + \Delta T + m + n \operatorname{tang} \delta + c \sec \delta.$$

O esta otra, por Hansen, basada en ambas definiciones:

$$(47) \quad \alpha = T + \Delta T + b \sec \varphi + n (\operatorname{tang} \delta - \operatorname{tang} \varphi) + c \sec \delta.$$

Fórmulas una y otra muy convenientes en la práctica, segun los casos y condiciones en que se opere.

217.—Las relaciones entre *a* y *b*, *m* y *n*, y la latitud geográfica φ, importantes de conocer, se reducen á las que siguen:

(48). . . . $\begin{cases} m = a \text{ sen } \varphi + b \cos \varphi \\ n = b \text{ sen } \varphi - a \cos \varphi \end{cases}$

equivalentes á estas otras:

(49) . . . . $\begin{cases} a = m \text{ sen } \varphi - n \cos \varphi \\ b = m \cos \varphi + n \text{ sen } \varphi. \end{cases}$

En las tres fórmulas (45), (46) y (47), de reduccion de pasos *superiores* al meridiano, deberá reemplazarse la *declinacion* δ por $180^\circ - \delta$, y la α por $\alpha + 12^h$, cuando se trate de los pasos *inferiores*, correspondientes á las estrellas circumpolares.

218.—De los tres *errores* a, b y c, ó de las correcciones que deben aplicarse al tiempo observado T, el b es el que más sencilla é inmediatamente puede determinarse con auxilio del nivel, adaptado constantemente á los muñones de acero del eje de rotacion, y que en ciérto modo forma parte integrante y como inseparable del instrumento con que se opera. Pero los muñones, áun suponiéndolos cilíndricos y de seccion recta circular (de lo cual habrá que cerciorarse previa y cuidadosamente con el mismo nivel, anotando lo que indicare en muy diversas posiciones del anteojo), pueden ser de radios algo diferentes; y la *inclinacion aparente*, ó relativa á sus aristas superiores, discrepará, en

consecuencia, de la *verdadera*, referente á la línea de los centros. *Nivelando* repetidas veces, y en posiciones inversas del eje sobre las muñoneras, se logrará resolver la duda, y zanjar luégo la dificultad mediante las siguientes fórmulas:

$$(59)\ldots\begin{cases} b_1 = \beta_1 - \dfrac{\frac{1}{2}(\beta_1 - \beta_2)\,\text{sen}\,q}{\text{sen}\,p + \text{sen}\,q}, \text{ y} \\ b_2 = \beta_2 + \dfrac{\frac{1}{2}(\beta_1 - \beta_2)\,\text{sen}\,q}{\text{sen}\,p + \text{sen}\,q}; \end{cases}$$

en las cuales representan:

β_1 y β_2 las *inclinaciones aparentes* acusadas por el nivel en las posiciones inversas y como simétricas del anteojo, que puede convenirse en designar por *primera* y *segunda*, cualquiera que sea la que por primera se adopte.

b_1 y b_2 las *inclinaciones reales* que se buscan, referentes á la línea de los centros de los muñones. Y

$2p$ y $2q$ los ángulos de las horquillas ó colgantes del nivel, y de las muñoneras ó cajas de recepcion y sustentacion del eje y del anteojo. Si estos ángulos son iguales ó casi iguales, como sucede con frecuencia, la correccion á las inclinaciones aparentes se reduce á $^1/_4\,(\beta_1 - \beta_2)$, que deberá aplicarse con los signos alternados, $+$ ó $-$, segun los casos.

219.—La colimacion *c* puede tambien determinarse con bastante sencillez apuntando sucesivamente con el anteojo, despues de afianzado en azimut, y en posiciones inversas sobre las muñoneras, á un objeto terrestre, lejano y bien definido; midiendo con el tornillo micrométrico, adaptado al ocular y en conexion con el retículo, la distancia angular del objeto enfilado al hilo central y fijo; tomando la semidiferencia de valores encontrados; y refiriendo luégo el resultado, con el signo que le corresponda, segun la posicion *primera* ó *segunda*, *A* ó *B*, del instrumento, al hilo ideal, promedio de todos los hilos fijos por donde han de observarse los pasos de las *estrellas de estado*. Todo en el supuesto de que el anteojo corresponde al centro ó mitad del eje de rotacion: como en los instrumentos de Repsold, páginas más atrás mencionadas, aunque portátiles, de gran estabilidad, muy acertadamente se verifica. De ser *excéntrico* el anteojo, al procedimiento anterior debería sustituirse el siguiente, aplicable en cualquier caso ó supuesto.

220.—Orientado ya y nivelado el anteojo del mejor modo posible, y bien amordazado en azimut, se aguardará á que la estrella *Polar*, ú otra circumpolar cualquiera, de posicion conocida, penetre en el campo visual, por efecto del

movimiento aparente de rotacion diurna de la esfera. En un extremo del campo se observarán entónces los pasos de la estrella por algunos hilos del retículo, fijos y bien determinados, ó micrométricos y movibles; pero igualmente bien definidos éstos, por su distancia al hilo central, expresada en revoluciones ó partes de revolucion del tornillo. Y ántes de que pase por el central, se invertirá la posicion del anteojo sobre las muñoneras, y se volverán á observar los pasos de la estrella por los mismos hilos (alguno más ó ménos) de un principio, aunque en la region opuesta del campo. Reduciendo al *promedio* de los hilos fijos, ó al eje óptico principal del anteojo, los pasos laterales observados en ambas posiciones; suponiendo conocida la inclinacion del eje de rotacion, ántes y despues del cambio (para lo cual habrá que leer repetidas veces lo que el nivel indique en sus dos posiciones ó colocaciones posibles, ántes de emprender la operacion y despues de terminarla); y suponiendo tambien que ni el *azimut* del anteojo, ni el *estado* del cronómetro, ni las *coordenadas* de la estrella han variado en el transcurso muy breve de la operacion sensiblemente, el valor de c se deducirá de la siguiente fórmula, consecuencia de la (45), si los pasos observados son *superiores*: (51)

$$c = \tfrac{1}{2}(T_2 - T_1)\cos\delta + \tfrac{1}{2}(b_2 - b_1)\cos(\varphi - \delta);$$

ó de esta otra, si inferiores: (52)

$$-c = \tfrac{1}{2}(T_2 - T_1)\cos\delta + \tfrac{1}{2}(b_2 - b_1)\cos(\varphi + \delta):$$

en las cuales representan:

T_1 y T_2 los tiempos de las observaciones, señalados por el cronómetro, y reducidos al promedio de los hilos, respectivamente en las posiciones *primera* y *segunda* del anteojo. Y

b_1 y b_2 las inclinaciones del eje de rotacion, en las posiciones inversas mencionadas.

221.—En la fórmula (45), α representa la *ascension recta* aparente de la estrella observada, en el momento de su culminacion y tal como la dan las efemérides; pero no tal como se desprendería de las mismas observaciones. Entre ambos media una pequeña diferencia, procedente de la *aberracion diurna de la luz*, y variable con la latitud del lugar, omitida en las efemérides, y que debe agregarse al primer miembro de aquella fórmula ó ecuacion, ó sustraerse del segundo, para que pueda considerarse como exacta. La nueva correccion, *sustractiva* del tiempo observado T, tiene por expresion, suficientemente aproximada á la verdad, ésta:

$$0^s,021 \cos\varphi \sec\delta;$$

y puede englobarse en el término c sec δ con sólo poner por c la diferencia $c - 0^s{,}021 \cos \varphi$.

Designando por c_0 el valor de c, así corregido ó modificado, la fórmula (45), como las (46) y (47), subsisten sin alteracion aparente de ninguna especie.

222.—Cuando el anteojo de pasos sea recto, como los de los círculos meridianos construidos por Brunner para el INSTITUTO, y de fácil inversion sobre las muñoneras, entre la colimacion a del hilo central y la inclinacion b del eje de rotacion, podrá establecerse una relacion numérica muy sencilla, comparando la posicion de los hilos del retículo con la de sus imágenes, formadas por reflexion en un baño de mercurio, sólidamente cimentado debajo del anteojo. Cambiando para ello de ocular, ó adaptando al ocular ordinario una simple lámina ú hojuela de mica, inclinada 45° con respecto al horizonte, é iluminada lateralmente por la llama de una lamparilla, bastará apuntar con el anteojo al baño, ó enfilarle hácia el nadir, para cerciorarse de si el hilo central del retículo coincide ó no con su imágen, reflejada por el mercurio. Y si no hay coincidencia, como no la habrá en la inmensa mayoría de casos, con el tornillo é hilo micrométricos, que completan el sistema reticular del anteojo, se medirá la dis-

tancia angular, M, interpuesta entre ambos objetos comparados. Prescindiendo por de pronto de los signos, esta distancia representa el duplo de la diferencia de valores angulares de b y c; y, como c cambia de signo cuando el anteojo se invierte sobre las muñoneras, repitiendo la medicion dos veces, en las posiciones primera y segunda del anteojo, resultará sucesivamente que

$$(53). \ldots \ldots \begin{cases} b - c = \frac{1}{2} M_1; \text{ y} \\ b + c = \frac{1}{2} M_2. \end{cases}$$

Esto suponiendo que la inclinacion permanece invariable en las dos posiciones del anteojo, ó que en el acto de la inversion no experimenta trastorno alguno.

Si, ademas, b y c se consideran como cantidades positivas en la posicion primera, y b es entónces mayor que c, el hilo central del retículo se verá al *Este* de su imágen reflejada; y al *Este* tambien, pero á mayor distancia de su imágen que en la primera, en la posicion segunda. Al *Oeste* en el primer caso, y al *Este* en el último, cuando b sea menor que c. Y en coincidencia el hilo con la imágen, ó al *Este* asimismo, en los dos supuestos considerados, cuando por excepcion b y c sean de la misma amplitud angular. Atribuyendo, pues, á M el

signo + cuando el objeto corresponda ó se observe al *Este* de su imágen, y el — cuando se advierta ó suceda lo contrario, de las dos ecuaciones (53) se desprenden estas otras:

$$(54)\ldots\ldots \begin{cases} b = {}^1/_4\,(M_2 + M_1)\ ;\ y \\ c = {}^1/_4\,(M_2 - M_1). \end{cases}$$

Valederas, si á las M se atribuyen siempre los signos convenidos, cualesquiera que sean las relaciones en magnitud y signo, existentes entre b y c: cantidades incógnitas ambas, que por este procedimiento se trata de determinar.

La dificultad para determinarlas, disfrazada ú oculta en las sencillísimas expresiones anteriores, estriba en que b representa la inclinacion real del eje de rotacion del anteojo, y no la aparente, que el nivel apoyado en los muñones revela. Y como los valores de M_1 y M_2 dependen de esta inclinacion aparente, distinta, si los muñones son de diámetros diferentes, en ambas posiciones del anteojo; ó de la desigualdad de estos diámetros, agente en cada posicion con distinto signo tambien; representando por β_1 y β_2 las inclinaciones aparentes y por $\pm\,\iota$ las correcciones que deben experimentar para convertirse en verdaderas, á las ecuaciones (52) reemplazarán las que siguen:

$$(55) \ldots \left\{ \begin{array}{l} \beta_1 + \varepsilon - c = \tfrac{1}{2} M_1 ; \text{ y} \\ \beta_2 - \varepsilon + c = \tfrac{1}{2} M_2 \end{array} \right.$$

De las cuales se deducirán los valores de $(\beta_1 + \varepsilon)$ ó $(\beta_2 - \varepsilon)$, ó de las inclinaciones verdaderas del eje de rotacion del anteojo, con independencia del nivel, cuando la colimacion c sea conocida, ó se hubiere determinado por cualquier otro procedimiento; ó el de la colimacion,

$$(56) \qquad c = {}^1/_4 (M_2 - M_1) - \varepsilon,$$

si ε se supone conocida y determinada por la relacion $\varepsilon = {}^1/_4 (\beta_2 - \beta_1)$, admisible como cierta en muchos casos.

223.—Aun con la dificultad ó inconveniente que acaba de apuntarse, este procedimiento de investigacion, sea del valor de c, ora del de b, merece tenerse en cuenta, siquiera como medio de comprobacion de los resultados obtenidos por otros distintos métodos, encaminados al mismo fin, y en razon tambien de la brevedad y sencillez con que puede practicarse. Como que la única operacion que demanda es la de medir con el tornillo micrométrico la distancia angular del hilo central á su imágen: para lo cual, cuando M abarque muy pocos segundos de amplitud, como sucede por lo comun, debe preferirse me-

dir otra distancia triple: la comprendida entre el hilo micrométrico y su imágen, cuando este segundo hilo se sitúa de manera que entre él y el central fijo sea el intervalo precisamente igual al que se trata de medir ó apreciar. El tercio de la diferencia de las lecturas hechas en el tambor del tornillo, en esta posicion de los hilos e imágenes respectivas, que la vista aprecia con mucha delicadeza, y cuando el hilo micrométrico pasa luégo á ocupar el lugar de su imágen, y viceversa, expresará lo que *M* vale en revoluciones y partes de revolucion del mismo tornillo: ó en segundos de arco, despues de averiguar lo que en segundos vale cada revolucion, por el procedimiento que para esto se indicará dentro de poco.—Como expresion final de *M*, se adoptará en cada caso el promedio de los resultados numéricos obtenidos en diez distintas determinaciones de su valor, verificadas segun acaba de decirse, ó por medicion análoga directa, cuando se considere preferible.

224.—Conocidos los valores de *b* y *c*, el del azimut *a* se determinará observando, en la misma posicion ó en posiciones inversas del anteojo, los pasos consecutivos de dos estrellas, situadas una cerca del polo y otra del ecuador, ó á muchos grados de distancia en *declinacion*

una de otra, y á muy pocos minutos de tiempo en ascension recta, por medio de la fórmula

$$a = \left\{ (\alpha_2 - \alpha_1) - (T_2 - T_1) \right\} \times \frac{\cos \delta_1 \cos \delta_2}{\cos \varphi \operatorname{sen} (\delta_1 - \delta_2)},$$

equivalente á la que sigue:

$$(57) \qquad a = \frac{(\alpha_2 - \alpha_1) - (T_2 - T_1)}{\cos \varphi \, (\operatorname{tang} \delta_1 - \operatorname{tang} \delta_2)};$$

en la cual designan:

α_1 y α_2 las ascensiones rectas de las estrellas *primera* y *segunda* observadas.

δ_1 y δ_2 sus declinaciones respectivas. Y

T_1 y T_2 los tiempos de los pasos, referidos al hilo promedio del retículo; corregidos de inclinacion y colimacion; y corregidos tambien, si hubiere necesidad, de la variacion ó movimiento del cronómetro en el intervalo de las observaciones.

225.—En vez de la combinacion de pasos indicada, puede utilizarse para concluir el valor de a la de un paso *inferior* de una estrella circumpolar con el *superior* de otra ecuatorial; ó la de un paso superior con otro inferior, ó viceversa, de dos estrellas circumpolares, que se verifiquen como los anteriores á poca distancia en

tiempo uno de otro, para que el *estado* del cronómetro pueda en el entretanto considerarse como invariable, y como invariable tambien el azimut del anteojo; ó la del paso superior con el inferior de la misma estrella, ó del inferior con el superior, separados por el intervalo aproximado de 12 horas, cuando el movimiento del cronómetro sea conocido, y en la estabilidad del instrumento, durante tan largo tiempo, se abrigue confianza. Las fórmulas adecuadas al cálculo de a en estos varios casos ó supuestos se deducen todas de la (57), poniendo $12^h + \alpha$ por α, y $180° - \delta$ por δ, cuando sea *inferior* el paso de la estrella á la cual las coordenadas α y δ se refieren.

Así: cuando el valor de a haya de obtenerse por la observacion de dos pasos, *superior* el primero é *inferior* el segundo, á la fórmula (57) reemplazará la que sigue:

$$a = \left\{(12^h + \alpha_2 - \alpha_1) - (T_2 - T_1)\right\} \times \frac{\cos\delta_1 \cos\delta_2}{\cos\varphi \ \mathrm{sen}(\delta_1 + \delta_2)}; \text{ ó}$$

$$(58) \quad a = \frac{(12^h + \alpha_2 - \alpha_1) - (T_2 - T_1)}{\cos\varphi(\mathrm{tang}\,\delta_1 + \mathrm{tang}\,\delta_2)}.$$

Cuando el órden de los pasos fuere inverso

del anterior, *inferior* el primero y *superior* el segundo, esta otra:

$$a = \{(\alpha_2 - \alpha_1 - 12^h) - (T_2 - T_1)\} \times \frac{-\cos\delta_1 \cos\delta_2}{\cos\varphi \ \mathrm{sen}(\delta_1 + \delta_2)}; \text{ ó}$$

$$(59) \qquad a = \frac{(12^h + \alpha_1 - \alpha_2) - (T_1 - T_2)}{\cos\varphi \ (\mathrm{tang}\,\delta_1 + \mathrm{tang}\,\delta_2)}.$$

Y cuando los pasos, no inmediatamente consecutivos, sino separados por el intervalo de 12^h, se refieran á la misma estrella circumpolar, la siguiente, que procede de la (58):

$$(60) \qquad a = \frac{(12^h + \Delta\,\alpha_1) - (T_2 - T_1)}{2 \cos\varphi \ \mathrm{tang}\,\delta};$$

ó esta otra, de la (59):

$$(61) \qquad a = \frac{(12^h - \Delta\,\alpha_2) - (T_1 - T_2)}{2 \cos\varphi \ \mathrm{tang}\,\delta}:$$

en las cuales $\Delta\,\alpha_1$ y $\Delta\,\alpha_2$ representan la variacion de la *ascension recta* de la estrella en el intervalo de ambos pasos observados; y δ la *declinacion*, supuesta invariable, de la misma estrella.

226.—El tiempo T del cronómetro, que figura en las fórmulas fundamentales (45), ó (46), ó (47), es igual al promedio de los tiempos correspondientes á los pasos observados por todos los hilos del retículo, ó por cierto número de hilos bien espaciados en el plano focal del objetivo, y definidos sin ambigüedad de ningun género. Pero, cuando la observacion es *incompleta*, ó faltan en la serie total de observaciones parciales las de los pasos por alguno ó varios hilos, la deduccion de T pide el conocimiento con antelacion de las distancias angulares, ó *intervalos ecuatoriales*, de todos los hilos, comparados con su promedio. Y estos intervalos deberán por lo mismo determinarse previamente, observando, con el anteojo afianzado en azimut, nivelado y rectificado, *veinte* pasos completos, cuando ménos, superiores ó inferiores, ó lo uno y lo otro, y en épocas del dia y del año muy diversas, de alguna ó de varias estrellas circumpolares, cuya declinacion sea bien conocida: de la *α Ursæ Minoris*, con preferencia á cualquiera otra. Tomando el promedio de los tiempos observados, corregidos si fuere ó se juzgare menester del *movimiento* del cronómetro; y comparando con este promedio cada uno de aquellos tiempos ú horas de observacion, se hallarán los valores de los intervalos que corres-

ponden á la declinacion, δ, de la estrella observada; y de aquí los ecuatoriales por la siguiente fórmula:

$$\text{sen } 15\,i = \text{sen } 15\,I \times \cos\delta;$$

ó por esta otra, más sencilla:

(62) $$i = I\cos\delta - \lambda I^3 \cos\delta,$$

en la cual representan:

i... el intervalo *ecuatorial* buscado, expresado en *segundos* de tiempo, y correspondiente á un hilo determinado del retículo.

I... el intervalo, tambien en *segundos*, deducido de la observacion.

δ... la declinacion de la estrella *circumpolar* á que el intervalo I se refiere. Y

λ... una constante, cuyo logaritmo es igual á 0,94518 — 10.

Y, hallados los valores de i por la aplicacion reiterada de la fórmula precedente á multitud de casos de observacion, los I_1, correspondientes á la declinacion δ_1, se concluirán por esta otra:

(63) $$I_1 = i\sec\delta_1 + \lambda\, i^3 \sec^3\delta_1.$$

A la fórmula (62) reemplaza ventajosamente la que sigue:

(64) $$i = \frac{I \cos \delta}{K};$$

y á la (63), ésta:

(65) $$I_1 = i \sec \delta_1 \times K,$$

desde el momento en que el logaritmo de K se tabula, con el argumento I ó I_1, de *minuto* en *minuto* de tiempo, ó con el logaritmo aproximado, hasta la segunda ó tercera cifra decimal, de $i \sec \delta_1$. Operacion ésta muy fácil de realizar, y cuyos resultados se insertan en el apéndice á las presentes *Instrucciones*, sabiendo que

(66) $$K = \frac{I \operatorname{sen} 15''}{\operatorname{sen} 15 I}.$$

Y de análogo modo que los intervalos de los hilos fijos se hallarán los de los hilos micrométricos, separados por una ó varias vueltas, ó partes de vuelta, del tornillo que los mueve: observando los pasos por ellos de una estrella circumpolar, y comparando los tiempos correspondientes con el que al paso por el hilo fijo central se refiere.—El estudio del tornillo micrométrico, y la determinacion del valor angular de cada revolucion ó espira, pueden asimismo verificarse comparando los intervalos ecua-

riales de los hilos fijos, expresados en segundos de tiempo, con los mismos intervalos, determinados en revoluciones por muy reiteradas coincidencias de unos hilos con otros.

227.—Los hilos del retículo, tanto fijos como movibles, deben distinguirse por números de órden, que precisen y recuerden sus posiciones relativas: ó por los índices I, II, III,..., á contar desde el hilo más próximo al tambor del tornillo micrométrico. Y, convenido esto, la *primera posicion* del anteojo será aquella en que los *pasos superiores* de las estrellas se verifiquen en el órden de los hilos: aquélla, en los anteojos acodados de Repsold, núms. I y II, pertenecientes al INSTITUTO, en que el ocular del mismo anteojo, y el observador en consecuencia, se hallen situados al O. del meridiano; y la *segunda*, naturalmente, la contraria ó inversa.

228.—Una buena determinacion del estado, ΔT, del péndulo ó cronómetro, con auxilio de cualquiera de las fórmulas (45), (46) ó (47), debe comprender:

1.° La observacion de una estrella circumpolar, en las posiciones *primera* y *segunda*, *A* ó *B*, del anteojo de pasos.

2.° La de dos, cuatro ó cinco estrellas de *estado*, circunzenitales, ó comprendidas entre el zenit y el ecuador, en la posicion última, *B*.

3.° La de otras tantas estrellas del mismo nombre, y aproximadamente de iguales declinaciones, en la primera, *A*.

4.° La de otra estrella circumpolar, en las mismas condiciones de un principio. Y

5.° La lectura del nivel, constantemente apoyado sobre los muñones, al empezar y concluir la operacion, y, siempre que se pueda, entre cada par de estrellas observadas.

Conocida la *inclinacion*, *b*, y suponiendo invariable el *azimut*, *a*, miéntras las observaciones se verifican, la *colimacion*, *c*, se desprenderá, por la fórmula (51), de los dobles pasos observados de ambas estrellas circumpolares. Y, determinados los valores de *b* y *c*, para hallar los de *a* y Δ T se dispondrá luégo de tantas ecuaciones con estas dos incógnicas como estrellas se hubieren observado, resultantes de la aplicacion á cada caso particular de la fórmula general (45). Si con las dos circumpolares se combinan dos ecuatoriales, y los valores de *a* calculados por la fórmula (57), ó por cualquiera otra de las análogas consecutivas, se hallan iguales, ó muy poco discrepantes uno de otro, la estabilidad del anteojo quedará comprobada, y el estado Δ T se deducirá con muy grande aproximacion á la verdad.

229.—Como la *colimacion* varia poquísimo, ó

nada mensurable, durante breve rato, y aun durante dias enteros, á no experimentar el anteojo algun choque ó sacudida violenta, aquella cantidad puede desde luégo suponerse conocida por la doble observacion de algun objeto terrestre; y entónces la determinacion del *estado* del cronómetro se reducirá:

1.° A la observacion de una estrella circumpolar, y de dos ó más estrellas zenitales ó ecuatoriales, en la posicion primera ó segunda del anteojo. Y

2.° A la de otras dos ó más estrellas del último nombre y otra circumpolar, en la posicion inversa.

230.—Y si no fuere necesario apurar con exceso el asunto, el valor del *estado* se deduciría de la simple observacion de dos estrellas: boreal ó *circunzenital*, una; y *ecuatorial*, ó inferior al ecuador, otra; en la misma posicion, pero mucho mejor en posiciones inversas, del anteojo. De la fórmula (45), aplicada á estos dos pasos consecutivos, se concluye, en efecto, que

$$(67)\quad \Delta T = (\alpha_2 - T_2) + M \left\{ (\alpha_2 - T_2) - (\alpha_1 - T_1) \right\}:$$

expresion en la cual designan, como en otras análogas,

T_1 y T_2 los tiempos de la observacion, seña-

lados por el cronómetro en los momentos de los pasos *primero* y *segundo*: tiempos referidos al promedio de los hilos, y corregidos de inclinacion y colimacion.

α_1 y α_2 las *ascensiones rectas* de las estrellas en primero y segundo lugar observadas, ó correspondientes á los tiempos T_1 y T_2. Y

M una funcion de la latitud del lugar, φ, y *declinaciones* δ_1 y δ_2, calculable por esta otra fórmula:

$$(68) \qquad M = \frac{\operatorname{sen}(\varphi - \delta_1)\cos\delta_1}{\cos\varphi\ \operatorname{sen}(\delta_2 - \delta_1)}.$$

De cuyo exámen se deduce que δ_2 debe discrepar bastante de δ_1, hasta 90° á ser posible, para que los errores de observacion trasciendan en cantidad mínima al resultado que se busca. Si la diferencia $\delta_2 - \delta_1$ se redujese á 50, 40, 30 ó ménos grados, aún se hallaría el valor de ΔT, aproximado hasta una ó dos décimas de segundo, siempre que las estrellas culminaren al S. del zenit, y supliere el observador con su habilidad la insuficiencia del método, ó la contrariedad de las condiciones en que debería entónces practicarse.

El azimut del anteojo, tambien aproximado á la verdad, pero que siempre es útil conocer, se

concluiría de la siguiente fórmula, ya expuesta anteriormente, pero que no obstante conviene recordar:

$$(69) \qquad a = N.\left\{(\alpha_2 - T_2) - (\alpha_1 - T_1)\right\};$$

en la cual T_1 y T_2, y α_1 y α_2 designan lo mismo que en la (67); y N lo que indica la expresion adjunta, análoga á la (68):

$$(70) \qquad N = \frac{\cos \delta_1 \cos \delta_2}{\cos \varphi \operatorname{sen} (\delta_1 - \delta_2)}.$$

Téngase presente que el valor de a resultará expresado en *segundos de tiempo*, si los de b y c, que figuran en los términos de correccion de la fórmula (45), se han referido á la misma unidad, y no al *segundo de arco*, 15 veces menor que el primero.

231.—La instabilidad de los instrumentos portátiles, y la dificultad de cerciorarse de su constancia en azimut, ó de la amplitud de la variacion en este sentido, procedente de la escasez de estrellas circumpolares bien definidas, que culminen á medida del deseo del observador, y puedan combinarse con otras ecuatoriales, conforme indica la fórmula (57), han dado orígen al método de determinacion de la *hora*, ó del *estado*, ΔT, por observaciones de pasos, verificadas,

no precisamente en el meridiano, sino en el *plano vertical*, cualquiera que sea, donde la *Polar* (*α Ursæ Minoris*) estuviere situada al tiempo de las observaciones. El órden en que éstas deben verificarse es el siguiente, igual casi ó más sencillo todavía que en el meridiano.

1.º Observacion de la *Polar*, en cualquier posicion, *A* ó *B*, del instrumento: en la primera, supongamos.

2.º Observacion del paso, por los hilos fijos del retículo del anteojo, de *una* estrella de *estado*, circunzenital ó ecuatorial. Y

3.º Nueva observacion de la *Polar*, siempre en la posicion inicial del instrumento.

Invertido éste, y, á ser posible, sin alterarle en azimut, se observarán en seguida:

1.º La *Polar*.

2.º *Dos* estrellas de estado. Y

3.º Otra vez la *Polar*.

Y volviendo de nuevo á la posicion, *A*, primitiva, se repetirá, con la *Polar* y una *cuarta* estrella de estado, todo lo hecho poco ántes, en la misma posicion del anteojo.

El nivel deberá permanecer constantemente sobre los muñones, y leerse lo que indique, ántes y despues de la observacion de cada estrella, sin levantarle ó invertirle, sino cuando el anteojo se invierta; pero sí cuidando de cer-

ciorarse siempre de que la burbuja no se halla como adormecida, en posicion inestable y engañosa.

La observacion de la *Polar* se reducirá por junto á determinar su distancia angular al hilo *central* del retículo, y, por lo tanto, al *promedio* de todos, conocidos ya los intervalos ecuatoriales que los separan, con auxilio del tornillo y de los hilos micrométricos; y á la anotacion de los tiempos del cronómetro, en los momentos á que las distancias medidas se refieran. Una sola punteria ó enfilacion de la estrella puede considerarse como suficiente cada vez, en la mayoria de los casos, y en condiciones atmosféricas favorables; pero, cuando haya necesidad ó empeño justificado en apurar el asunto, como tratándose del problema de las longitudes debe haberle, en lugar de una sola, podrán hacerse tres, cuatro ó cinco consecutivas, en el más breve intervalo que sea factible. Para proceder con calma y acierto, y sin demasiada pérdida de tiempo, del último número no deberá, sin embargo, pasarse nunca.

Si las observaciones pueden hacerse en totalidad sin alterar el azimut del instrumento, así deben verificarse. Pero si se juzgare oportuno alterarle, por temor de que la *Polar* no se halle ya en el campo del anteojo al terminar la serie,

la variacion de azimut se introducirá despues de invertir el anteojo y de averiguar la inclinacion de su eje, y ántes de comenzar la segunda parte de la operacion interrumpida. Lo esencial es que el azimut permanezca inmutable en cada posicion del anteojo: lo demas es sólo conveniente. Pero muy conveniente por varios motivos, y asequible casi siempre sin esfuerzo, si el observador se prepara con tiempo para la faena; elige con tino las *estrellas de estado* que se propone observar; y coloca el anteojo de manera que, al dar comienzo á las operaciones, se encuentre la *Polar* dentro ya del espacio comprendido por los dos hilos fijos extremos, pero en la region del campo visual, opuesta al lugar hácia donde muy pausadamente se encamina, y por donde ha de fugarse y desaparecer al fin, en el transcurso del tiempo.

232.—Efectuadas las observaciones del modo y en el órden referidos, el cálculo de ΔT podrá verificarse luégo, mediante las siguientes fórmulas, propuestas por Döllen, unas con otras íntimamente eslabonadas, y resumidas todas en la final:

$$
(71)\left\{\begin{array}{l}
\tau = 15^\circ \{ (T'-\alpha') - (T-\alpha) + \gamma \} \\
\text{tang}\ \xi = \dfrac{\sec\delta\ \cot\delta'\ \text{sen}\,\tau}{1 - \text{tang}\,\delta\ \cot\delta'\ \cos\tau} \\
\text{sen}\ \eta = \dfrac{\text{sen}\,f}{\text{sen}\,(z'+z)} \\
\text{tang}\,x_{,} = \text{sen}\,\delta\ \text{tang}\,(\xi+\eta) \\
\text{sen}\,m_{,} = \text{sen}\,x_{,}\ \cot\delta\ \text{tang}\,\varphi \\
B = \sec\varphi \\
C = \sec\varphi . \dfrac{\cos\frac{1}{2}(z'-z)}{\cos\frac{1}{2}(z'+z)} \\
D = T - \alpha
\end{array}\right.
$$

$$
(72)\ \Delta T \pm C\,c = \frac{x_{,} - m_{,}}{15} - B\,b - D.
$$

En el precedente conjunto de relaciones, enderezadas todas al mismo fin, representan:

T', α' y δ', y z', respectivamente, el *tiempo* señalado por el cronómetro sidéreo (sin corregir de *estado*) en el momento de la observacion de la *Polar*, y las *coordenadas* y *distancia zenital* de la misma estrella: distancia, la última, que debe en este caso considerarse siempre como *positiva*.

T, α y δ, y z las mismas cantidades, correspondientes á cualquiera de las estrellas observa-

das, en combinacion con la *Polar*, y en el concepto de estrella de *estado*. En signo siempre, y en valor con muy pequeña discrepancia, z se supondrá igual ahora á $\varphi - \delta$.

γ el *movimiento* del cronómetro en el breve intervalo comprendido entre los pasos ú observaciones de ambas estrellas, *Polar* y de *estado*: movimiento, tal vez, desconocido, y que conviene sea muy pequeño para poderle, por de pronto, omitir como insignificante en el cálculo de Δ T, ó considerarle como mucho menor que los errores inevitables de observacion.

b el promedio de las inclinaciones del eje de rotacion del anteojo, ó la inclinacion del eje en sus dos posiciones inversas sobre las muñoneras; repetidas veces determinada con el nivel; supuesta invariable en el breve intervalo de las observaciones; y considerada como *positiva* cuando el muñon occidental resulte más elevado que el oriental, y como *negativa* en el caso contrario.

c la colimacion del eje óptico, que, al invertir el anteojo sobre las muñoneras, varía necesariamente de signo, sin cambiar de valor, y puede determinarse á la vez que el *estado* del cronómetro. Y

f la distancia angular del hilo móvil del micrómetro, con el cual se enfiló la *Polar*, al pro-

medio de los hilos fijos, ó al eje óptico principal del anteojo: distancia *positiva* en la *primera posicion* del anteojo, ó cuando el ocular del mismo corresponde al O. del meridiano, si la enfilacion ó coincidencia se verifica entre el promedio citado y el hilo fijo primero; y *negativa*, si entre el promedio y el hilo de índice superior: ó, por el contrario, *negativa* en aquel caso, y *positiva* en el último supuesto, cuando las observaciones se hagan en la *segunda posicion* del anteojo, ó con el ocular al E. del meridiano. Esto tratándose de los anteojos acodados de Repsold, números I y II, pertenecientes al INSTITUTO. En cualquier otro caso, el signo de *f* se determinará prácticamente, ó por comparacion con lo que acaba de decirse, ó recordando que debe ser el +, cuando en el momento de la enfilacion se encuentre la estrella al E. del hilo ideal, promedio de todos los fijos; y el —, en el supuesto contrario: sin tener en cuenta para nada la posicion y forma del anteojo.

Para determinar, en consecuencia, el valor de *f* se necesita, 1.º: conocer la distancia análoga, aunque mucho más pequeña, del hilo fijo *central*, al promedio de todos los hilos fijos del retículo, y la posicion relativa de este promedio con respecto al hilo comun de referencia: si corresponde al espacio lateral, comprendido en-

tre el hilo central y el I fijos, ó á la region del campo visual opuesta; 2.°: hallar por coincidencias reiteradas el *error de indice* del tornillo micrométrico, ó la graduacion del tambor de este tornillo que corresponde á la superposicion del hilo móvil con el citado hilo central; 3.°: anotar las vueltas del tornillo y partes de vuelta que, en cada caso particular, median entre el último hilo y el móvil, cuando éste coincide con la *Polar*; y advertir en qué region del campo visual, y en qué posicion del anteojo, la coincidencia del hilo con la estrella se ha verificado; y 4.°: saber lo que cada vuelta del tornillo vale, en segundos de arco ó de tiempo, con el mayor grado de aproximacion á la verdad posible. Con estos antecedentes indispensables, la investigacion ó conclusion del valor de f no ofrecerá dificultad de ningun género.

233.—Las coordenadas α' y δ' de la *Polar*, procedentes de una buena efeméride y correspondientes al dia y momento de la observacion, deben experimentar las pequeñas correcciones, por *aberracion diurna de la luz*, que las siguientes fórmulas, suficientemente aproximadas á la verdad, indican:

$$(73)\quad \begin{cases} \Delta\,\alpha' = +\ 0.^{s}021 \cos\varphi \sec\delta' \cos t; \text{ y} \\ \Delta\,\delta' = +\ 0.''311 \cos\varphi \operatorname{sen}\delta' \operatorname{sen} t. \end{cases}$$

Y la α, que á una *estrella de estado* se refiere, esta otra, cuya expresion se desprende de la primera de las dos anteriores generales, cambiando la δ' por la δ, y suponiendo que el factor $\cos t$ se confunde con la unidad, como al tiempo del paso superior por el meridiano, ó muy poco ántes ó despues de este paso, se verifica efectivamente:

$$(74) \qquad \Delta\alpha = +\ 0.^s021 \cos\varphi \sec\delta.$$

Esta última correccion fué precisamente la que en el párrafo (221) se advirtió que, con signo contrario, debia combinarse con el término $c \sec\delta$ de las fórmulas (45), (46) ó (47). Si, pues, por c, en estas fórmulas, ó en la (72) de que ahora se trata, se pone la colimacion del eje óptico del anteojo, sin aditamento alguno extraño, la correccion, por aberracion diurna, recaerá íntegra sobre la α.

234.—La última ecuacion (72) del sistema anterior, aplicada á la *Polar* y á otra estrella cualquiera, ambas observadas en la misma posicion del anteojo, comprende dos incógnitas: el estado, ΔT, del cronómetro, (correspondiente al tiempo T' ó al T, segun que, con auxilio de la primera de las (71), las observaciones se hayan referido al uno ó al otro, atribuyendo á γ el signo que debe atribuírsele; ó al pro-

medio de T' y T, si γ se desprecia, por ser cantidad desconocida ó insignificante); y la colimacion *c*. Pero si se aplica tambien á la *Polar* y á una tercera estrella, observadas ambas en la posicion inversa del instrumento, se deducirá otra ecuacion con las mismas incógnitas, de distinto modo combinadas. Y, resolviendo las dos ecuaciones sencillísimas de *primer grado*, así obtenidas, se hallará la solucion completa del problema.—Cuando hubiere más de dos combinaciones de estrellas, á la resolucion del sistema de ecuaciones desprendidas de la (72), deberá en todo rigor procederse por el método de los *mínimos cuadrados*. Los cálculos ú operaciones numéricas que esta solucion demanda, se verificarán con logaritmos de *cinco* cifras decimales, y un valor aproximado de φ, que desde luégo puede suponerse siempre conocido, con suficiente grado de aproximacion para el objeto.

235.—Aunque sin el conocimiento previo aproximado de la *hora*, adquirido por algun método de observacion expedito, sea difícil plantear el más minucioso y refinado que acaba de exponerse, el hecho es que, si las observaciones en el vertical de la *Polar* se efectuasen sin antecedente alguno, relativo al estado ΔT del cronómetro, el valor de esta cantidad incógnita se deduciría luégo de golpe, por medio del sis-

tema de fórmulas (71) y (72). Pero no es ménos cierto, sin embargo, que despues de verificadas aquellas observaciones, y ántes de someterlas al procedimiento de cálculo en las mencionadas fórmulas comprendido, puede inferirse con sencillez y prontitud, por la (67) del párrafo 230, el valor de Δ T, bastante aproximado á la verdad, y que sólo pedirá ya una pequeña correccion para convertirse en el verdadero, ó en aquél que, prácticamente y por cualquier método de observacion y análisis, es asequible deducir. Suponiendo, en consecuencia, que Δ T, léjos de ser completamente desconocido, es, como en realidad sucede casi siempre, conocido hasta cierto punto ó grado bastante adelantado de aproximacion, Döllen ha propuesto otro método de combinacion de las observaciones verificadas en el vertical de la *Polar*, distinto en la forma del primitivo y en el párrafo anterior compendiado, y en la práctica muchas veces preferible. Este segundo método ó nueva regla de cálculo consiste en lo que sigue:

1.° En calcular el *azimut*, A, de la *Polar* (contado desde el N. y considerado como *positivo* hácia el E., y como *negativo* hácia el O.), y la *distancia zenital*, z', de la misma estrella, correspondientes al momento de su observacion, con auxilio de estas fórmulas: (75)

$$\operatorname{sen} z' \operatorname{sen} A = -\cos\delta' \operatorname{sen} t', \text{ y}$$

$$\operatorname{sen} z' \cos A = -\cos\delta' \operatorname{sen}\varphi \cos t' + \operatorname{sen}\delta' \cos\varphi;$$

en las cuales t' representa el *horario* de la estrella, contado por el O. desde 0° á 360°, ó desde 0^h á 24^h, é igual al *tiempo sidéreo* de la observacion (ó al tiempo del cronómetro, corregido de *estado*, Δ T), ménos la *ascension recta*, α'.

2.° En deducir del azimut, A, de la estrella, observada en una region cualquiera del campo visual, el *a* del eje óptico del anteojo, ó el del plano perpendicular al eje de rotacion, suponiendo nula la inclinacion de este último con respecto al horizonte: para lo cual sirve esta otra fórmula:

$$(76)\quad a = A - b \cot z' - (f \pm c) \operatorname{cosec} z',$$

si se conviene en que representen:

b la *inclinacion* del eje de rotacion, *positiva* cuando el muñon occidental resulte más elevado que el oriental.

f la *distancia angular* del hilo móvil, en coincidencia con la estrella, al promedio de los hilos fijos, ó al eje óptico principal: *positiva* tambien, cualquiera que sea la posicion del instrumento, cuando la estrella se encuentre al E. del promedio citado; y *negativa* en el caso contrario, conforme lo poco ántes advertido. Y

c la *colimacion* propiamente dicha del mencionado eje óptico del anteojo, *positiva*, en una posicion del instrumento, y *negativa* en la contraria, ó viceversa, segun que el mismo eje, prolongado hácia la estrella, corresponda al oriente ú occidente del plano perpendicular al eje de rotacion.

3.° En calcular, conocido el valor de a, el horario, t, de la *estrella de estado*, ó que se observa en combinacion con la *Polar* para deducir el valor de Δ T, por esta otra sencillísima relacion:

$$(77) \qquad \text{sen } t = \text{sen } a \ \text{sen } z \ \text{sec } \delta$$

entre las cantidades t y a, expresadas en *arco* y consideradas como del mismo signo ó de signos contrarios, segun que la estrella culmine al S ó al N. del zenit; la *declinacion* δ de la estrella; y la distancia zenital z en el momento de la observacion: distancia absoluta, que discrepa de la meridiana, $\varphi - \delta = \zeta$, en lo que la fórmula adjunta indica:

$$(78) \quad z - \zeta = \tfrac{1}{2} \text{ sen } 1''. \ a^2 \cos \varphi \ \text{sen } \zeta \ \text{sec } \delta$$

Y 4.° En concluir el *estado* Δ T por medio de la siguiente fórmula final, análoga á la (45), referente á la observacion de pasos de estrellas por el meridiano:

$$(79)\ \alpha = \mathrm{T} + \Delta\,\mathrm{T} - t + \frac{b \cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + \frac{c}{\cos \delta}.$$

Pero, si en el segundo miembro de la ecuacion (76) se omitiesen los términos $-\,b \cot z'$ y $\mp c \operatorname{cosec} z'$, ambos de escasa cuantía, y con el valor aproximado de a, que se deduciría entónces, se calculase por la (77) el de t, á la (79) reemplazaría la que sigue:

$$(80)\qquad \alpha =$$
$$\mathrm{T} + \Delta\,\mathrm{T} - t + b \sec \varphi \pm c \sec \varphi \frac{\cos \frac{1}{2}(z' - z)}{\cos \frac{1}{2}(z' + z)},$$

que, con la notacion del párrafo 232, puede abreviadamente escribirse de este otro modo, y reducirse á la (72):

$$(81)\qquad \Delta\,\mathrm{T} \pm \mathrm{C}\,c = t - (\mathrm{B}\,b + \mathrm{D}).$$

236.—El cálculo de A por las fórmulas (75) y el de t por la (77) se efectuarán con logaritmos de *cinco* ó de *seis* cifras decimales, para que sin ambigüedad puedan obtenerse ambas cantidades, aproximadas hasta la décima parte de *segundo de arco*. Y como al aplicar el procedimiento de cálculo del *estado*, resumido en las (75) á (81), si se observa cerca del meridiano y $\Delta\,\mathrm{T}$ resulta cosa de $0^{s}.5$ diferente de lo que en un principio se supuso, hay que repetir lo

hecho, en un nuevo supuesto corregido, hasta hallar perfecta coincidencia entre la hipótesis de donde se parte y la conclusion á que se llega, lo conveniente en todos los casos será comenzar por tabular las fórmulas (75), con los argumentos δ' y t': δ' que deberá variar de *segundo* en *segundo* de arco, dentro de los límites extremos de variacion, correspondientes á la época ó dias del año á que las observaciones se refieren; y t', de minuto en minuto, ó de dos en dos, ó de cuatro en cuatro minutos de tiempo, segun fuere la posicion de la estrella á las horas de su observacion, en diversos dias, por lo regular consecutivos.—Tabuladas así aquellas fórmulas, los valores de A se deducirán en cualquier caso particular por interpolacion; y el cálculo de a y de t y la deduccion consiguiente de Δ T se harán luégo con rapidez. Lo importante es cerciorarse de la invariabilidad de a; y para esto se utilizarán cuantas enfilaciones se hubieren hecho á la *Polar*, al principio, en medio, ó al final de la operacion: en cada posicion del anteojo, ó en ambas posiciones, segun que el azimut se haya ó no modificado intencionalmente. A cada enfilacion corresponderá, por cierto, un azimut A, distinto del que á otra se refiera; pero corregidos todos, en el último supuesto, por la fórmula (76), los de a, que de

ellos se dedujeren, deberán ser iguales, ó muy poco diferentes, si el instrumento no ha variado de azimut, contra la voluntad y el deseo del observador. Y con el promedio de los *a*, si la discrepancia de valores individuales puede atribuirse á meros errores de observacion, se calcularán por la (77) tantos otros de *t*, naturalmente y más ó ménos distintos unos de otros, como *estrellas de estado* se hubieren observado; y por la (79) ó la (80) los de Δ T, correspondientes á las varias estrellas consideradas, y que deberán propender á la igualdad, ó coincidir recíprocamente, si se refieren todos al mismo momento físico.

237.—Para hallar el valor de T, correspondiente á cualquiera de las estrellas últimamente mencionadas, bastará tomar el promedio de los tiempos del cronómetro, anotados en los momentos respectivos de los pasos por todos los hilos fijos del retículo. Mas si la observacion fuere incompleta, ó por cualquier motivo dudosa, la reduccion de cada paso individual al hilo promedio se hará valiéndose de la siguiente fórmula:

$$(82) \qquad I_1 = i\sqrt{\sec(\delta_1 + n)\sec(\delta_1 - n)}$$

en la cual representan:

I_1 el *intervalo* correspondiente á la declinacion δ_1 y á un hilo cualquiera, cuyo *intervalo ecuatorial*, supuesto conocido, sea igual á i. Y

n una cantidad auxiliar, definida en el párrafo 216, y que depende del azimut a (calculable por la (57), y, sin necesidad de esto, conocido tambien casi siempre con antelacion) del modo que esta otra fórmula, aproximada lo bastante á la verdad, indica:

$$(83) \qquad n = a \cos \varphi.$$

El doble signo, inherente al radical de la (82), recuerda que, segun el hilo á que el paso observado se refiera, anterior ó posterior al promedio de todos, así el intervalo I deberá aplicarse al tiempo del paso con el signo + ó el —, para efectuar la reduccion de que se trata.

238 —Resta, por último, advertir que, instalado el anteojo en el *vertical de la Polar*, formando con el meridiano, en la época de las máximas *digresiones* de esta estrella, un ángulo, a, de más de $1\,^1/_2$ grados de amplitud, las estrellas de estado, que no culminen demasiado cerca del zenit, penetrarán en el campo visual algun minuto, ó minutos, de tiempo, ántes ó despues de su paso por el meridiano, segun el signo de a, y segun que las culminaciones se verifiquen al N. ó al S. del punto mencionado. De si pasa-

rán por el vertical de la *Polar* ántes ó despues que por el meridiano, se cerciorará el observador, reflexionando sobre el asunto un momento; y del tiempo, en absoluto, que transcurrirá entre los de ambos pasos, P y M, dará la medida el resultado que se obtenga, mediante la siguiente muy sencilla ecuacion aproximada:

$$(84) \qquad P - M = \frac{a \operatorname{sen} (\varphi - \delta)}{15 \cos \delta},$$

en la cual designan:

a el azimut en *arco* del anteojo; y

δ la declinacion de la estrella que intenta observarse.

DIFERENCIAS DE LONGITUD.

239.—El *estado* de un péndulo ó cronómetro puede indagarse con propósito vario, segun los casos: como dato ó elemento auxiliar para la determinacion ulterior de la *latitud* de algun vértice, ó *azimut* de una direccion cualquiera; ó como preliminar importantísimo y propiamente fundamental para concluir luégo la *diferencia de longitudes geográficas* que entre dos vértices media. Y conforme sea el fin que el observador se proponga alcanzar, y conforme tambien los instrumentos y el tiempo de que para ello dis-

ponga, así deberá emplear para averiguar la *hora local* uno ú otro de los varios procedimientos, poco más que enumerados ó mencionados en las páginas precedentes. Tratándose, en particular, de resolver el problema de las longitudes, los únicos aceptables son los dos últimos, de observaciones de pasos de estrellas por el meridiano ó por el vertical de la *Polar*, practicados en ambos vértices sistemática y muy cuidadosamente, conforme, en los términos muy sucintos y compatibles con la índole de estas instrucciones, se indica á continuacion.

240.—Como la determinacion de la diferencia de longitudes consta de dos partes esencialmente distintas, y no ménos importante una que otra: determinacion en cada vértice de la *hora local* ó del *estado* del cronómetro; y comparacion de los cronómetros ó péndulos en ambos vértices ó estaciones empleados; segun que esta comparacion, á distancia y por la vía electro-telegráfica, haya de efectuarse una ó dos veces por cada noche, así las observaciones astronómicas, necesarias para resolver la primera parte del problema, se habrán de distribuir en varios grupos de distinto modo. Y aunque la comparacion doble ó reiterada deba preferirse á la simple ó exclusiva, como las líneas telegráficas no siempre están ni pueden estar toda ni gran

parte de la noche á disposicion de los observadores, en ambos casos supuestos se procederá como sigue.

Si las observaciones se verifican en el meridiano, y la comparacion de cronómetros sólo puede efectuarse una sola vez por noche, se elegirán veinte estrellas, observables sin dificultad desde ambos vértices, y distribuidas en dos grupos de diez, entre los cuales medie un intervalo próximamente de una hora, destinado precisamente á la comparacion mencionada. Y cada uno de los grupos se descompondrá en otros dos, de cinco estrellas, separados uno de otro por intervalos de muy corta duracion: de la necesaria, y nada más, para invertir el instrumento y dejarle reposar sobre sus apoyos breves momentos. Esto hecho, ó convenido y concertado con prevision y madurez por los observadores, el trabajo de una noche se reducirá:

1.° A observar una estrella *circumpolar* en ambas posiciones, *A* y *B*, del anteojo de pasos; las cinco primeras *estrellas de estado*, en la *B*; las otras cinco, en la *A*; y una segunda circumpolar en las mismas condiciones que la primera.

2.° A comparar los cronómetros de ambas estaciones, y comunicarse los observadores

cuantas advertencias estimen necesarias ó conducentes al buen resultado de las operaciones que tienen á su cargo. Y

3.º A repetir con otras dos estrellas circumpolares, y las diez de estado restantes, lo hecho ántes de la comparacion.

Todo lo cual, á no ocurrir algun contratiempo inesperado, puede llevarse á feliz término en el intervalo aproximado de tres horas de faena.

Pero si hay, no sólo posibilidad, sino facilidad de repetir la comparacion de los cronómetros, el trabajo se ordenará de este otro modo, apénas distinto ó más complicado que el precedente.

1.º En cada vértice se observarán tres ó cuatro estrellas de estado, en la posicion *A* del anteojo; una circumpolar en seguida, en las posiciones *A* y *B*; y otras tres estrellas como las primeras, en la *B*.

2.º Sin pérdida de tiempo se hará tras de esto la comparacion de los cronómetros.

3.º En la posicion *B* del anteojo se observarán en seguida otras tres ó cuatro estrellas de estado; una segunda circumpolar, en las *B* y *A*; y otras tantas estrellas del primer nombre, en la *A*.

4.º Concluido lo que precede, se hará la segunda comparacion de los cronómetros. Y

5.° Con otras seis ú ocho estrellas de estado, distribuidas en dos grupos, y separadas por una tercera circumpolar, se repetirá, para concluir, la primera parte de la operacion.

Procediendo de este modo son, en suma, *dos* las comparaciones de cronómetros efectuadas, comprendidas entre *tres* distintas determinaciones de sus estados respectivos

Las estrellas de estado, necesarias para todo esto, y que unas de otras deben discrepar en ascension recta cosa de 3^m, podrán entresacarse de los catálogos generales más en uso, como el muy numeroso y conocido de la *Asociacion Británica*: con la precaucion indispensable de emplear en ambos vértices las mismas estrellas, si los errores en sus ascensiones rectas no han de trascender á los resultados ó diferencias de longitud que se buscan. La efeméride anual de 539 estrellas, que, como apéndice ó complemento del *Jahrbuch* del Observatorio de Berlin, publican los astrónomos Förster y Tietjen, deberá consultarse para designar las circumpolares que, en combinacion con las primeras, han de servir para la resolucion del problema pendiente.

En el vertical de la *Polar* las mismas tres distintas determinaciones del estado de los cronómetros, arregladas á la pauta formulada en

el párrafo 231, juntamente con dos comparaciones intermedias, pueden hacerse tambien, y con mayor prontitud que en el meridiano, operando conforme en segundo lugar queda advertido. Y como el hallar tres ó cuatro estrellas circumpolares, de posiciones bien definidas, y que culminen á horas convenientes para los observadores, é indispensables para el buen órden y brevedad de la operacion, constituye una verdadera dificultad en el asunto, al sistema de observaciones en el plano meridiano deberá muchas veces preferirse el análogo en el vertical variable de la estrella mencionada. Impracticable será, sin embargo, este último, y de uso forzoso el primero, cuando el anteojo de pasos carezca de movimiento azimutal, y deba instalarse desde un principio, y en las mejores condiciones asequibles de precision, seguridad y firmeza, en el plano meridiano.

241.—Cualquiera que sea el procedimiento de observacion que se adopte, y por muchas precauciones que en su desempeño se empleen, con el trabajo de una sola noche de ningun modo puede darse por terminada la investigacion de una diferencia de longitudes. Ménos de ocho, diez ó doce noches no deben ocuparse en reiterarla, siempre con la misma diligencia é igual deseo de acierto: importando más, en

éste como en otros casos análogos, la reiteracion del trabajo en distintas fechas, y, por lo tanto, en condiciones muy distintas tambien de los operadores, y de cuantas circunstancias eventuales les rodean, que su prolongacion como indefinida y desatentada en la primera noche de faena. Suponiendo que sean doce en totalidad las noches que se consideren necesarias para dar cima á la operacion proyectada, las veinte ó pocas más estrellas que deben observarse, de 2.ª á 6.ª ó 7.ª magnitud aparente, y declinaciones boreales de 0° á 45°, se elegirán de manera que en aquellas doce noches, distribuidas en el intervalo probable de un mes ó mes y medio, culminen, tras la postura del Sol y ántes de amanecer, á horas no demasiado intempestivas, ó incompatibles con el servicio electro-telegráfico.

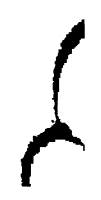
242.—La observacion de las estrellas de estado, sea en el meridiano, sea en el vertical de la *Polar*, se verificará en ambos vértices con instrumentos idénticos en lo posible: ó con anteojos, acodados ó rectos, de Repsold ó de Brunner, de las mismas formas y dimensiones, y oculares de la misma fuerza óptica; y con *cronógrafos* tambien de igual construccion y sensibilidad, en conexion con pilas ó baterias eléctricas de energía muy parecida.

243.—Los *cronógrafos* portátiles, empleados en la determinacion de la diferencia de longitudes, se hallan basados en el mismo principio del telégrafo de Morse; del cual, sin embargo, difieren notablemente por la regularidad de su movimiento y el esmero de su construccion en los detalles, y por hallarse provistos ademas de dos punteros, naturalmente sometidos á la accion intermitente de dos distintos electro-imanes; uno, en relacion por una corriente eléctrica local con el péndulo ó el cronómetro de cada vértice ó estacion, destinado á marcar en el papel los segundos de tiempo, conforme muy á compas fluyen ó transcurren; y otro, á voluntad de los observadores, los instantes críticos, por referencia á la escala que el primero traza, en que las estrellas pasan por los distintos hilos del retículo del anteojo.

Esto miéntras los observadores permanecen aislados, ú ocupados en el trabajo exclusivo de la determinacion de la hora local, cada cual en distinto vértice; pues, cuando uno con otro deben relacionarse, para efectuar la comparacion recíproca de sus cronómetros, los segundos punteros de los cronógrafos comunican entre sí por el intermedio del alambre telegráfico entre ambos vértices extendido. Las corrientes eléctricas, de brevísima duracion, que por este

alambre circulen, emitidas alternadamente en sentidos opuestos de una estacion y de otra, con sólo completar para ello el circuito metálico entre las dos establecido, apoyando la mano contra una palenqueta de posicion variable, ó resorte interruptor, forzarán, simultáneamente casi, á los dos punteros á señalar otras tantas marcas en los cronógrafos respectivos; y la posicion de estas marcas, separadas unas de otras por distancias irregulares ó de longitud arbitraria, con relacion á las escalas de segundos de tiempo, trazadas por los otros dos punteros, servirán para verificar la comparacion de cronómetros, ó para referir sus indicaciones al mismo instante físico, y concluir la diferencia de longitudes geográficas de los lugares donde se encuentran instalados.

De acuerdo, pues, los observadores en los momentos de empezar y concluir, y en las pausas intermedias que la claridad de la operacion exige, alternativamente se transmitirán las señales indispensables para verificar por este medio una comparacion completa de cronómetros, poco despues y ántes de haber determinado sus *estados* respectivos, conforme al plan en el párrafo anterior expuesto. Cinco series de veinte señales cada una, separado cada par de señales por un breve intervalo irregular de 1 á 2 ó



3 segundos de tiempo, pueden considerarse como suficientes para el objeto de que se trata. Pero en este punto, como en los demas que el problema en totalidad comprende, debe aspirarse á obtener absoluta paridad de condiciones en el modo de operar en ambos vértices. Y, por lo tanto, no sólo se cuidará de que los cronógrafos sean iguales, y de la misma ó muy poco diferente energía las corrientes eléctricas *locales*, á cuya accion acompasada obedecen los dos punteros de *segundos*, sino que lo sean tambien las corrientes de *línea* que, á voluntad de los observadores, han de reaccionar sobre los otros dos punteros; y de que el alambre telegráfico, por donde estas últimas corrientes circulan, se halle bien aislado, y extendido de un lugar á otro directamente, ó sin empalmes con los aparatos telegráficos y electro-imanes intermedios. De lo contrario, el resultado final de la comparacion de cronómetros podría adolecer de algun error sistemático, muy difícil de rastrear, é imposible en consecuencia de eludir.

244.—Más todavía que la disparidad de los instrumentos y medios de observacion, influye en la incertidumbre de los resultados obtenidos la *ecuacion personal* de los observadores: ó la diferencia en su modo de observar, ó de apreciar

los momentos precisos de los pasos de las estrellas por los hilos del anteojo, por referencia auditiva y mental á los chasquidos cadenciosos del cronómetro. Cuanto se haga por eliminar esta causa inevitable y muy eficaz de error, ó por aminorar hasta lo sumo sus efectos, siempre será poco. Y lo que puede hacerse es lo siguiente, de sentido comun casi.

1.° Someter ambos observadores á un estudio comparativo muy minucioso sus peculiares maneras de apreciar el tiempo, ántes de emprender y despues de concluir la determinacion de una diferencia de longitudes, por los distintos procedimientos propuestos para el objeto: muy principalmente, por el de observaciones alternadas y por mitad, con el mismo instrumento, de los pasos de estrellas culminantes á muy variadas distancias del zenit; y por el de los pasos de una estrella artificial, animada de velocidades distintas, valiéndose de alguno de los ingeniosos aparatos ideados con este objeto.— De este penoso estudio debe tratarse de inferir la expresion numérica, constante, ó variable con la distancia zenital de la estrella observada, de la diferencia de ecuaciones personales, que á los observadores corresponden. Si el anteojo es acodado, la investigacion ha de hacerse necesariamente con relacion á las dos posiciones en

que puede descansar sobre las muñoneras de su eje horizontal de rotacion. Y, en cualquier caso, se invertirán en ella tantos dias siquiera como dias se emplearen en la determinacion de las longitudes; utilizando ademas, ó procurando utilizar, las mismas estrellas que en la resolucion del problema principal, en la del preparatorio, auxiliar ó de comprobacion, de que ahora se trata. Y

2.° Cambiar de puesto los observadores, una ó más veces en el curso de la operacion, para que su diferencia de ecuaciones cambie de signo con esto, y, suponiéndola constante, contra lo que por desgracia enseña la experiencia, por sí misma se anule en el promedio de los resultados obtenidos en las distintas noches de tarea. Si éstas, por ejemplo, se conviene en que hayan de ser *doce*, y los vértices se designan por los números romanos I y II, y los observadores por las letras A y B, A deberá estacionar *tres* noches en I y *tres* B en II; *seis* luégo respectivamente, en II y en I, A y B; y otras *tres*, en I y II, como al principio, en la última parte de la operacion.—Aunque este recurso extremo y costoso no sea siempre suficiente para eliminar la dificultad contra la cual se ha discurrido, es sin duda alguna muy eficaz, y debe por lo mismo emplearse siempre con esperanza de buen éxito.

245.—En vez de tratar de averiguar, por de pronto y como base de investigacion más lata, la diferencia de longitudes que entre dos únicos vértices media, la operacion podria disponerse de manera que fuesen tres los vértices en este concepto comparados; tres, naturalmente, los observadores; y tres tambien los aparatos de observacion, ó sistemas de aparatos en ejercicio simultáneo. Y como hallada la diferencia entre los I y II, y los I y III, la comprendida entre II y III debe por sí misma desprenderse en consecuencia, la comparacion de este último resultado teórico con el de observacion, ó práctica y directamente obtenido, constituirá un excelente medio de comprobar la incertidumbre ó exactitud de las múltiples y muy delicadas operaciones parciales verificadas en los tres vértices. Mas para esto es indispensable determinar cuidadosamente las ecuaciones personales de los tres observadores, con antelacion y posterioridad á la operacion principal: ó, renunciando á la comprobacion indicada, y dando por cierto que aquellas ecuaciones permanecen constantes, permutar la posicion de los observadores en órden circular, de manera que sucesivamente y por igual tiempo, durante cuatro dias hábiles, por ejemplo, cada uno de los tres estacione en los tres vértices. Proce-

diendo así, y ateniéndose en la determinacion de las horas locales, y en los cambios recíprocos de señales eléctricas, necesarias para la comparacion de los cronómetros, péndulos ó cronógrafos, á los preceptos fundamentales ya consignados, las tres diferencias de longitudes geográficas podrán concluirse, no con mayor sencillez, pero sí con algun ahorro de tiempo, por los mismos pasos que cuando de hallar una sola diferencia se trata.

246.—En conclusion: hallados los estados de los cronómetros, y referidos á los momentos de su comparacion recíproca, pueden darse por encontradas las horas locales que al mismo momento físico corresponden en ambos vértices. Y la diferencia de estas horas dará la de longitudes geográficas, más ó ménos la diferencia de las ecuaciones personales de los observadores, y más ó ménos la de los tiempos invertidos por las corrientes eléctricas en circular por el alambre telegráfico y en reaccionar sobre los punteros de los cronógrafos. Cada estrella, observada en ambos vértices, servirá para deducir un valor aproximado de la diferencia de longitudes que los separa; y en cada noche podrán así obtenerse tantos valores de esta especie como estrellas distintas se hubieren observado. Del análisis de estos valores; del cotejo de los que á una noche

corresponden con los que á las demas se refieren; y de la fusion en uno sólo de la multitud de resultados individuales obtenidos, se concluirá, por último, el valor final que debe adoptarse como preferible á todos, y el grado de confianza que merece. Si el error probable de este resultado no excede de $0^s,02$, la operacion podrá con lo hecho darse entónces por satisfactoriamente terminada.

LATITUDES.

247.—La *latitud geográfica*, φ, de un lugar se determina midiendo ó averiguando la *distancia zenital*, ζ, de una estrella, cuya *declinacion* sea δ, en el momento de su culminacion ó de su paso por el meridiano del lugar, al cual el valor de φ debe referirse. Atribuyendo á ζ, en este solo caso y para evitar la multiplicidad de fórmulas, el signo *positivo* cuando corresponde al N. del zenit, y el *negativo* al S., por analogía con los signos de δ, al N. y al S. del ecuador, entre las cantidades φ, ζ y δ existe la siguiente relacion fundamental:

$$\varphi = \delta - \zeta; \tag{85}$$

en la cual, sin embargo, deberá ponerse $180^\circ - \delta$ por δ, cuando la ζ se refiera al *paso inferior* del astro observado por el meridiano.

No siendo cosa fácil, ni áun posible en la práctica, determinar el valor de ζ directamente, ú observando el momento preciso de la culminacion de la estrella y distancia del zenit á que culmina, determínase indirectamente midiendo con el teodolito, cerca y á uno y otro lado del meridiano, las distancias zenitales, z, que á otros momentos bien definidos corresponden, y aplicando luégo á estas distancias las correcciones necesarias para deducir otros tantos valores particulares de ζ, algo discrepantes entre sí por efecto de los errores inevitables de observacion. La fórmula de correccion, ó de *reduccion al meridiano*, de las distancias zenitales observadas cerca de este plano es la siguiente:

$$(86) \quad z - \zeta = \frac{\cos\varphi \ \cos\delta}{\text{sen}\ {}^1/_2(z+\zeta)} \times \frac{2\ \text{sen}^2\ {}^1/_2\, t}{\text{sen}\ 1''},$$

que se desprende de esta otra, general, y no mucho más complicada:

$$(87) \quad \text{sen}\ {}^1/_2\,(z - \zeta) = \frac{\cos\varphi \ \cos\delta}{\text{sen}\ {}^1/_2(z+\zeta)} \times \text{sen}^2\ {}^1/_2\, t;$$

y en la cual representan:

z la distancia zenital observada, que se trata de corregir, ó de la cual se ha de inferir un valor de ζ. Y

t el horario de la estrella, que corresponde á la distancia z: horario igual á $s - \alpha$; y s, ó el tiempo sidéreo de la observacion, igual al tiempo T del cronómetro, corregido del estado Δ T, que debe ser ya conocido.

Como la fórmula (86) sólo es, por regla general, exacta ó admisible en el supuesto de que t no pasa de 20, 30 ó, á lo sumo, 40 *minutos de tiempo*, el factor $\frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} t}{\operatorname{sen} 1''}$, que en lo sucesivo se designará abreviadamente por la letra μ, ó su logaritmo, se ha podido calcular fácilmente de *segundo en segundo*; y de la tabla así formada se desprende en cualquier caso y sin esfuerzo su valor, áun cuando el argumento proceda por intervalos de tiempo mucho más próximos.

La *declinacion* δ debe tambien suponerse conocida siempre. Y en la práctica de las operaciones geodésicas, cuya certidumbre se trata de comprobar por observaciones ó determinaciones astronómicas, la duda en el valor de φ debe hallarse asimismo comprendida entre muy poco diferentes límites. Sabiendo, pues, con antelacion cuáles son los valores, muy aproximado á la verdad, de δ, y aproximado tambien, aunque no tanto, de φ, de la fórmula (85) se desprenderá inmediatamente el de ζ. En el segundo miembro de la (86) no quedan, en suma, más

cantidades desconocidas y variables, ó procedentes de la observacion, que t y z: t, que depende de la *ascension recta*, α, de la estrella observada, y de la *hora* y *estado* del cronómetro en el momento de la observacion; y z, ó la distancia medida, corregida de *refraccion* necesariamente, y de *paralaje* si hubiere lugar á ello, conforme se dijo en el párrafo 210 y aún se advertirá más adelante.

248.—De la fórmula (86), con los datos de observacion z y t; el valor de δ, consignado en las efemérides anuales de los Observatorios de Berlin, de Greenwich, ó de San Fernando, ú otras parecidas é igualmente dignas de confianza; y los aproximados á la verdad de φ y ζ, se deducirá, en consecuencia, el de la correccion buscada $z-\zeta$; y, por lo tanto, un nuevo valor de ζ y otro de φ. Si estos valores discrepan de los hipotéticos, ó admitidos como buenos en un principio para emprender el cálculo de su correccion, en más de lo que puede atribuirse al simple efecto de los errores de observacion (ó, por regla general, en más de 5 á 10''), el cálculo deberá repetirse con los valores corregidos de las dos cantidades mencionadas. Y muy rara vez será menester volver á repetir esta operacion para darla por terminada, despues de encontrar la coincidencia apetecida entre la hipótesis y el resultado que se busca.

249.—Suponiendo, contra toda verosimilitud, que φ fuese cantidad por de pronto desconocida, ζ lo sería tambien parecidamente. Pero si los valores de z, observados y corregidos de refraccion, corresponden á distintos horarios, t, variables con cierta continuidad, y anteriores y posteriores al meridiano, del exámen de aquellos valores, y sin cálculo alguno, se inferirá cuál es el de ζ, y cuál en consecuencia el de φ, con incertidumbre ó error de pocos segundos. Porque las z, anteriores á la culminacion de la estrella, irán disminuyendo conforme el horario *oriental*, t, disminuya; y aumentando las posteriores, conforme el *occidental* aumente luégo. Y la z mínima, ó el promedio de las z, apénas unas de otras discrepantes, expresará el valor de ζ, con aproximacion muy suficiente para poder sin dificultad emprender el cálculo de la correccion $z - \zeta$ por la fórmula (86). Operando con un teodolito de Repsold, el valor de ζ, así encontrado, no discrepará del verdadero en más de 10″, áun cuando el estado del cronómetro fuese por completo desconocido y para nada se tuviese en cuenta.

250.—La fórmula (86) sólo es aplicable por regla general al cálculo de las observaciones *circunmeridianas* de todas las estrellas, dentro de los límites de t referidos, ó miéntras los horarios

extremos no pasen de 30, 35 ó 40 minutos de tiempo, á uno y otro lado del meridiano. Pero, cuando la estrella observada sea la *Polar*, aunque siempre deba preferirse observarla cerca que léjos del meridiano, la citada fórmula podrá considerarse como valedera ó aplicable siempre, en sustitucion de la (87), que es la verdaderamente irreprochable en teoría. En el momento de la observacion, la estrella, sin embargo, estará más cerca de su culminacion ó paso *superior* que del *inferior*, ó viceversa; y si en el primer caso no hay nada que advertir, en el segundo conviene tener presente que al horario t debe sustituirse el suplemento $12^h - t$; y á la ζ, correspondiente al paso *superior*, la ζ_1, igual á $180^\circ - (\varphi + \delta)$, que al *inferior* se refiere. En ambos casos, y despues de deducidos los valores de ζ ó ζ_1, para pasar al de φ por la fórmula (85), $\varphi = \delta - \zeta$, ó la misma levemente modificada, $\varphi = 180^\circ - (\delta + \zeta_1)$, por δ se pondrá el valor de la *declinacion* de la estrella, que corresponda al momento, ó promedio de los momentos, de las varias observaciones calculadas: valor tomado por interpolacion de las efemérides, y que para mayor exactitud deberá corregirse del efecto, nulo en el meridiano, é igual y de signos contrarios á iguales distancias á uno y otro lado de este plano, producido por

la aberracion diurna de la luz, y calculable en cualquier caso por la segunda de las fórmulas (73).

251.—A la tantas veces citada fórmula (86), en cuyo segundo miembro figura la distancia zenital z, contenida tambien en el primero, puede reemplazar esta otra, transformada suya, muy aproximada á la verdad, y en la práctica por ningun concepto desatendible:

$$(88) \qquad z - \zeta = A\,\mu - A^2\,\nu.\cot\zeta;$$

en la cual las letras A, μ y ν representan por brevedad lo que sigue:

$$A = \frac{\cos\varphi\ \cos\delta}{\text{sen}\ \zeta};$$

$$\mu = \frac{2\ \text{sen}^2\ \tfrac{1}{2}\,t}{\text{sen}\ 1'};\ \text{y}\ \nu = \frac{2\ \text{sen}^4\ \tfrac{1}{2}\,t}{\text{sen}\ 1''}.$$

Cuando la estrella observada se encuentre, no cerca de su culminacion *superior*, sino de la *inferior*, por t deberá ponerse en las expresiones anteriores el suplemento $12^h - t$, y por δ el suplemento tambien, $180° - \delta$, de esta cantidad. Con lo cual A cambiará de signo; y la correccion total $z - \zeta$, contraria á la reduccion de z al

meridiano, resultará *negativa*, como es evidente que debe en el segundo supuesto serlo. Para facilitar en ambos casos el cálculo de esta reduccion, conviene tener tabulado, no sólo el valor de μ, ó de su logaritmo, como ya se advirtió al tratar de la fórmula (86), sino el de ν parecidamente, en funcion del horario t, variable de segundo en segundo, desde 0^s hasta los 30 ó los 40^m.

252.—Sin el conocimiento previo del valor aproximado de φ, y por lo tanto de ζ, se podrá determinar el de la latitud geográfica, por observaciones extrameridianas de la *Polar*, valiéndose de las siguientes fórmulas: (89)

$$\varphi_1 = (90^\circ - z) - p \cos t + \frac{p^2 \operatorname{sen} 1''}{2} \operatorname{sen}^2 t \cot z; \text{ y}$$

$$\varphi = \varphi_1 - \frac{p^3 \operatorname{sen}^2 1''}{3} . \cos t \operatorname{sen}^2 t + \frac{p^4 \operatorname{sen}^3 1''}{8} . \operatorname{sen}^4 t \cot^3 z$$

en las cuales representan:

z la distancia zenital observada, corregida de refraccion.

p el complemento de δ, ó la ***distancia polar*** aparente de la estrella en el momento de la observacion, expresada en segundos de arco.

t el horario en el mismo momento, igual á $s - \alpha$.

Y φ_1 un valor aproximado de φ, muy fá-

cil y directamente calculable por la primera.

Lo enojoso es el cálculo por la segunda de la correccion, inferior á 1", que al valor de φ_1 debe aplicarse para obtener el de φ, á no disponer de tablas auxiliares para ello. Pero, áun con el uso de estas tablas, coleccionadas en las generales de Schumacher, el cálculo de φ resulta todavía embarazoso y prolijo, cuando las observaciones hechas y los consiguientes valores de z y t son muy numerosos.

Si á la fórmula (86), ó á la general (87), se prefieren, sin embargo, las dos últimas, nada más fácil que simplificarlas y reducirlas á una sola, despreciando el último insignificante término de la segunda, y poniendo en el último de la primera por z la expresion, para el objeto suficientemente aproximada á la verdad, $90^0 - \varphi - p \cos t$. El resultado que procediendo de esta manera se obtiene es el siguiente: (90)

$$\varphi = 90^{\circ} - z - p \cos t + (\mathrm{M}\, p^2 + \mathrm{N}\, p^3 \cos t) \operatorname{sen}^2 t;$$

en el cual las letras M y N representan lo que estas otras expresiones auxiliares indican:

$$(91)\ldots\ \left\{\begin{array}{l} \mathrm{M} = {}^1/_2 \operatorname{sen} 1''. \operatorname{tang} \varphi, \text{ y} \\ \mathrm{N} = {}^1/_6 \operatorname{sen}^2 1''. \dfrac{1 + 2 \operatorname{sen}^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} \end{array}\right.$$

El cálculo de los valores de M y N, ó de sus logaritmos, respectivamente, con *cinco* y *cuatro* cifras decimales, es independiente de z y t, y puede efectuarse con el valor aproximado de φ, conocido con antelacion, ó deducido de la primera de las ecuaciones (89). Y una vez obtenidos aquellos valores, constantes para cada lugar ó vértice, con bastante sencillez, y sin necesidad de tablas auxiliares se hallarán los de φ, correspondientes á los de t observados, por la fórmula donde las M y N figuran. Suponiendo que p ascienda á $1°23'$, ó $4980''$ (y en realidad es en la época actual algo menor), y que φ sea igual á $45°$ (hipótesis tambien desfavorable en nuestra Península), el término $Mp^2 \operatorname{sen}^2 t$ de aquella fórmula, valdrá á lo sumo $60''$; y ni $1''$ siquiera el consecutivo y último, que de la constante N depende.

253.—Aunque en operaciones de precision semejante práctica no deba, por varios motivos, recomendarse, pudiera suceder que el astro observado fuese el Sol, en vez de serlo la *Polar* ó una estrella cualquiera de las comunmente denominadas *fijas*. La reduccion al meridiano de las distancias zenitales, observadas á corta distancia angular del mismo plano, para inferir luégo el valor de la latitud, se efectuará tambien entónces por la fórmula (86), con las si-

guientes precauciones: 1.ª la de expresar los tiempos de la observacion en *tiempo solar medio*, si de las lecturas del cronómetro no resultasen inmediatamente expresados de este modo; 2.ª la de comparar estos tiempos con el del paso del Sol por el meridiano, designado en los propios términos, para deducir los diversos valores de t; 3.ª la de referir al centro del Sol, por la aplicacion conveniente de su *semidiámetro*, los valores de z, necesariamente referidos por de pronto al limbo superior ó al inferior, despues de corregidos de *refraccion* y *paralaje*; y 4.ª la de calcular la correccion $z-\zeta$, que á cada z ha de aplicarse, con la declinacion δ, variable por momentos, que al de la observacion precisamente corresponde.

Si la última enojosa precaucion quiere omitirse, empleando para el cálculo de todas las reducciones individuales, el valor exclusivo de δ, correspondiente al momento crítico del paso del Sol por el meridiano, al tiempo solar medio de este paso, con el cual han de compararse los de las varias observaciones hechas para obtener los distintos valores de t, deberá aplicarse préviamente la correccion x, que de la siguiente fórmula se deduce:

$$(91) \qquad x = + \mathrm{H} \frac{\operatorname{sen}(\varphi - \delta)}{\cos\varphi \cos\delta} \times \Delta\delta.$$

En cuya expresion aproximada del breve intervalo de tiempo transcurrido ó que debe transcurrir entre el paso del Sol por el meridiano y su verdadera culminacion sobre el horizonte, representan:

H una constante, cuyo logaritmo es $\bar{1},40594$.

Y $\Delta\delta$ la *variacion horaria* de la declinacion del Sol, correspondiente al dia de la fecha, y *positiva* ó *negativa* segun la época del año.

254.—Cuando la estrella que haya de observarse culmine de 15 ó 20°, á 40, 50 ó 55° del zenit, con objeto de eliminar el error en la latitud, procedente del que pudiera existir en el *estado* del cronómetro, ú horario t, las observaciones se distribuirán lo más simétricamente posible con respecto al meridiano, por este ó análogo órden: cuatro, correspondientes á época en 20 ó 25 minutos anterior al momento de la culminacion, en cierta posicion del teodolito, y otras tantas luégo en la contraria; cuatro al E. todavía, pero ya muy cerca del meridiano, en la segunda; y otras cuatro al O., en la primera; y cuatro en la primera y otras cuatro en la segunda, á distancia occidental del meridiano, próximamente igual á la oriental de un princi-

pio. Las ocho punterías consecutivas, verificadas por mitad en cada posicion del instrumento, componen una *serie*, de la cual pueden inferirse ocho valores de la latitud, si la graduacion del zenit es independientemente conocida; ó solamente cuatro si, prescindiendo de esta graduacion, las distancias zenitales, despues de reducidas las ocho graduaciones leidas al meridiano, se deducen tomando la semidiferencia de las mismas graduaciones. Entre cada dos series se leerá y anotará lo que el termómetro, colocado á la sombra y aire libre, indique; y, poco ántes de empezar y momentos despues de concluir las operaciones, tambien lo que el barómetro, en sitio más resguardado, señalare.

La *Polar* se observará por el mismo órden, de punterías alternadas en posiciones inversas del teodolito, cualquiera que sea su distancia al meridiano, ó la amplitud del horario: consistiendo cada observacion, lo mismo ahora que en cualquier otro caso, 1.°: en la enfilacion precisa de la estrella; 2.°: en anotar lo que el cronómetro marca en el momento de la enfilacion ó puntería; 3.°: en la lectura del nivel, colocado sobre la palanca *portamicroscopios*, ó de las divisiones extremas que por *derecha* é *izquierda* limitan el espacio ocupado por la burbuja; y 4.°: en la lectura, y anotacion consiguiente, de

las graduaciones del círculo vertical que á los dos microscopios casi diametralmente opuestos, y contra el mismo círculo asestados, corresponden. Pero, si la *Polar* no se observa como las demas estrellas cerca del meridiano, bien sea en distintas horas del dia, ó en distintos dias consecutivos, convendrá volver á observarla cuando se encuentre próximamente en posiciones simétricas de las primitivas, con respecto al plano comun de comparacion ó referencia.

Y si lo que se observa es el Sol, poco ántes y despues de su culminacion sobre el horizonte, deberán tenerse presentes, ademas de las ya enumeradas, estas dos advertencias: una, la de dirigir las punterías alternativamente á los dos limbos, superior é inferior, del astro mencionado; y, otra, la de guarecer el teodolito de la accion calorífica de sus rayos, en cuanto la índole de la operacion y las circunstancias del momento lo permitan.

255.—El conocimiento previo y directo de la *graduacion del zenit*, no es absolutamente indispensable para proceder al cálculo de la correccion $z - \zeta$ por la fórmula (86); pero sí lo es muy conveniente. Al empezar, pues, las observaciones de estrellas, y despues de concluir, y siempre que se reiteren modificando la posicion del círculo vertical del teodolito, se enfilará un par

de veces algun objeto terrestre, en posiciones inversas del instrumento, para poder luégo concluir con grandísima sencillez y prontitud, y suficiente grado de aproximacion para el objeto, aquel antecedente de cálculo. A falta de objeto terrestre, ó de situacion invariable, dos punterías alternadas á la *Polar*, verificadas en brevísimo tiempo, servirían, mediante una pequeña correccion, para resolver la dificultad propuesta. Y análogamente servirían las punterías hechas, en posiciones inversas del teodolito, á cualquiera otra estrella situada ya muy cerca del meridiano.

Por lo demas, calculando las observaciones de la *Polar* por la fórmula (90), y las correspondientes á otras estrellas por la (88), el conocimiento previo de la graduacion del zenit es todavía ménos necesario: ventaja de la última sobre la (86), digna de aprecio muchas veces.

256.—La necesidad de multiplicar el número de *series* parciales de determinaciones de φ, para concluir el valor definitivo de esta cantidad, procede de la de eliminar, 1.º: los *errores de graduacion* del círculo vertical del teodolito; ó reiterando las punterías á igual altura casi sobre el horizonte, en diversas posiciones del mismo círculo vertical; ó enfilando sucesiva-

mente varias estrellas, que culminen á distintas alturas; 2.°: la *flexion* presunta del anteojo; combinando unas con otras las observaciones hechas próximamente á iguales distancias del zenit, pero contadas en sentidos opuestos; 3.°: la incertidumbre ó *errores* muy pequeños, pero existentes todavia, *en las declinaciones* de las estrellas observadas; por el aumento en número de estas estrellas y la probabilidad consiguiente de que los errores mencionados recíprocamente se compensen; y 4.°: los demas *errores eventuales*, procedentes de multitud de causas distintas, y en particular del estado atmosférico, sin cesar variable, y de la situacion del observador, no siempre igualmente predispuesto al acierto. Observando *seis* estrellas, próximamente ecuatoriales, distribuidas en diversas horas del dia; y repitiendo por via de comprobacion las operaciones dos dias por lo ménos; fácilmente se completan 36 series de valores de φ, con las cuales convendrá combinar otras tantas, procedentes de la observacion de la *Polar*, en distintas posiciones del círculo vertical del teodolito, y distribuidas con cierta simetría en el transcurso del dia y con respecto al meridiano, para obtener el resultado final que se busca. Pero esta regla debe entenderse á título de ejemplo, y en la práctica puede sufrir

las modificaciones de detalle, que las circunstancias de lugar y tiempo, y las condiciones del observador y del instrumento que maneja, exigieren ó señalaren como más convenientes.

257.—Con mayor brevedad y sencillez que valiéndose del círculo vertical móvil de un teodolito, parece que ha de poderse encontrar el valor de ζ empleando un verdadero *círculo meridiano*, como los construidos por Brunner para servicio del Instituto, despues de muy aproximada y firmemente instalado en el plano ideal de su nombre. Con este segundo instrumento, sin embargo, el tiempo hábil de observacion en cada caso particular disminuye muy notablemente; y, de no hallarse perfectamente rectificado, orientado y nivelado, y de no enfilar con el anteojo é hilo horizontal de su retículo la estrella en el momento preciso de pasar ésta por el hilo vertical del centro, la distancia zenital medida tampoco expresará sin la más mínima discrepancia el valor de ζ; sino el de otra distancia ζ_1, poco mayor ó menor en absoluto que la primera, segun la region del cielo donde la estrella culmine. A esta distancia ζ_1, correspondiente al punto de interseccion de ambos hilos mencionados del retículo, con mucho mayor propiedad que á la estrella observada, poco ántes ó despues de su paso por el meridiano, ha-

brá, pues, que aplicar alguna correccion para inferir el de ζ: aunque á esto equivale, y es algo más general y sencillo, dejarla sin correccion, y usar en combinacion con ella, para deducir el valor de φ por la fórmula fundamental (85), la declinacion δ_1 del punto central á que en realidad se refiere, un poco mayor siempre que la δ de la estrella lateralmente enfilada.

258.—Como es de suyo evidente, para hallar con el círculo meridiano el valor de ζ_1, correspondiente al horario t, por regla general muy pequeño, basta enfilar la estrella á su paso por el campo visual del anteojo; leer en el círculo la graduacion que entónces deba leerse; y comparar con esta graduacion la que á la línea vertical, ó al zenit del observador, se refiere. La diferencia de graduaciones expresará el valor angular de ζ_1, aparente ó no corregido de refraccion todavía, ni de ninguna otra causa de error material de observacion de que, en virtud del estudio preliminar muy minucioso del instrumento, se considere necesario corregirle. La principal dificultad estriba ahora en determinar la graduacion del zenit ó del nadir, por operaciones previas ó ulteriores á la de enfilacion de la estrella: dificultad que se vence muy ingeniosa y brevemente, apuntando con el anteojo al baño de mercurio debajo de él instalado, y

rectificando la puntería hasta que el hilo horizontal del retículo se confunda con su imágen, reflejada por la superficie especular del mercurio: conforme ya se explicó en el párrafo 222, al exponer el procedimiento análogo para encontrar la colimacion del hilo vertical del centro, ó la inclinacion del eje de rotacion del anteojo. La graduacion del círculo, que á semejante crítica posicion del anteojo corresponde, será la del nadir, ó la del zenit con diferencia de 180°. Y con esta graduacion, ó término de referencia comun, que debe determinarse repetidas veces, y en momentos uno de otro no muy lejanos, se compararán las graduaciones correspondientes á las punterías intermedias, hechas á una ó más estrellas, para concluir otros tantos valores de ζ_1, despues de corregidos individualmente de refraccion.

259.—La correccion r, expresada en segundos de arco, que á la δ debe aplicarse para obtener la δ_1, que por su combinacion con la ζ_1, ha de producir luégo el valor de φ, se calculará con auxilio de la siguiente fórmula:

$$(92)\quad r = \mu \operatorname{sen} \delta_1 \cos \delta_1 + \nu \operatorname{sen} 2\, \delta_1 \operatorname{sen}^2 \delta_1 ,$$

en la cual representan:

μ y ν lo consignado en el párrafo 251, con la

sola diferencia de que la t considerada entónces debe reemplazarse ahora por $t + m$.

t el horario de la estrella en el momento preciso de su observacion.

m el complemento del horario del polo occidental del círculo meridiano, relacionado con el azimut a é inclinacion b del eje de rotacion del mismo círculo, segun la fórmula primera (48) indica. Y

δ_1 la declinacion aparente de la estrella observada, que de la (85) se desprende, poniendo en ella por φ un valor de la latitud, lo más aproximado á la verdad que sea posible, y por ζ el de ζ_1.—A no ser en casos muy excepcionales, por δ_1 podrá sustituirse en la fórmula anterior el valor de la declinacion δ, tomado de las efemérides ó tablas que le contengan.

Con el segundo término de la correccion r muy rara vez habrá asimismo que contar, á no pasar el horario t, expresado en tiempo, de cinco, ocho ó más minutos de amplitud: cosa que sólo se verifica cuando las punterías se dirigen á una estrella circumpolar y muy inmediata al polo. Y, áun entónces, el valor de aquel segundo término resultará mucho menor que el del primero: de $0''.5$ por más de $61''$, por ejemplo, en el caso bastante extremo de ascender δ á 88° y t á 30^{m}. Pero, como el cálculo

de ambos términos es muy sencillo, con auxilio sobre todo de las tablas de logaritmos de los factores μ y ν, independientes de δ_1 ó δ, preparadas con antelacion y de una vez para siempre, en pasando t de 10^m no deberá prescindirse del segundo, sin haberse cerciorado de que el error así cometido carece de importancia en realidad.

260.—Como el valor de t cambia de signo, segun que la enfilacion de la estrella se verifica ántes ó despues de su paso por el meridiano, si el de m, que durante un dia ó una sesion puede considerarse como constante, no fuese bien conocido, para eliminar ó aminorar su influencia debería observarse la misma estrella ántes y despues de aquel paso, y á distancias aproximadamente iguales del hilo vertical del centro; ó una estrella ántes y otra despues, culminantes ambas á distancias no muy diferentes tampoco del zenit. Cuidando de que m sea cantidad muy pequeña, inferior á 1^s, por ejemplo, ó de que lo sean el azimut é inclinacion del eje de rotacion del instrumento, como con paciencia y esmero logra conseguirse casi siempre, el valor de m podrá considerarse como englobado ó confundido con los errores inevitables en la apreciacion del momento T de la puntería, de donde el horario t se deduce: errores que in-

fluyen en opuestos sentidos sobre el valor de r, segun que el horario sea oriental ú occidental. Lo riguroso y más recomendable es, sin embargo, comenzar por hallar el valor de m, por el procedimiento de observacion y fórmulas de cálculo, expuestas, al tratar de este asunto en particular, en los párrafos anteriores.

261.—A la correccion r, dependiente del horario t y declinacion δ, habria que agregar otra, r', por muy distinto concepto, aunque dependiente tambien de las mismas dos cantidades que la primera, si el hilo al cual se refieren las punterías no fuese realmente horizontal. Tanto cuidado y empeño como en la perfecta orientacion ó instalacion del círculo meridiano, ó mayor si cabe, deberá ponerse, por lo mismo, en rectificar la posicion del retículo del anteojo, con auxilio de los tornillos de correccion adecuados al objeto, hasta que, enfilada una estrella ecuatorial en el momento de penetrar en el campo visual, continúe en coincidencia con el hilo al llegar al centro, y, enfilada todavía, se aleje y desaparezca por la region del campo, opuesta á la de su ingreso. Trabajo éste de paciencia en que el observador debe poner cuanta posea.

Mas como, por mucha calma y habilidad que tenga y emplee, siempre ha de quedarle duda de si habrá ó no conseguido realizar su propó-

sito, es regla de prudencia, muy atendible siempre, la de observar la misma estrella sucesivamente á los dos lados del hilo vertical del medio: ó la de observar á un lado del meridiano tantas estrellas como al otro, en horarios orientales y occidentales, en cuanto sea factible, de la misma amplitud. En los resultados particulares que así se obtengan, la inclinacion pequeñísima, aún subsistente, del hilo llamado *horizontal* influirá en sentidos contrarios; y los errores de aquí procedentes, tambien naturalmente entónces muy pequeños, se compensarán, ó propenderán á compensarse, en el promedio final de todos.

262.—Conocido el valor, i, de la *inclinacion* del hilo de enfilacion ó puntería, con respecto al horizonte cuando el anteojo se considere en posicion horizontal, ó con respecto al ecuador cuando el eje óptico se suponga en coincidencia con este plano, la correccion que á la δ debe por este nuevo concepto aplicarse para obtener la δ_1, que luégo se ha de combinar con la ζ_1 observada, para concluir el valor buscado de φ, se calculará por medio de la siguiente sencillísima relacion entre las cantidades comparadas:

$$(93) \qquad r' = i \text{ sen } t \cos \delta.$$

Correccion, si se considera digna de tomarse ó llevarse en cuenta, del mismo signo que t, ó de signo contrario, segun que, apuntado el anteojo al S., el extremo oriental del hilo resulte más elevado, ó algo más bajo, que el occidental.

Si en diversos puntos del campo visual del anteojo se enfila sucesivamente la misma estrella, y las graduaciones del círculo, leidas y anotadas tras cada puntería, con expresion como siempre del momento á que se refieren, se reducen luégo al meridiano por la fórmula (92), como el hilo sea realmente horizontal, los diversos resultados obtenidos sólo discreparán unos de otros, sin órden ó ley bien perceptible, por los errores eventuales é inevitables de la observacion. Pero, si el hilo posee una inclinacion sensible ó mensurable, ya no sucederá lo mismo; y las discrepancias que se adviertan entre los que corresponden á los horarios t y *cero* expresarán precisamente lo que r' vale, en funcion del horario t: de donde, por la misma fórmula anterior, se deducirá el valor de i, tomando lo que poco ántes era dato como incógnita, y la primitiva incógnita ahora como dato ó resultado inmediato de la investigacion que se acaba de explicar.

Y mejor todavía que por este procedimiento largo y penoso, aplicable sobre todo á la obser-

vacion reiterada de una estrella circumpolar en muy distintos puntos del campo visual del anteojo, puede determinarse la inclinacion del hilo de puntería, ó comprobarse su horizontalidad, instalando un *colimador*, ó un teodolito, al N. ó al S. del meridiano; enfilándole con el anteojo del círculo de este nombre; y comunicándole, despues de bien nivelado, un movimiento muy suave en azimut, de manera que la imágen de su cruz filar pase repetidas veces, y en sentidos contrarios, de un extremo al otro del campo donde se halla tendido el hilo cuya verdadera posicion se indaga y estudia. Si las enfilaciones de ambos instrumentos, móvil en azimut uno y fijo el otro, correspondientes á los extremos y al medio del hilo sometido á prueba, se hallan definidas por una graduacion comun, ó por graduaciones iguales leidas en el círculo meridiano, como cierto podrá considerarse que el hilo es recto y se halla tendido del mejor modo posible; pero, si entre las graduaciones comparadas se advierte alguna diferencia, de carácter constante, ó que no pueda atribuirse á simples errores de enfilacion y lectura, la consecuencia será la contraria, y la correccion, r_1, de las punterías hechas á una estrella ecuatorial en el extremo del campo, ú horario t_1, para referirlas ó reducirlas al centro, quedará

determinada. Cuando las punterías correspondan al horario t, y declinacion δ, la correccion r' se deducirá de la r_1, experimentalmente encontrada, por esta fórmula, consecuencia inmediata de la anterior:

$$(94) \qquad r' = r_1 \times \frac{\text{sen } t}{\text{sen } t_1} \times \cos \delta.$$

Para hallar el valor de t_1 ó de t, basta anotar el momento preciso ú hora de la enfilacion de la estrella observada, y combinarle por vía de sustraccion con la del paso por el hilo vertical del centro. Y si los horarios son muy pequeños, como por regla general deben serlo, y la r_1 corresponde al de 1^m, adoptado como unidad, la fórmula se simplica y convierte en la que sigue:

$$(95) \qquad r' = r_1 \, t \times \cos \delta.$$

263.—En éste, como en cualquier otro caso análogo, ya se comprende que el valor de φ no ha de proceder de un solo valor de ζ_1, ó de una sola puntería, atropelladamente verificada, á la estrella que se observa. Si el retículo del anteojo posee algun hilo horizontal, móvil por medio de un tornillo micrométrico, fácil será reiterar con él las enfilaciones á la misma estrella,

aunque ésta sea ecuatorial, y sólo permanezca dentro del campo, ó emplee en atravesarle, de uno á dos minutos de tiempo. La graduacion que á cada puntería debe atribuirse entónces, se hallará combinando por adicion ó sustraccion, segun los casos, con la graduacion inmediatamente leida en el círculo meridiano, y que al hilo horizontal fijo se refiere, la distancia angular, apreciada con el micrómetro, entre ambos hilos, fijo y móvil. De averiguar por coincidencias reiteradas de uno con otro, en los extremos opuestos del campo, si estos hilos pueden ó no considerarse como paralelos, y, en el supuesto de que no lo sean, la correccion que por semejante motivo demandan los resultados obtenidos en la hipótesis contraria, no deberá prescindirse nunca. A falta de hilo móvil, ó de tornillo micrométrico, la reiteracion de las punterías á la misma estrella, lo más cerca posible y á uno y otro lado del meridiano, se efectuará con el hilo horizontal fijo, en varios dias consecutivos.

264.—Téngase presente, en fin, que si la observacion múltiple de una misma estrella sirve para eliminar en el promedio de los resultados obtenidos los errores de la observacion individual, ó los procedentes del estado anómalo de la atmósfera, en distintos momentos del dia, ó

en distintas fechas, la de varias estrellas, culminantes al N. y al S. del zenit, entre los 20 y los 40º, por ejemplo, es de suma importancia para eludir otros errores, dimanados de los defectos ó desigualdad de la graduacion del círculo; de las irregularidades de las roscas micrométricas, anejas á los microscopios; y de la flexion y cambio de figura del anteojo. Todas estas causas de error deben investigarse y apreciarse previamente; pero, como su estudio es muy prolijo y difícil, y como con los cambios de temperatura, tan repentinos y violentos en nuestro clima, se altera su modo de funcionar, ó su amplitud y energía, sin perjuicio de aquel trabajo preliminar de investigacion y análisis de las ventajas y contras del instrumento de observacion, conviene distribuir las operaciones con órden bien meditado y cierta simetría, para que la influencia de aquellas causas, agentes en sentidos opuestos y unas con otras combinadas, se anule por completo casi, ó trascienda en grado mínimo, y apénas perceptible, al resultado final, síntesis de todos los particulares obtenidos. Diez, doce ó quince estrellas, de posicion astronómica bien conocida, culminantes por mañana, tarde y noche, y á las distancias del zenit poco ántes mencionadas, son, por término regular, las que deben observarse, du-

rante dos, cuatro ó seis dias, para dar por terminada la investigacion del valor de la latitud, por el procedimiento que acaba de exponerse.

265.—Entre los varios métodos, distintos del anterior, que para hallar el valor de φ pueden emplearse, se distingue tambien por su eficacia y sencillez el basado en la observacion de los pasos de estrellas, culminantes cerca y al S. del zenit, por el *primer vertical*, tanto por el E. como por el O. del meridiano.

Trabajando con un teodolito de Repsold, y, mucho mejor todavía, con los *anteojos de pasos* del mismo autor, ya repetidas veces mencionados, y en estacion sobre pilares de ladrillo y piedra sólidamente construidos, la maniobra ó práctica del método es cosa fácil.

Lo primero que debe hacerse es colocar el anteojo muy aproximadamente en el primer vertical: para lo cual se comenzará por situarle en el meridiano, conforme se dijo en el párrafo 213; y despues se le trasladará al otro plano perpendicular, comunicando á los apoyos y base de sustentacion un giro de 90°. Bien amordazado luégo en azimut, y cuidadosamente nivelado el eje de rotacion, se procurará con el mayor esmero y prevision posibles que la situacion final del instrumento no varíe en lo más mínimo, miéntras las observaciones de pasos se verifican.

Las operaciones subsiguientes se reducen, 1.º: á determinar la pequeña inclinacion del titulado *eje horizontal*, por la aplicacion reiterada del nivel sobre los muñones, en posiciones inversas del mismo nivel; 2.º: á determinar los tiempos que el cronómetro señala en los momentos precisos de los *pasos orientales* de una estrella por los hilos verticales *fijos* del retículo, ó por los *movibles* en posicion bien definida: debiendo la estrella que se observa hallarse entónces comprendida entre los dos hilos horizontales, ó en medio del campo visual del anteojo; 3.º: en volver á determinar, como ántes del paso, la inclinacion del eje de rotacion; 4.º: en invertir con sumo cuidado, para que el azimut no varíe, la posicion del anteojo sobre las muñoneras; y 5.º: en repetir en esta segunda ó nueva posicion, y miéntras la estrella desciende por el O., sesgando el plano del anteojo, lo hecho durante su ascenso, por el E. del meridiano.

266.—Si en la estabilidad del instrumento no se tuviere demasiada confianza, y no debe tenerse excesiva nunca trabajando con un teodolito ordinario, de las operaciones indicadas convendría suprimir las *nivelaciones intermedias* y la *inversion* del anteojo. Pero, aunque el efecto de la inversion pueda suplirse con el conoci-

miento previo de la colimacion del eje óptico, y de la desigualdad de diámetro de los muñones, su falta se suplirá mucho mejor observando al E. y al O. del meridiano una nueva estrella, en distinta posicion del anteojo que la primera; ó la misma estrella, en posiciones inversas, durante dos dias consecutivos. Aunque á cada posicion corresponda distinto azimut, si éste es siempre muy pequeño y permanece invariable durante los pasos *oriental* y *occidental* de cada una, la diferencia nada implica.

267.—Para prepararse á la observacion en el primer vertical se necesita por de pronto saber *cuándo* y á *qué distancia zenital* la estrella que ha de observarse pasará por este plano: dificultad que resuelven las siguientes fórmulas:

$$(96)\quad \cos 15t = \frac{\text{tang}\ \delta}{\text{tang}\ \varphi},\ \text{y}\ \cos z = \frac{\text{sen}\ \delta}{\text{sen}\ \varphi};$$

en las cuales t y z representan el *horario* de la estrella y su *distancia zenital*, correspondientes al paso mencionado; δ la declinacion de la estrella; y φ la latitud buscada, y nada más que aproximadamente conocida todavía.

Hallado el valor de t (*positivo* al O. y *negativo* al E.), y conocido el de la *ascension recta*, α, la suma $\alpha + t$ expresará el tiempo sidéreo del

paso, distinto del que debe marcar entónces el cronómetro sólo por el *estado* de este aparato. Si, pues, tambien este último antecedente se conoce, aunque sea con incertidumbre de algun minuto, el problema preparatorio, tal como se ha enunciado, puede darse con lo que precede por resuelto.

El enunciado, sin embargo, presupone que las observaciones se han de hacer precisamente ó casi en el primer vertical; y esto en la práctica no es cierto. Esto sí que han de hacerse cerca de aquel plano, en todos los hilos del retículo, ó en los más inmediatos al centro, si la estrella es muy zenital: á contar de la distancia f, expresada en segundos de tiempo, y algo mayor del *intervalo ecuatorial* que al hilo primero, por donde ha de pasar y observarse la estrella, corresponde. Resuelto, en consecuencia el anterior problema, hay que averiguar las correcciones, Δt y Δz, que deben experimentar t y z para que representen el horario y la distancia zenital de la estrella, en el momento de penetrar ésta en el campo visual del anteojo, á la distancia f del hilo central del retículo, que en cada caso particular se considere más conveniente. Las nuevas correcciones se infieren de estas otras dos fórmulas, complementarias de las anteriores: (97)

$$\Delta t = f \operatorname{cosec} \varphi \operatorname{cosec} z; \text{ y } \Delta z = 15 \cos \varphi . \Delta t$$

268.—Verificadas en los términos prescritos las observaciones de pasos *orientales* y *occidentales* de una estrella por el primer vertical, los valores de φ, correspondientes á cada doble paso observado por un hilo cualquiera, pueden calcularse por distintos procedimientos, igualmente rigurosos, y entre los cuales es de los más breves y sencillos el compendiado en las siguientes fórmulas, por más que la (101) exija logaritmos de siete cifras decimales:

(98) $$u = \tfrac{1}{2}(s_2 - s_1)$$

(99) $$v = \tfrac{1}{2}(s_2 + s_1) - \tfrac{1}{2}(s_2^0 + s_1^0)$$

(100) $$\lambda = \tfrac{1}{2}(s_2^0 + s_1^0) - \alpha$$

(101) $$\operatorname{tang} \varphi' = \operatorname{tang} \delta \sec u \sec v \cos \lambda$$

(102) $$\varphi = \varphi' + \tfrac{1}{2}(b_2 + b_1);$$

en las cuales representan:

s_2 y s_1 los *tiempos sidéreos*, correspondientes á los pasos *occidental* y *oriental* de la estrella observada, por un hilo cualquiera del retículo, en las dos posiciones inversas ó simétricas del anteojo.

s_2° y s_1° los tiempos análogos, correspondientes al hilo central del retículo.

α y δ las coordenadas aparentes de la estrella, referidas á la época ó momento de su observacion. Y

b_2 y b_1 las inclinaciones del eje del anteojo, durante los pasos occidental y oriental de la estrella; repetidas veces determinadas, conforme queda dicho, con auxilio del nivel; y precedidas del signo + cuando el muñon del N. resulte más elevado que el del S., y del — en el caso contrario.

En la fórmula (98) por $\frac{1}{2}(s_2 - s_1)$ deberá ponerse la semidiferencia de los tiempos, T_2 y T_1, del cronómetro, corregida del *movimiento* ó variacion del aparato, en el intervalo $\frac{1}{2}(T_2 - T_1)$.

Para el cálculo de la (99), ni el *estado* ni el *movimiento* son necesarios, por regla general, ó á ménos de ser el movimiento exagerado por extremo. Por s podrá, pues, sustituirse en ella el valor de T correspondiente.

Y la sustitucion en la (100) de s por T, corregido con un estado ΔT, simplemente aproximado á la verdad ó incierto en algun segundo, influirá muy poco en el valor de φ, cuando el azimut del anteojo sea muy pequeño, y muy poco discrepante de la unidad, en consecuencia, el coseno de λ. En absoluto, sin embargo, el

cálculo de las fórmulas (98) á (102) no puede afirmarse que sea independiente del conocimiento de la *hora* en los momentos de cada par de observaciones, combinadas para hallar el valor de la latitud: conocimiento previo esencial ó indispensable en casi todas las investigaciones astronómicas.

269.—Cuanto en el párrafo anterior se ha dicho supone que las observaciones en el primer vertical corresponden á la misma estrella, y posiciones inversas del anteojo, al E. y al O. del meridiano. De haber sido dos las estrellas observadas, una, *por completo*, ántes que la otra, con inversion entre ambas del anteojo, el valor de φ se desprendería con auxilio de este otro grupo de fórmulas, análogas á las precedentes, y todas muy sencillas:

$$(103)\left\{\begin{aligned} \operatorname{tang}\varphi' &= \frac{\operatorname{tang}\delta' \cos\left\{\frac{1}{2}(s_2'+s_1')-\alpha'\right\}}{\cos\frac{1}{2}(s_2'-s_1')} \\ \operatorname{tang}\varphi'' &= \frac{\operatorname{tang}\delta'' \cos\left\{\frac{1}{2}(s_2''+s_1'')-\alpha''\right\}}{\cos\frac{1}{2}(s_2''-s_1'')} \end{aligned}\right.$$

$$(104)\qquad M' = \frac{\operatorname{sen}\varphi'}{\operatorname{sen}\delta'},\ \text{y}\ M'' = \frac{\operatorname{sen}\varphi''}{\operatorname{sen}\delta''}$$

$$(105)\quad \varphi = \frac{M''(\varphi'+b') + M'(\varphi''+b'')}{M'+M''};$$

en las cuales hay que advertir, 1.°: que las letras con un solo acento se refieren á la primera estrella observada, y las con dos á la consecutiva; 2.°: que las s_1 expresan los tiempos sidéreos de los pasos orientales de ambas estrellas por uno cualquiera de los hilos del retículo; y las s_2 los correspondientes á los pasos occidentales, por el mismo hilo siempre, ó cualquiera que sea la posicion del anteojo; y 3.°: que la b' y la b'' representan respectivamente los promedios de la inclinacion del eje de rotacion, miéntras las observaciones de cada estrella se verifican.

A estas fórmulas puede, como objeto no estéril de curiosidad, agregarse la siguiente:

$$(106) \qquad c_{,} = \frac{(\varphi' + b') - (\varphi'' + b'')}{M' + M''};$$

que expresa la *colimacion* del hilo á que los pasos observados se refieren; y de la cual pueden deducirse, en *segundos de arco*, los *intervalos ecuatoriales* de los diversos hilos del retículo.

270.—Cuando en vez de dos estrellas distintas se haya observado la misma estrella en dos distintos dias y del modo referido, el precedente sistema de fórmulas será tambien aplicable al cálculo de φ, con simplificaciones no despre-

ciables, que sin dificultad se deducen de cuanto precede.

271.—Operando en el primer vertical, conforme acaba de exponerse, queda siempre el recelo de si en el acto de la inversion del anteojo habrá variado su azimut: lo cual produce en los resultados una influencia perjudicial y muy difícil de discernir, aunque tanto menor cuanto más cerca del zenit culminen las estrellas observadas, entre ambos pasos orientales y occidentales. Por el último motivo, prescindiendo de otros tambien muy atendibles, conviene, 1.°: que las estrellas mencionadas culminen á muy pocos grados del zenit: á *dos*, *tres* ó *cuatro*, á lo sumo; y 2.°: que, entre las observadas en distintas noches, haya una siquiera, la ménos zenital, por ejemplo, comun á las diversas noches de tarea. La concordancia de resultados obtenidos con esta estrella constituirá un indicio muy apreciable, si no prueba evidente, de que el instrumento no experimentó variacion alguna sensible en azimut, durante el largo intervalo de las operaciones, á cada noche referentes.

Y la incertidumbre en las *declinaciones* de las estrellas observadas, ó que pueden observarse á su paso por el primer vertical, generalmente de 4.ª á 6.ª magnitud, exige asimismo, 1.°: que sus posiciones ó *coordenadas* celestes procedan

de las consignadas en catálogos de justo renombre y autoridad, como los más modernos del Observatorio de Greenwich; y 2.°: que su número no baje de seis, para que la compensacion de los pequeños errores, que aún pudieran subsistir en sus declinaciones respectivas, y que con creces se trasmiten á los valores particulares de φ, sea, ya que no perfecta, muy aproximada y probable cuando ménos.

Pudiendo, sin demasiada violencia, observarse cada noche cuatro estrellas, en nueve, once ó trece hilos del retículo del anteojo, durante cuatro noches se observarán dos veces ocho estrellas; y esto debe considerarse, por regla general, como muy suficiente para concluir luégo el valor de la latitud. Valor que se cuidará, finalmente, de cotejar con los análogos, inferidos por los demas muy distintos procedimientos anteriormente indicados, como medio de comprobacion recíproca, y regla para saber el grado de confianza que merecen todos, y el de certidumbre de su promedio.

AZIMUTES.

272.—El *azimut* de una direccion terrestre se determina con el teodolito comparando esta direccion con la que corresponde á la *Polar* en cualquier momento preciso, ambas proyecta-

das sobre el horizonte, mediante las varias operaciones que á continuacion se expresan.

Instalado ya y bien rectificado el instrumento, desde el vértice geodésico de observacion, y en la posicion *A* del anteojo, cualquiera que sea la por esta letra designada, se enfilará dos veces la señal colocada en el vértice inmediato; y otras dos luégo en la *B*, simétrica de la primera, despues de dar á la porcion superior y movible del teodolito un giro de 180°, alrededor del eje vertical. Las graduaciones correspondientes á estas punterías, y las indicaciones del nivel, apoyado sobre los muñones del eje horizontal, se leerán y anotarán tras cada puntería cuidadosamente.

En la segunda posicion, *B*, del teodolito, se enfilará cuatro veces la estrella; y otras cuatro, sin pérdida de tiempo, en la *A*: y, tras la lectura, ó apreciacion á oido, y anotacion inmediata de lo que el cronómetro señale en los momentos críticos de estas enfilaciones, se leerán y anotarán tambien, como ántes se hizo, las graduaciones del círculo horizontal é indicaciones del nivel, que respectiva y sucesivamente les correspondan.

Y en la posicion *A*, de nuevo, y despues en la *B*, se repetirán las punterías á la señal terrestre, por el órden y del modo que se hicie-

ron ántes de pasar á la observacion de la *Polar*.

273.—Las *ocho* punterías á los dos objetos, cuyas situaciones respectivas se comparan, distribuidas en los términos referidos, constituyen *una serie* de observaciones azimutales, ó una sola determinacion del azimut. Y la repeticion de la serie, en distintas posiciones del círculo horizontal, y á muy distintas horas del dia (primeras de la mañana, y últimas de la tarde, generalmente), dará otras tantas determinaciones de la cantidad incógnita, en condiciones de observacion muy diversas, y cuyos errores fortuitos é inevitables se compensarán ó desvanecerán en el promedio de todos los resultados obtenidos. *Treinta* y *seis* series de observaciones, verificadas en otras tantas posiciones del círculo, variables de 5 en 5 grados con respecto á la línea de los microscopios, y distribuidas con la posible uniformidad en el transcurso del dia, son las que debe tratar de reunir el observador para dar su trabajo por terminado y completo. Pero este número, como otros análogos anteriores, no es de prescripcion absoluta, y deberá aumentar ó disminuir, entre límites racionales y uno de otro no muy distantes, segun las circunstancias en que se opere lo permitieren y aconsejaren.

274.—Ántes de compararlas unas con otras,

las graduaciones, *g*, leidas, y correspondientes á los dos objetos enfilados, terrestre y celeste, deben experimentar dos correcciones para compensar la influencia en ellas producida por la *inclinacion* variable del eje de rotacion del anteojo, y por la *colimacion*, mucho más constante, si no completamente segura y fija durante breve tiempo, del eje óptico.

La primera se determinará con auxilio de la siguiente fórmula:

(107) $$\Delta g_b = b \cot z;$$

en la cual *b* y *z* designan la *inclinacion* mencionada y la *distancia zenital* aparente, que corresponden á la puntería del objeto á que la graduacion, *g*, se refiere.—El signo de la correccion depende del sentido en que la graduacion varíe en el círculo horizontal; y deberá considerarse como *positivo* cuando el muñon de la *izquierda* resulte más elevado que el de la *derecha*, y como *negativo* en el caso contrario, siempre que se trate de círculos graduados de izquierda á derecha, contemplados de frente, como lo están casi todos los empleados hasta hoy por el INSTITUTO, procedentes de la casa de Repsold. Y por *muñon de la izquierda* se entenderá el que corresponde á la izquierda del

observador, cuando éste se coloca, para leer lo que el nivel indica, dando frente al objeto observado: el muñon *occidental*, cuando se refieren á la *Polar* las punterías.

Y la segunda de las dos correcciones mencionadas se desprende de esta otra fórmula:

$$(108) \qquad \Delta_{g_c} = c \text{ cosec } z;$$

en la cual representa la letra c del segundo miembro la *colimacion* del eje óptico, variable de signo con el cambio de posicion del anteojo, ó del eje de rotacion sobre las muñoneras. Si, pues, z permanece constante, ó varía con suma lentitud, la correccion, Δg_c, que á la posicion A del instrumento corresponda, será igual y contraria á la que se refiera á la otra posicion B; y en el promedio de las dos graduaciones leidas, en ambas posiciones consecutivas, sólo en muy reducida cantidad influirá la omision previa de las correcciones individuales. Mas, para que la compensacion de errores pueda considerarse como perfecta en el promedio de todos los resultados obtenidos y componentes de varias series, conviene, 1.º: que la *Polar* haya sido observada á distintas horas del dia, cuándo alejándose muy lentamente del zenit, y cuándo aproximándose á este punto: 2.º: que á una se-

rie de observaciones de esta estrella, en las posiciones *A* y *B* del teodolito, suceda otra en las *B* y *A*; y 3.º: que *c* sea cantidad muy pequeña, nula casi, ó de muy pocos segundos de amplitud: tanto como puede serlo procediendo en la rectificacion preliminar del instrumento con calma y previsora diligencia.

La desigualdad de diámetro de los muñones, muy pequeña tambien generalmente, produce en el valor de *b*, y por lo tanto en el de $\Delta\, g_b$, una influencia constante y de signo variable, que propenderá, como la procedente de la colimacion, á desvanecerse en el promedio de las lecturas hechas en posiciones opuestas del anteojo. Cuando la correccion por aquella desigualdad presumible de diámetros sea desconocida ó incierta, podrá, en consecuencia, prescindirse de aplicarla individualmente, y ponerse por *b* la *inclinacion aparente* que el nivel señale, si se opera del modo referido.

275.—Con las ocho graduaciones de una serie, corregidas de inclinacion y colimacion, y correspondientes á las punterías á la *Polar*, deberán combinarse por adicion ó sustraccion, segun los casos, los ocho distintos valores del *azimut* de la estrella, en los momentos de las punterías, para obtener otros tantos de la graduacion de la *línea meridiana*, unos de otros dis-

crepantes por efecto de los errores fortuitos é inevitables de observacion. Y el *azimut* de la *Polar*, en cualquiera de aquellos momentos, se calculará, con logaritmos de *cinco* ó *seis* cifras decimales, conforme la magnitud variable del *horario* lo consienta ó exija, por medio de la siguiente fórmula:

$$(109) \quad \tang a = \frac{-\text{sen}\, t}{\cos\varphi \tang\delta - \text{sen}\,\varphi\cos t};$$

en la cual representan:

a el azimut buscado, y contado desde el S. por el O., de 0° á 360°.

t el horario correspondiente de la estrella, igual al tiempo sidéreo *s* de la observacion, (tiempo del cronómetro, corregido de *estado*), ménos la *ascension recta* α. Y

δ y φ la *declinacion* del astro, y *latitud* geográfica del lugar donde se observa, segun costumbre.

276.—Las *coordenadas* celestes α y δ deben corregirse de *aberracion diurna de la luz* por la fórmulas (73). Pero, si por brevedad y comodidad en la práctica no se corrigen, al azimut *a*, calculado por la (109), con las coordenadas procedentes de una buena efeméride, y que al horario *t* se refieran, se aplicará esta otra correccion equivalente:

$$(110) \qquad \Delta a_l = -0'',31 \cos a \,.\, \frac{\cos \varphi}{\operatorname{sen} z}:$$

correccion *aditiva* siempre, tratándose de la *Polar*, por diferir entónces el azimut muy poco de 180°; cuándo por exceso, hallándose la estrella al E. del meridiano; y cuándo por defecto, al O.: lo cual sobre el signo de cos a influye del mismo modo.—Designando por a_1 el valor absoluto del azimut de la *Polar*, contado desde el N. hácia el E. ó el O., la correccion será igual á

$\pm\, 0'',31 \cos a_1 \,.\, \frac{\cos \varphi}{\operatorname{sen} z}$: *positiva* en un caso, y *negativa* en el segundo. Y como por z puede, sin error de cuantía, ponerse $90° - \varphi$, y por cos a_1 la unidad, la correccion por aberracion diurna se reduce muy aproximadamente, en el promedio de los diversos resultados obtenidos con distintos valores de z y t, á $\pm\, 0'',31$; ó á $+\, 0'',31$ siempre, si los azimutes se cuentan desde el S.—Si la correccion se aplica, no al azimut de la *Polar*, calculado por la fórmula (109), con las coordenadas de la efeméride, sino al del objeto ó direccion terrestre, inferido posteriormente, el signo dependerá del órden ó modo como las graduaciones, correspondientes á este objeto y á la *meridiana*, se hayan combinado unas con otras para deducir la amplitud del ángulo buscado.

277.—En suma: reducidas al meridiano las graduaciones de la *Polar*, despues de corregidas de inclinacion y aberracion, y comparadas con el promedio de las graduaciones leidas en las posiciones *A* y *B* del instrumento, cuando las punterías corresponden al objeto terrestre, y despues de corregidas tambien por el primer concepto indicado, se hallarán *ocho* valores del azimut, distintos por mitad unos de otros, por haber prescindido de corregir las graduaciones de la estrella del efecto de la colimacion del eje óptico: *cuatro* demasiado grandes, por ejemplo, y los otros *cuatro* demasiado pequeños, ó viceversa, en cantidad muy aproximadamente igual los unos que los otros. Pareando estos ocho valores, se reducirán á solos cuatro, componentes de *una serie*, y, prácticamente considerados, exentos de error sistemático apreciable.

278.—La ventaja de observar la *Polar* en vez de otra estrella más distante del polo se desprende de la consideracion de la siguiente fórmula, diferencial de la (109), y en la cual representa la letra q el *ángulo de posicion* de la estrella, comprendido entre el *círculo de declinacion* y el *vertical* correspondiente: (111)

$$da = \frac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{tang} z} d\varphi - 15 \frac{\cos\delta \cos q}{\operatorname{sen} z} dt - \frac{\operatorname{sen} t \cos\varphi}{\operatorname{sen}^2 z} d\delta$$

Pero, áun cuando por regla general sea conveniente observar una estrella cuya declinacion se aproxime al valor máximo de 90°, para que el $\cos\delta$ y el $\operatorname{sen} a$ resulten así muy pequeños, é insignificante en el valor del azimut la influencia de los errores, $d\varphi$ y dt, en la latitud y estado del cronómetro, por algun otro concepto y en casos excepcionales pudiera considerarse preferible observar otra estrella, á distancia del zenit mucho mayor que la *Polar*, y en muy distinta posicion respecto del meridiano. Las correcciones (107) y (108), por inclinacion del eje de rotacion del anteojo y colimacion del eje óptico, dependen de z, y adquieren sus mínimos valores, nulo ó despreciable el de la primera, cuando el astro se observa cerca ó pegando con el horizonte. Si, pues, la inclinacion es desconocida, ó poco segura y de difícil determinacion, convendrá, por el último concepto, referir el azimut del objeto terrestre al de un astro, situado léjos del zenit, por el mismo órden y método anteriormente explicados. Y á este recurso deberá apelarse cuando el teodolito no sea de construccion muy esmerada, ó no se halle emplazado con demasiada solidez y firmeza: en operaciones de campo, más bien topográficas que geodésicas.

279.—El astro que entónces debe preferirse

á la *Polar* es el *Sol*: horas ántes ó despues de su paso por el meridiano, ó lo más cerca posible del primer vertical, y siquiera 10 ó 15° elevado sobre el horizonte. Mas, como el Sol presenta un disco aparente muy considerable, y las punterías al centro serían las más veces ilusorias, á su observacion en el sentido azimutal se procederá en los términos siguientes.

Instalado y rectificado el teodolito, y resguardados por una pantalla sus círculos de los rayos solares, todo de la mejor manera posible, se aguardará á que el Sol, por efecto del movimiento de rotacion diurna, toque en el hilo vertical del retículo, junto al horizontal; y se anotará la hora del cronómetro en que esto se verifica. Y variando en altura la posicion ó direccion del anteojo, pero de ningun modo en azimut, se anotará tambien el momento en que la imágen solar se desprende del hilo mencionado. El promedio de las horas de ambos contactos observados expresará, con pequeño error, la del paso del centro por el hilo de referencias. Y la graduacion del círculo horizontal, comun á las dos observaciones verificadas, la que al centro del Sol en el momento calculado de su paso por el mismo hilo corresponde. Pues combinando con esta graduacion el *azimut* del Sol, en el momento preciso á que se refiere, se

concluirá la graduacion de la *meridiana*; y de aquí facilísimamente el azimut del objeto terrestre que se busca.

280.—Para resolver el mismo problema sería más exacto, aunque tambien mucho más prolijo, 1.º: calcular los azimutes del Sol, correspondientes á los momentos de tangencia (mordedura y desprendimiento) de sus dos limbos, anterior y posterior, con el hilo vertical; 2.º: designando por R el semidiámetro angular del Sol, y por z_1 y z_2 las distancias zenitales de su centro en los momentos que acaban de mencionarse, á la graduacion leida en el círculo horizontal del teodolito aplicar con un signo la correccion R cosec z_1, y con el signo contrario la R cosec z_2, para deducir las graduaciones que en los citados momentos corresponderían al centro del Sol, si este punto hubiera sido el enfilado entónces; y 3.º: combinar con estas graduaciones los azimutes calculados, para obtener dos valores de la graduacion de la meridiana, distintos uno de otro tan sólo por los errores inevitables de observacion. Los valores de z_1 y z_2 pueden determinarse, con suficiente aproximacion para el objeto, leyendo el puntero del círculo vertical, tras de cada paso observado; y refiriendo las lecturas á la graduacion de la línea del mismo nombre. Procediendo con calma, siempre habrá tiempo para todo.

281.—La determinacion de un azimut, ú orientacion de un plano, por este medio, comprende, en suma:

Dos punterías al objeto terrestre, cuyo azimut se busca, en la posicion *A* del teodolito, y otras dos en la *B*.

Dos observaciones de pasos, por el hilo vertical del retículo, de ambos limbos del Sol, en la segunda posicion; y otras dos en la primera.

Y la repeticion de las punterías al objeto terrestre, como modo de cerciorarse de la estabilidad del instrumento, durante los 15 ó 20 minutos en que se verifican las observaciones.

De hallar los errores de inclinacion y colimacion, para calcular luégo las correcciones consiguientes á las graduaciones leidas, por las fórmulas (107) y (108), tampoco deberá prescindirse en este caso, sin razon sobrada para ello.

282.—El *estado* del cronómetro, necesario para el cálculo del azimut del Sol, podrá y deberá determinarse, casi al mismo tiempo que este azimut, por el procedimiento del párrafo (207): observando de la manera entónces descrita una serie de *distancias zenitales* del mismo centro, inmediatamente *despues* de verificadas las observaciones azimutales, si se opera por la mañana; ó muy poco *ántes*, por la tarde. Con destreza y experiencia, hasta se podrán in-

terpolar unas observaciones con otras, y deducir el *estado* que al momento de la observacion del azimut corresponde, sin llevar en cuenta para nada el *movimiento* del cronómetro: circunstancia muy atendible, cuando el nombre de cronómetro se aplica á un mal reloj de bolsillo. Y si con estas observaciones se combinan, cerca de la hora de medio dia, las necesarias, descritas en el párrafo (253), para obtener la latitud geográfica del punto de estacion, el problema de la orientacion quedará resuelto por completo, en pleno dia y sin demasiada molestia del observador, con los recursos materiales más ordinarios ó fácilmente asequibles.

283.—El cálculo del azimut del Sol podría en rigor verificarse por la fórmula (109), aunque adecuada principalmente al caso de que a discrepe muy poco de 180°, ó sea tang$a$ cantidad muy pequeña; pero las dos siguientes son en los demas casos preferibles y más sencillas para el mismo objeto: (112)

$$\text{tang}\ {}^1/_2\,(a+q) = \text{tang}\ {}^1/_2\,t\ \frac{\text{sen}\ {}^1/_2\,(\varphi+\delta)}{\cos\ {}^1/_2\,(\varphi-\delta)}$$

$$\text{tang}\ {}^1/_2\,(a-q) = \text{tang}\ {}^1/_2\,t\ \frac{\cos\ {}^1/_2\,(\varphi+\delta)}{\text{sen}\ {}^1/_2\,(\varphi-\delta)}.$$

Expresiones en que representan:

a el azimut buscado; y *q* el ángulo de posicion, poco ántes definido.

t el horario verdadero del Sol, correspondiente al azimut *a*, y contado por occidente de 0^h á 24^h, ó de 0° á 360°.

δ la *declinacion* del Sol, tambien correspondiente al momento en que se observa. Y

φ la latitud del lugar.

Para determinar el valor de *t*, se tomará la hora del cronómetro de *tiempo solar medio*, contada sin interrupcion desde las 12^h del dia, ó 0^h en adelante, hasta completar las 24; se corregirá de *estado*; y se convertirá en la hora *verdadera*, ú horario en cuestion, por su combinacion, *aditiva* ó *sustractiva*, con la *ecuacion de tiempo* que le corresponda. Los valores de esta ecuacion y de δ se deducirán por interpolacion de los insertos para todos los dias del año y hora de medio dia, con relacion á determinado meridiano, en las efemérides solares: previo el conocimiento del horario que se trata de corregir, y de la diferencia aproximada de longitudes geográficas que media entre el lugar donde se observa y el meridiano de las efemérides. Si en éstas se diere la hora de *tiempo solar medio* en que el Sol pasa por el meridiano, para hallar el valor de *t* bastaría, 1.°: restar esta hora del *tiempo medio* de la observa-

cion, señalado por el cronómetro, supuesto sin *estado*; y 2.°: aplicar á la diferencia una correccion, calculable con los datos poco ántes expresos, para referir aquella hora, ó sustraendo comun, al momento y lugar de que, en cada caso particular, se tratare.

284.—Entre los 36 y 44° de latitud, los segundos factores de los segundos miembros de las ecuaciones (112), son siempre positivos, si δ se refiere al Sol.

Las tang $^1/_2\,(a+q)$ y tang $^1/_2\,(a-q)$ tendrán, por lo tanto, el mismo signo que tang $^1/_2\,t$; y por el signo se inferirá el cuadrante á que los ángulos $^1/_2\,(a+q)$ y $^1/_2\,(a-q)$ deben referirse. De esta manera resultará el azimut a contado desde el S. por el O., de 0° á 360°, sin ambigüedad de ningun género. Mas, para evitarla por completo en el resultado final que se busca, convendrá, sin embargo, apuntar en el registro de observaciones á qué cuadrante del horizonte corresponde el objeto terrestre, cuya posicion se ha comparado con la del Sol.

285.—Cuando se dispone, no precisamente de un teodolito, sino de un simple anteojo de pasos, provisto de un buen micrómetro, é instalado en el meridiano, ó en un plano vertical cualquiera de la *Polar*, como el objeto terrestre se encuentre dentro del campo visual del an-

teojo, el azimut de su direccion podrá determinarse por el siguiente procedimiento, que en brevedad y delicadeza compite ventajosamente con el anterior, y en primer término explicado.

1.º Comenzando por averiguar cuál es el azimut del eje óptico del anteojo, y cuál para ello el estado ó el movimiento del cronómetro, de la manera y por las fórmulas expuestas al tratar de este problema en particular, en los numerosos párrafos anteriores, 213 á 238: ú observando, en suma, el paso de la *Polar*, y de dos ó más estrellas culminantes al S. del zenit, por los diversos hilos verticales del retículo; y calculando luégo con los resultados inmediatos de la observacion las dos incógnitas mencionadas. Y

2.º Midiendo con el tornillo micrométrico la distancia angular, comprendida entre el objeto terrestre, cuyo azimut se busca, y el hilo central del retículo, ó el eje óptico del anteojo, cuyo azimut puede, con lo que precede, darse ya por determinado.—La suma algebráica de los resultados de ambas operaciones expresará el valor de la cantidad desconocida, y que en último extremo se trata realmente de encontrar.

286.—Como sólo en casos muy excepcionales se proyectará en el campo del anteojo la

imágen de un vértice ó señal geodésica, para efectuar la segunda de las operaciones indicadas se comenzará por erigir en el meridiano, ó en otro plano vertical que se desvíe muy poco del meridiano, al N. ó al S. del lugar del observador, y á la mayor distancia posible, mínima de 4 kilómetros, una marca ó señal auxiliar, muy fácil y claramente perceptible con el anteojo. Y como la distancia angular de esta marca al hilo central del retículo conviene que sea de muy reducida amplitud, de 10, 20 ó 40", por ejemplo, así, segun la época del año ú horas del dia en que se pretenda observar el paso de la *Polar,* se emplazará aquella marca en el meridiano, ó un poco al E. ó al O. de este plano fundamental de referencia, en el vertical de la estrella por entónces.

La eleccion de sitio depende en mucha parte, sin embargo, de las condiciones del anteojo con que la señal ha de enfilarse.

Si éste es fijo, ó carece de movimiento azimutal sensible y dependiente de la voluntad del observador, la señal se levantará en el meridiano, procurando que su imágen corresponda al centro casi del retículo; mas si, por el contrario, el anteojo puede moverse fácilmente en azimut, é instalarse en cualquier plano vertical, las cosas se dispondrán con alguna ma-

yor libertad, de la manera que, segun las circunstancias del momento, se considere sobre el terreno preferible. Y cuando, en el último supuesto, la distancia de la imágen de la señal al hilo del centro deba medirse repetidas veces, se cuidará, con sólo mover un poco el anteojo en azimut, siempre que las operaciones se reiteren, de que ora aquella distancia corresponda á un lado, ora al lado opuesto, del hilo al cual se refiere; y de que en magnitud varíe tambien de una vez para otra, entre límites ó valores extremos no demasiado diferentes. Procediendo así, los defectos del tornillo micrométrico y resto de incertidumbre sobre lo que pueda valer una de sus revoluciones, expresada en segundos de arco, influirán en los resultados que se obtuvieren como causas eventuales de error, que unas con otras propenden á compensarse. Y por la misma consideracion, y con idéntico propósito, se observará la *Polar*, con el hilo móvil y tornillo micrométrico, cerca del hilo central fijo, cuándo á la derecha y cuándo á la izquierda, de manera que el resultado sea, por término medio, como si se hubiese observado á su paso por el mismo hilo, ó por otros, con respecto á él, simétricamente distribuidos en el campo visual del anteojo.

287.—Así preparada la observacion, las ope-

raciones que deben efectuarse para darla cima, se reducen á las siguientes:

1.ª A determinar la inclinacion del eje del anteojo, por medio del nivel insistente de continuo sobre los muñones de acero.

2.ª A observar el paso de la *Polar* por el hilo móvil del retículo dos veces consecutivas, ó en dos distintas posiciones bien definidas de aquel hilo, con respecto al central fijo.—La observacion ha de comprender la anotacion del momento en que cada paso se verifica, y de la graduacion del tornillo micrométrico que le corresponde.

3.ª A observar otras dos veces, con el mismo hilo móvil, impelido por el tornillo micrométrico en sentidos opuestos, la posicion de la marca ó señal terrestre, con respecto al hilo central, de referencia comun en todos los casos.

4.ª A establecer cuatro veces, y alternadamente en sentidos opuestos, la coincidencia de ambos hilos mencionados, para determinar el *índice* de la graduacion del tornillo, y completar así las dos operaciones anteriores.

5.ª A repetir en seguida las dos punterías á la señal terrestre, y lecturas consiguientes en el tambor graduado del tornillo.

6.ª A repetir análogamente la observacion del paso de la *Polar* por el hilo móvil, en dos

distintas posiciones de éste, conforme en segundo lugar queda advertido.

Y 7.ª A determinar de nuevo la inclinacion del eje de rotacion del anteojo, como ántes de comenzar las enfilaciones á la señal y á la estrella.

Todo esto sin levantar el anteojo, ó invertirle sobre las muñoneras: en la posicion *A*, supongamos. En la *B* se repetirá sin pérdida de momento lo acabado de hacer en la anterior. Y, como si de nuevo se emprendiese la operacion, en la *B* y en la *A* se reiterará tambien seguidamente todo lo practicado desde un principio. Con lo cual se completará *una serie* de operaciones: ó una determinacion del azimut de la señal, enfilada en combinacion con la *Polar*, del modo referido. Seis, ocho ó diez determinaciones de esta especie, efectuadas en distintos dias, y á ser posible, por mañana y tarde, ó en condiciones atmosféricas y de iluminacion del horizonte muy diversas, pueden considerarse suficientes para dar el trabajo de observacion por ultimado.

288.—Pero el cálculo de las observaciones, ó la deduccion del azimut del eje óptico del anteojo, por la fórmula fundamental de Mayer (45), ó por las que de ella se derivan, exige que, juntamente con la *Polar*, se observen otras

dos estrellas siquiera, culminantes al S. del zenit, ó entre el zenit y el ecuador. Estas dos estrellas de *estado* se observarán en el transcurso de las operaciones, poco ántes enumeradas para determinar el azimut de la señal: en la posicion *A* del anteojo, una; y, otra, en la *B*: ó, de no ser factible ó conveniente intercalarlas entre los varios términos de aquella serie, poco ántes del primero, ó momentos despues del último, con la precaucion en el entretanto de no mover el anteojo en azimut.

289.—Reducidos los pasos de estrellas observadas al hilo central del retículo, y corregidos los tiempos de la observacion, así obtenidos, de inclinacion y colimacion, el azimut $90^{0} - a$ del punto occidental de interseccion del eje del anteojo, indefinidamente prolongado, con la esfera celeste, se deducirá por las fórmulas poco ántes mencionadas. Y hallado el valor de a, el de a_1, ó el del azimut del eje óptico, prolongado tambien indefinidamente desde el ocular hácia el objetivo, se concluirá en el acto, sin dificultad alguna; y el de A, ó azimut de la direccion á la señal terrestre, se calculará luégo por medio de la siguiente fórmula: (113)

$$A = a_1 + \frac{m_1 + m_2}{2} \operatorname{cosec} z \pm \frac{b_1 + b_2}{2} \cot z;$$

en la cual representan:

m_1 y m_2 las distancias angulares, en segundos de arco, medidas con el micrómetro en las posiciones A y B del anteojo, y comprendidas entre la imágen de la señal y el hilo central del retículo: distancias que deben considerarse como *positivas* cuando la imágen corresponda á la derecha del hilo en los anteojos acodados, ó á la izquierda en los rectos; y como *negativas*, en el caso contrario.

b_1 y b_2 las inclinaciones, expresadas del mismo modo, del eje de rotacion del anteojo: *positivas* cuando el muñon occidental se halle más elevado que el oriental; ó viceversa. Y

z la distancia zenital del objeto terrestre, ó marca auxiliar circunmeridiana, considerada siempre como positiva, y que deberá determinarse por separado, ántes y despues de verificar la serie de operaciones principales, encaminadas á la definicion de su azimut.

En el último término de la fórmula anterior se conservará exclusivamente el signo explícito +, cuando la marca se halle situada al N. del observador; y el —, cuando en la region opuesta del horizonte.

290.—Cuando el anteojo de pasos sea el de un teodolito, de gran potencia óptica, y de mucha estabilidad sobre el pilar ó base de sustentacion, el azimut de un objeto terrestre, ó se-

ñal auxiliar circunmeridiana, comprendido dentro de su campo visual, puede determinarse con el tornillo micrométrico é hilos movibles que completan su sistema reticular, exactamente como por medio del círculo horizontal graduado del mismo instrumento: midiendo, repetidas veces y en distintas posiciones del anteojo, la distancia angular de la señal á la estrella con quien su posicion se compara; calculando por la fórmula (109) los diversos azimutes de la estrella, correspondientes á los momentos, ú horarios t, de sus enfilaciones consecutivas; deduciendo de aquí, por adicion ó sustraccion de las dos cantidades, medida y calculada, el ángulo con la meridiana de la direccion terrestre; y corrigiendo este resultado de los errores en él introducidos por la inclinacion y colimacion de los ejes de rotacion y óptico del anteojo, y omision hasta el final de la influencia de la aberracion diurna de la luz Y disponiendo, á la distancia de algunos kilómetros, dos señales auxiliares, próximamente situadas en los planos verticales de la *Polar*, que á las primeras y últimas horas de la mañana y de la tarde correspondan en la época de las observaciones, ó á los momentos de sus *digresiones* oriental y occidental por entónces, la operacion podrá reiterarse en condiciones muy va-

riadas y convenientes, y rematarse en breve plazo. Procediendo de este modo, claro es que el *estado* del cronómetro debe investigarse por separado, ó suponerse desde luégo conocido; por más que el error hasta de 1^s en su determinacion influya poquísimo en los resultados, cuando las observaciones azimutales de la *Polar* se refieran á las épocas mencionadas de sus máximas digresiones á uno y otro lado del meridiano: particularidad ésta muy digna siempre de tomarse en cuenta.

291.—De cualquiera manera que el azimut de la señal circunmeridiana se hubiere determinado con un anteojo de pasos, resta todavia medir el ángulo que con su direccion forma la correspondiente á un verdadero vértice de la triangulacion geodésica, para obtener el azimut de este vértice: operacion muy delicada, que se verificará comenzando por retirar de su base ó pilar de sustentacion el anteojo, é instalando en lugar suyo un teodolito, ó un *círculo horizontal geodésico*, de construccion especial y perfectamente adecuado al objeto de que ahora se trata, en coincidencia su centro con el centro de la estacion, ó con el punto á que el azimut en primer término averiguado se refiere, sin discrepancia de un solo milímetro.

El ángulo en cuestion se determinará con el

último instrumento reiterando seis, doce ó diez y ocho veces, en otras tantas distintas graduaciones ó partes del círculo, la siguiente serie de punterías á los dos objetos comparados.

En la posicion A del anteojo: *dos* á la señal auxiliar circunmeridiana, S; y otras dos al vértice V, cuyo azimut por referencia al de la señal se trata de deducir: estableciendo cada vez la coincidencia del punto de mira con el hilo vertical del centro del retículo, ó con la cruz filar, en sentido, ó por resultado de cierto movimiento del anteojo, opuesto que la anterior ó consecutiva.

En la *B*, 180° distante ó diferente de la *A*: *cuatro* á S y cuatro á V, con la misma precaucion que las precedentes.

Y en la *A*, de nuevo: otras *dos* á los mismos objetos, por el órden desde un principio indicado.

Esta operacion, por lo demas, complementaria de la principal astronómica, en nada esencial discrepa de la fundamental y más comun en las prácticas geodésicas, perfectamente ya conocida del lector.

APÉNDICE.

La siguiente breve coleccion de tablas auxiliares tiene por objeto facilitar la aplicacion numérica de algunas de las fórmulas ó expresiones analíticas, contenidas en las páginas anteriores.

I.—Al frente de todas figuran las *tablas de refraccion*, derivadas de la fórmula fundamental de Bessel:

$$\log \rho = \log \text{tang}\, z_1 + \log \alpha + A\,(\log B + \log T) + \lambda \log \gamma,$$

transformada en la que sigue, algo más sencilla:

$$\log \rho = \log \text{tang}\, z_1 + \log b + \log \alpha_1 + \log \alpha_2 + \log \alpha_3 + \log \alpha_4;$$

y cuyos términos, tabulados á continuacion, deben considerarse como positivos todos, miéntras la altura de la columna barométrica no sea inferior á 450^{mm}; ni superior á 40° centígrados la temperatura del aire ambiente, observada á la sombra y en sitio ó lugar despejado.

Para calcular el valor de $\log \rho$, y de la *refraccion* ρ, en consecuencia, se comenzará por referir la altura barométrica b', que á la temperatura t' del mercurio corresponde, á la temperatura t del aire ambiente. La correccion, del mismo signo que la diferencia $t - t'$, que al valor de b' debe aplicarse para obtener el de b, se deducirá de la tabla preliminar A_1, con aquella diferencia y el valor de b' por argumentos. Esta correccion, por regla general muy pequeña, asciende aproximadamente á 0,1 *mm.*, por cada grado de temperatura.

Hecho esto, en las tablas vulgares de logaritmos se buscarán el de la tangente de la *distancia zenital aparente*, z_1, que se trata de corregir de refraccion; y el de la altura barométrica b, corregida de capilaridad y expresada en milímetros, correspondiente á la temperatura t, en grados centígrados.

Con el argumento z_1 se tomará luégo de la tabla A el $\log \alpha_1$; y se anotarán de paso, si ha lugar á ello, los valores de p y q: argumentos de las tablas C y D.

Con el t se tomará de la B el $\log \alpha_2$, supliendo mentalmente la primera cifra decimal y la característica, explícitas por brevedad sólo en la primera columna, é iguales ambas á *cero*.

Con los t y p, cuando z_1 pase de 45°, se acu-

dirá á la C; y para hallar el log α_3 se procederá conforme se indica en este ejemplo.—Supóngase que $t = 21°$ y $p = 139$, correspondiente el último valor al de $z_1 = 72°$. En papel ó lugar aparte se escribirá lo que sigue, con aquella tabla á la vista:

$t = 21°$ y $p = 100$	. . log α_3 =	0,00027,5
30	. . . .	8,1
9	. . . .	2,4
$p = 139$	. . log α_3 =	0,00038

Y con los b y q, cuando, por excepcion muy rara, z_1 pase de 76°, se deducirá de la D, por procedimiento análogo, el valor de log α_4.

La suma de los seis logaritmos así encontrados, ó de los cuatro primeros cuando z_1 no pase de los 45°, expresará el valor de log ρ, segun en este ejemplo se expresa:

$z_1 = 78° \ 25' \ 30''$	$t = 20°,5$	
$b' = 773^{mm},5$	$t' = 18,0$	
	$t - t' = +2,5$	
$b = 773^{mm},81$	$b - b' = +0,31$	(A_1)

Con los datos z_1, b y t se procederá al cálculo de ρ de este modo:

$$\log \operatorname{tang} z_1 = 0{,}68864$$
$$\log b = 2{,}88863$$
$$(A) \log \alpha_1 = \bar{2}{,}82447; \; p = 323; \text{ y } q = 32$$
$$(B) \log \alpha_2 = 0{,}02918$$
$$(C) \log \alpha_3 = 0{,}00090$$
$$(D) \log \alpha_4 = 0{,}00075$$

$$\log \rho = 2{,}43257 \; ; \text{ ó } \rho = 4' \, 30'',75$$

II —Aunque el cálculo de ρ, por el método anterior y tablas á que se refiere, sea muy sencillo, no lo es tanto, sin embargo, que no deje todavía algo que desear, en pasando z de los 45°. Y como precisamente entónces, ó despues de rebasado este límite, las tablas de refraccion no corresponden con matemática exactitud, ó rigurosa certidumbre siempre, á la realidad de las cosas, ó del hecho que representan, si pudiera modificarse aquel procedimiento de cálculo en términos de que con el aumento de la distancia zenital el trabajo de cálculo no acreciese, áun cuando los resultados discrepasen algo de los admitidos como buenos, la modificacion mereceria llevarse en cuenta. Y tanto más lo mereceria, cuanto que, áun suponiendo irreprochables las tablas por ninguno de los varios conceptos teóricos en que se halla basada su formacion, basta que por error de graduacion y falta de sensibilidad de los

instrumentos, ó por defecto inevitable de su instalacion y lectura, ó por cualquiera imprevista anomalía en la constitucion física de la atmósfera, discrepen los datos del cálculo en algo, siquiera sea muy poco, de la verdad, para que en la certidumbre de los resultados, aproximados hasta la segunda, ni áun primera, cifra decimal, de *segundo de arco*, no pueda ya abrigarse confianza. Sin pretender, pues, de ningun modo que las tablas de refraccion, insertas á continuacion de las anteriores, deban preferirse á éstas, en algunos casos es de creer, por los motivos apuntados, que puedan prestar al observador verdadero servicio.

Con las nuevas tablas, expresion numérica del factor ρ_m y del logaritmo del T, que figuran en la antigua fórmula de Bradley:

$$\rho = \rho_m \times T \times b,$$

y en la cual, para que los resultados concuerden en lo posible con los desprendidos de la fórmula de Bessel, se han modificado un poco los coeficientes, y supuesto que

$$\rho_m = 57'',8 \times \text{tang}\,(z_1 - 230''\,\text{tang}\,z_1), \text{ y}$$

$$T = \frac{278}{753,5} \times \frac{1 - 0,00016\,t}{268 + t},$$

el cálculo de ρ, correspondiente á la distancia zenital aparente, z_1; temperatura del aire, en grados centígrados, t; y presion atmosférica, expresada en *mm.*, y referida á la misma temperatura, b, se reduce:

1.° A buscar en la (A'), con el argumento z_1, el valor de ρ_m, y en las generales de logaritmos el de esta cantidad luégo. — Los valores de ρ_m discrepan poquísimo, hasta los 80° de distancia zenital (y á mayores distancias no hay que pensar en averiguar cuáles sean, sin riesgo de error muy considerable) de los valores de la *refraccion media*, calculados por Bessel para la temperatura de 10° y presion de 752^{mm}; ó 29,6 pulgadas inglesas, más exactamente.

2.° A tomar de la (B'), con el argumento t, el log T.

Y 3.° A sumar con los logaritmos de ρ_m y T el de b.—La suma expresará el de ρ, aproximado á la verdad, en los términos de que puede juzgarse por el siguiente ejemplo, resuelto tambien anteriormente.

$z = 78°\ 25'\ 30''$ . . $\rho_m = 274'',61$ (A')
$t = 20°,5$
$b = 773^{mm},8$

$$\log \rho_m = 2{,}43872$$
$$\log T = \bar{3}{,}40519\ (B')$$
$$\log b = 2{,}58883$$
$$\log \rho = 2{,}43274$$

El valor de ρ, igual á 270",86, sólo discrepa por exceso en una *décima* de segundo del obtenido anteriormente, por procedimiento sin duda alguna más largo y enojoso. Y á 0",2 muy rara vez se elevará la diferencia de resultados, obtenidos por ambos métodos, cuándo en uno, cuándo en otro sentido.

III.—La tabla siguiente tiene muy distinto objeto que las dos anteriores: el de facilitar, por la fórmula (44) del texto, el cálculo de la correccion que debe aplicarse á la semisuma de tiempos observados en el cronómetro, cuando en cualquier dia del año el Sol se encuentre por mañana y tarde á iguales alturas sobre el horizonte, para obtener la hora de su paso por el meridiano; y, por comparacion luégo de esta hora con aquélla en que debería pasar en realidad, consignada en las efemérides, el *estado* del cronómetro, empleado en las observaciones.—El argumento de la tabla es el tiempo, $2\,t$, transcurrido entre cada par de observaciones correspondientes, efectuadas por mañana y

tarde; y sus términos los logaritmos de los coeficientes A y B, que figuran en la fórmula referida. Con el uso de esta tabla, el cálculo de ΔT_0 por aquella fórmula no puede ser más sencillo, conforme acredita el siguiente ejemplo.

El 19 de Agosto de 1871 (dia 19 civil: 18 á 19 astronómico) se tomaron por mañana y tarde, con un círculo de reflexion de Pistor, y horizonte artificial de mercurio, los apulsos correspondientes á la tangencia primera, superposicion, y desprendimiento, ó segundo contacto, de las dos imágenes solares, observables con el anteojo del mismo círculo. Y esto se hizo en un lugar (Llatías), cuya latitud geográfica aproximada puede suponerse de 43° 30′; y la longitud, al occidente de Greenwich, de $0^h\ 15^m$. A medio dia verdadero en aquella fecha la *declinacion* del Sol, y *variacion horaria* de esta cantidad, eran éstas:

$$\delta = +\ 12^\circ\ 51'\ 0''; \text{ y } \Delta\delta = -\ 48'',92.$$

Y el paso del Sol por el meridiano del lugar de observacion debía verificarse, segun los datos del Almanaque Náutico de Greenwich, referidos al mismo meridiano, teniendo en cuenta la mencionada diferencia de longitudes, á las $12^h\ 3^m\ 30^s,08$.

Con estos antecedentes, las observaciones

hechas, el cálculo de su correccion, y la de-
duccion del estado del cronómetro pueden dis-
ponerse de este modo:

Graduacion del círculo.	Tiempos de la observacion. Mañana.	Tarde.	Semisuma de tiempos observados.
86° [illegible]	$21^h\ 12^m\ 31^s,5$	$2^h\ 52^m\ 13^s,5$	$12^h\ 2^m\ 22^s,5$
	15 10,0	49 35,0	22,5
	16 48,5	47 57,0	22,75

Promedio. . . . . . . $12^h\ 2^m\ 22^s,58$

Argumento $2\,t = 5^h\ 34^m\ 25^s$

$$\log A = \bar{1},4452 \qquad \log B = \bar{1},3176$$
$$\log \tang \varphi = \bar{1},9771 \qquad \log \tang \delta = \bar{1},3581$$
$$\log \Delta \delta = 1,6895_n \qquad \log \Delta \delta = 1,6895_n$$
$$\log.\ A \tang \varphi\, \Delta \delta = 1,1118_n \qquad \log.\ B \tang \delta\, \Delta \delta = 0,3652_n$$

$$- A \tang \varphi.\ \Delta \delta = +\ 12^s,94$$
$$+ B \tang \delta.\ \Delta \delta = -\ \ 2,32$$
$$\Delta T_0 = +\ 10^s,62$$

Promedio corregido.. . $= 12^h 2^m 33^s,20$
Medio dia verdadero. . $= 12\ \ 3\ \ 30\ ,08$
Estado del cronómetro. $= \quad +56\ ,88$

El signo + no quiere decir en este caso que el cronómetro vaya adelantado, ó que señale *más* de lo que debiera; sino que la correccion á sus indicaciones debe ser *aditiva*. Y lo contrario se entenderá cuando la expresion del promedio corregido de las horas de observacion sea inferior á la del medio dia verdadero, ú hora real del paso del Sol por el meridiano.

IV, V y VI.—Análogo objeto que la tabla III tienen las tres siguientes, que deben considerarse en junto, como si en realidad constituyesen una sola: el de facilitar, por las fórmulas (86), ú (88), ó (92), el cálculo de la reduccion al meridiano de las distancias zenitales observadas cerca de este plano, sea con el teodolito, ya con el círculo del mismo nombre que el plano á que las distancias corregidas han de referirse.

La tabla IV contiene los logaritmos de $\mu, = \frac{2 \operatorname{sen}^2 {}^1/_2 t}{\operatorname{sen} 1''}$, en funcion del horario t, variable de segundo en segundo de tiempo, desde los 0^s á los 40^m. Aunque expresados con cinco cifras decimales, estos logaritmos se tomarán en los principios de la tabla con solas cuatro cifras.

La V los de $\nu, = \frac{2 \operatorname{sen}^4 {}^1/_2 t}{\operatorname{sen} 1''}$, correspondientes á los mismos argumentos.

Y la VI, no los logaritmos, sino los valores de la primera cantidad considerada, μ, en segundos de arco, desde los 0^s de horario hasta los 6^m: ó sea durante aquel primer intervalo de tiempo en que las variaciones de $\log \mu$ son más rápidas, y, por lo tanto, más difícil la interpolacion, entre los contenidos en la tabla IV, de aquellos otros logaritmos correspondientes á un horario compuesto de minutos, segundos y alguna fraccion de segundo. Si, por ejemplo, hubiere que hallar el logaritmo de μ que corresponde al horario t, igual á $0^m\ 56^s.7$, se comenzaría por deducir de la tabla VI el valor de μ, por medio de una interpolacion sencillísima; y el logaritmo del número así encontrado, $\mu = 1''.76$, se tomaría luégo de las tablas generales de su nombre. Pero, en pasando el horario de 5 ó 6^m, la variacion del logaritmo de μ puede considerarse como proporcional á la del argumento, entre cada dos segundos consecutivos; y, por lo tanto, bastará consultar la tabla IV para resolver en todos los casos el problema propuesto.

Los valores de ν, correspondientes á los horarios inferiores á 5^m, no se han tabulado como los de μ, en razon de su pequeñez insignificante, que permite prácticamente considerarlos como iguales á cero.

Del uso de estas varias tablas, en combinacion con las fórmulas á que se refieren, no se presenta ejemplo alguno por creerlo, despues de lo dicho en el texto, absolutamente innecesario ó excusado.

VII.—La tabla VII comprende los logaritmos de la cantidad K, que figura en las fórmulas (64) y (65): ambas de uso frecuente, ya en el estudio preliminar de un anteojo de pasos, cuando se trata de hallar los *intervalos ecuatoriales* de los hilos del retículo, ya en la práctica diaria de las observaciones con el mismo anteojo, cuando se considera necesario utilizar una observacion de pasos, incompleta ó dudosa, aplicando á los pasos observados, para reducirlos al hilo promedio, los intervalos correspondientes á la declinacion de la estrella á que se refieren.—La conveniencia de ilustrar el asunto por medio de un ejemplo es algo mayor en este caso que en los análogos precedentes.

Con el anteojo, núm. I del Instituto, aproximadamente situado en el meridiano, se observaron desde Madrid los pasos superiores de la *Polar* por los siete hilos fijos de su retículo el 1.° de Julio de 1875, valiéndose, en combinacion con el anteojo, de un cronómetro arreglado á tiempo sidéreo, de cuyo estado puede prescindirse, y cuyo movimiento en el intervalo de las

observaciones fué de 0,^{s}16 en adelanto, por hora.

En el cuadrito adjunto se han consignado, 1.º: los tiempos señalados por el cronómetro en los momentos de los pasos observados por los diversos hilos del retículo; 2.º: los intervalos, I^s, correspondientes á la declinacion de la *Polar* ($\delta = 88^o\ 38'\ 24''.6$): intervalos que se desprenden comparando con su promedio ($1^h\ 11^m\ 21^s.64$) todos los tiempos anteriores, y aplicando á las diferencias resultantes la correccion necesaria para compensar en ellas el efecto del movimiento del cronómetro; 3.º: los complementos logarítmicos de K, tomados de la tabla VII, precisamente con los argumentos I, expresados en minutos; 4.º: los intervalos ecuatoriales, i, calculados por la fórmula (64), ó agregando estos complementos á la suma de los logaritmos de I^s y de cos δ, y buscando en las tablas ordinarias los números correspondientes á los logaritmos así formados, por adicion de los tres referidos; y 5.º: los i_m, promedio de veinte distintas determinaciones análogas de los i, y considerados como expresiones suficientemente aproximadas á la verdad de los mencionados intervalos ecuatoriales.

INTERVALOS DE LOS HILOS.—APLICACION DE LA TABLA VII.

HILOS.	TIEMPOS.	I^s	c°. log K	i	i_m
I	$0^h\ 40^m\ 47^s.3$	$+1834^s.23$	$\bar{1}.99872$	$+43^s.400$	$+43^s.320$
II	0 51 0.7	+1220.86	$\bar{1}.99943$	+28.934	+28.925
III	1 1 8.7	+612.88	$\bar{1}.99986$	+14.540	+14.527
IV	1 11 21.3	+0.31	0.00000	+0.007	+0.042
V	1 21 29.7	−608.06	$\bar{1}.99986$	−14.425	−14.392
VI	1 31 45.3	−1223.64	$\bar{1}.99943$	−29.000	−29.955
VII	1 41 58.3	−1836.61	$\bar{1}.99872$	−43.455	−43.467

Pues si, dando ya por conocidos y buenos los intervalos i_m ó i, correspondientes á la declinacion 0°, hubiese necesidad de hallar los que á la de 72°, por ejemplo, corresponden, en la fórmula (65) se comenzaria por suponer el factor K igual á la unidad; y, despues de hallar los logaritmos de i sec δ, con estos logaritmos como argumentos se acudiria á la tabla VII, y de ella se tomarian los de K, que, sumados con los anteriores, completan los de I, relativos á la declinacion propuesta é hilos diversos del retículo.—Miéntras δ no pase de los 60°, de la correccion dependiente del log K podrá en el cálculo de I prescindirse siempre, sin error de trascendencia en la práctica.

I.—TABLAS DE REFRACCION, TRANSFORMADAS DE LAS DE BESSEL.

A_1.—Tabla auxiliar.—Correccion de b' por temperatura.

Argumentos : b', ó la altura observada del barómetro; y $t - t'$, ó la diferencia de temperaturas del aire y del mercurio.

b'	$t - t'$									
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
450	0,07	0,15	0,22	0,29	0,36	0,44	0,51	0,58	0,65	0,73
500	08	16	24	32	40	48	56	64	72	81
550	09	18	27	35	44	53	62	71	80	89
600	10	19	29	39	48	58	68	77	87	97
650	11	21	31	42	52	63	73	84	94	1,05
700	11	22	34	45	56	68	79	90	1,01	1,13
750	12	24	36	48	60	72	85	97	1,09	1,21
800	13	26	39	51	64	77	90	1,03	1,16	1,29

I.—Tablas de refraccion, transformadas de las de Bessel.

A.—Valores de $\log \alpha_1$ *y de la cantidad auxiliar* p.
Argumento : z_1*, ó la distancia zenital aparente.*

z_1	$\log \alpha_1$	p	z_1	$\log \alpha_1$	p
°			° '		
0	$\bar{2}$,83821		60 0	$\bar{2}$,83645	46
5	821		30	638	47
10	819		61 0	631	49
15	817		30	623	51
20	814		62 0	614	54
25	810				
			30	$\bar{2}$,83605	56
30	$\bar{2}$,83804		63 0	596	58
32	801		30	586	60
34	797		64 0	576	63
36	793		30	565	65
38	789				
			65 0	$\bar{2}$,83554	68
40	$\bar{2}$,83784		30	542	71
42	779		66 0	529	75
44	765	17	30	515	79
46	757	19	67 0	500	83
48	748	21			
			30	$\bar{2}$,83484	87
50	$\bar{2}$,83737	23	68 0	467	92
51	731	25	30	448	96
52	724	26	69 0	429	101
53	718	27	30	408	106
54	710	29			
			70 0	$\bar{2}$,83386	111
55	$\bar{2}$,83701	31	20	370	115
56	692	34	40	354	119
57	682	37	71 0	336	124
58	670	40	20	317	129
59	658	43	40	298	134
60	645	46	72 0	278	139

I.—Tablas de refraccion, transformadas de las de Bessel.

A (continuacion).—Valores de log α_1, *y de las cantidades auxiliares* p *y* q.

Argumento : z_1, *ó la distancia zenital aparente.*

z_1		log α_1	p	z_1		log α_1	p	q
°	′			°	′			
72	0	$\bar{2}$.83278	139	76	0	$\bar{2}$.82871	220	23
	10	267	141		10	849	225	23
	20	256	144		20	826	230	23
	30	245	147		30	801	235	24
	40	234	150		40	776	241	25
	50	223	153		50	750	246	25
73	0	$\bar{2}$.83211	156	77	0	$\bar{2}$.82724	252	26
	10	198	159		10	696	258	26
	20	185	162		20	667	264	27
	30	172	165		30	638	272	27
	40	158	168		40	607	281	28
	50	144	171		50	573	290	29
74	0	$\bar{2}$.83130	175	78	0	$\bar{2}$.82538	299	30
	10	115	178		10	504	308	30
	20	100	182		20	468	318	31
	30	084	185		30	429	328	32
	40	068	189		40	388	338	33
	50	051	193		50	346	347	34
75	0	$\bar{2}$.83034	197	79	0	$\bar{2}$.82304	357	35
	10	017	200		10	260	367	36
	20	$\bar{2}$.82999	204		20	214	377	37
	30	981	208		30	165	387	38
	40	961	212		40	115	398	39
	50	942	216		50	064	409	40
76	0	$\bar{2}$.82922	220	80	0	$\bar{2}$.82010	420	41

I.—TABLAS DE REFRACCION, TRANSFORMADAS DE LAS DE BESSEL.

B.—**Valores de log α_2.**

Argumento : t, ó la temperatura del aire, en grados centígrados.

t	0°,0	0°,1	0°,2	0°,3	0°,4	0°,5	0°,6	0°,7	0°,8	0°,9
°										
— 4	0.06856	6872	6889	6906	6923	6940	6956	6973	6990	7007
3	6688	6705	6722	6739	6755	6772	6789	6805	6822	6839
2	6522	6538	6555	6572	6588	6605	6622	6638	6655	6672
1	6356	6372	6389	6405	6422	6439	6455	6472	6488	6505
— 0	6190	6207	6223	6240	6256	6273	6289	6306	6322	6339
+ 0	0.06190	6173	6157	6140	6124	6107	6091	6074	6058	6041
1	6025	6009	5992	5976	5959	5943	5926	5910	5894	5877
2	5861	5844	5828	5812	5795	5779	5762	5746	5730	5713
3	5697	5680	5664	5648	5632	5615	5599	5583	5566	5550
4	5534	5517	5501	5485	5469	5452	5436	5420	5403	5387
+ 5	0.05371	5355	5338	5322	5306	5290	5274	5257	5241	5225
6	5209	5193	5176	5160	5144	5128	5112	5096	5079	5063
7	5047	5031	5015	4999	4983	4967	4951	4934	4918	4902
8	4886	4870	4854	4838	4822	4806	4790	4774	4758	4742
9	4726	4710	4694	4678	4662	4646	4630	4614	4598	4582
+ 10	0.04566	4550	4534	4518	4502	4486	4470	4454	4438	4422

17	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
18	3305	3290	3274	3259	3243	3227	3212	3196	3181	3165
19	3150	3134	3119	3103	3088	3072	3057	3042	3026	3011
+ 20	0.02995	2980	2964	2949	2933	2918	2903	2887	2872	2856
21	2841	2825	2810	2795	2779	2764	2749	2733	2718	2702
22	2687	2672	2656	2641	2626	2610	2595	2580	2564	2549
23	2534	2519	2503	2488	2473	2457	2442	2427	2412	2396
24	2381	2366	2351	2335	2320	2305	2290	2274	2259	2244
+ 25	0.02229	2214	2198	2183	2168	2153	2138	2123	2107	2092
26	2077	2062	2047	2032	2016	2001	1986	1971	1956	1941
27	1926	1911	1896	1881	1865	1850	1835	1820	1805	1790
28	1775	1760	1745	1730	1715	1700	1685	1670	1655	1640
29	1625	1610	1595	1580	1565	1550	1535	1520	1505	1490
+ 30	0.01475	1460	1445	1430	1415	1400	1385	1370	1355	1340
31	1325	1310	1295	1280	1266	1251	1236	1221	1206	1191
32	1176	1161	1146	1132	1117	1102	1087	1072	1057	1043
33	1028	1013	0998	0983	0968	0954	0939	0924	0909	0894
34	0880	0865	0850	0835	0821	0806	0791	0776	0762	0747
+ 35	0.00732	717	703	688	673	659	644	629	614	600
36	585	571	556	541	526	512	497	482	468	453
37	438	424	409	394	380	365	351	336	321	307
38	292	278	263	248	234	219	205	190	175	161
39	146	132	117	103	088	074	059	045	030	016

I.—Tablas de refraccion, transformadas de las de Bessel.

C.—Valores de log α_3.

Argumentos : t *y* p.

t	*p*								
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
°									
— 4	0,65	1,31	1,96	2,62	3,27	3,93	4,58	5,24	5,89
— 2	0,62	1,25	1,87	2,49	3,11	3,74	4,36	4,98	5,60
+ 0	0,59	1,18	1,77	2,36	2,95	3,55	4,14	4,73	5,32
2	0,56	1,12	1,68	2,24	2,80	3,36	3,92	4,48	5,03
4	0,53	1,06	1,58	2,11	2,64	3,17	3,70	4,22	4,75
6	0,50	0,99	1,49	1,99	2,49	2,98	3,48	3,98	4,47
8	0,47	0,93	1,40	1,86	2,33	2,80	3,26	3,73	4,19
10	0,44	0,87	1,31	1,74	2,18	2,61	3,05	3,48	3,92
12	0,41	0,81	1,22	1,62	2,03	2,43	2,84	3,24	3,65
14	0,37	0,75	1,12	1,50	1,87	2,25	2,62	3,00	3,37
16	0,34	0,69	1,03	1,38	1,72	2,07	2,41	2,76	3,10
18	0,31	0,63	0,94	1,26	1,57	1,89	2,20	2,52	2,83
20	0,29	0,57	0,86	1,14	1,43	1,71	2,00	2,28	2,57
22	0,26	0,51	0,77	1,02	1,28	1,54	1,79	2,05	2,30
24	0,23	0,45	0,68	0,91	1,13	1,36	1,59	1,81	2,04
26	0,20	0,40	0,59	0,79	0,99	1,19	1,38	1,58	1,78
28	0,17	0,34	0,51	0,68	0,84	1,01	1,18	1,35	1,52
30	0,14	0,28	0,42	0,53	0,70	0,84	0,98	1,12	1,26
32	0,11	0,22	0,34	0,45	0,56	0,67	0,78	0,90	1,01
34	0,08	0,17	0,25	0,33	0,42	0,50	0,59	0,67	0,75
36	0,06	0,11	0,17	0,22	0,28	0,33	0,39	0,44	0,50
38	0,03	0,06	0,08	0,11	0,14	0,17	0,19	0,22	0,25
40	0,00	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

I.—Tablas de refraccion, transformadas de las de Bessel.

D.—Valores de log α_4.

Argumentos : b, *ó la altura del barómetro en* mm. *á la temperatura* t, *y* q.

b	*q*								
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
450	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
470	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7
490	0,4	0,7	1,1	1,5	1,8	2,2	2,6	3,0	3,3
510	0,5	1,1	1,6	2,2	2,7	3,3	3,8	4,3	4,9
530	0,7	1,4	2,1	2,8	3,6	4,3	5,0	5,7	6,4
550	0,9	1,7	2,6	3,5	4,4	5,2	6,1	7,0	7,8
570	1,0	2,1	3,1	4,1	5,1	6,2	7,2	8,2	9.2
590	1,2	2,4	3,5	4,7	5,9	7,0	8,2	9,4	10,6
600	1,2	2,5	3,7	5,0	6,2	7,5	8,7	10,0	11,2
610	1,3	2,6	4,0	5,3	6,6	7,9	9,2	10,6	11,9
620	1,4	2,8	4,2	5,6	7,0	8,4	9,7	11,1	12,5
630	1,5	2,9	4,4	5,8	7,3	8,8	10,2	11,7	13,2
640	1,5	3,1	4,6	6,1	7,6	9,2	10,7	12,2	13,8
650	1,6	3,2	4,8	6,4	8,0	9,6	11,2	12,8	14,4
660	1,7	3,3	5,0	6,7	8,3	10,0	11,6	13,3	15,0
670	1,7	3,5	5,2	6,9	8,6	10,4	12,1	13,8	15,6
680	1,8	3,6	5,4	7,2	9,0	10,8	12,6	14,3	16,1
690	1,9	3,7	5,6	7,4	9,3	11,1	13,0	14,9	16,7
700	1,9	3,8	5,8	7,7	9,6	11,5	13,4	15,4	17,3
710	2,0	4,0	5.9	7,9	9,9	11.9	13,9	15,8	17,8
720	2,0	4,1	6,1	8,2	10,2	12,2	14,3	16,3	18,4
730	2,1	4,2	6,3	8,4	10,5	12,6	14,7	16,8	18,9
740	2,2	4,3	6,5	8,6	10,8	13,0	15,1	17,3	19,4
750	2,2	4,4	6,7	8,9	11,1	13,3	15,5	17,7	20,0
760	2,3	4,6	6,8	9,1	11,4	13,7	15,9	18,2	20,5
770	2,3	4,7	7,0	9,3	11,7	14,0	16,3	18,7	21,0
780	2,4	4,8	7,2	9,6	11,9	14,3	16,7	19,1	21,5
790	2,4	4,9	7,3	9,8	12,2	14,7	17,1	19,6	22,0

II.—Tablas de refraccion, basadas en la fórmula de Bradley.

(A′)—Valores de ρ_m.—Argumento : z_1.

z_1	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′
°	″	″	″	″	″	″	″
0	0,00	0,17	0,34	0,50	0,67	0,84	1,01
1	1,01	1,18	1,35	1,51	1,68	1,85	2,02
2	2,02	2,19	2,36	2,52	2,69	2,86	3,03
3	3,03	3,20	3,37	3,53	3,70	3,87	4,04
4	4,04	4,21	4,38	4,54	4,71	4,88	5,05
5	5,05	5,22	5,39	5,56	5,73	5,90	6,07
6	6,07	6,24	6,41	6,58	6,75	6,92	7,09
7	7,09	7,26	7,43	7,60	7,77	7,94	8,11
8	8,11	8,28	8,45	8,63	8,80	8,97	9,14
9	9,14	9,31	9,49	9,66	9,83	10,00	10,18
10	10,18	10,35	10,53	10,70	10,87	11,04	11,22
11	11,22	11,39	11,57	11,74	11,92	12,09	12,27
12	12,27	12,45	12,62	12,80	12,98	13,15	13,33
13	13,33	13,51	13,69	13,86	14,04	14,22	14,40
14	14,40	14,58	14,76	14,94	15,12	15,30	15,48
15	15,48	15.66	15,84	16,02	16,20	16,38	16,56
16	16,56	16,74	16,92	17,11	17,29	17,47	17,65
17	17,65	17,83	18,02	18,21	18,39	18,57	18,76
18	18,76	18,95	19,13	19,32	19,51	19,69	19,88
19	19,88	20,07	20,26	20,45	20,64	20,82	21,01
20	21,01	21,20	21,39	21,59	21,78	21,97	22,16
21	22,16	22,35	22,55	22.74	22.93	23,13	23,32
22	23,32	23,52	23,71	23,91	24,11	24,30	24,50
23	24,50	24,70	24,90	25,10	25,30	25,50	25,70
24	25,70	25,90	26,11	26,31	26,51	26,72	26,92
25	26,92	27,12	27,33	27,53	27,74	27,94	28,15
26	28,15	28,36	28,57	28,78	28,99	29,20	29,41
27	29,41	29,62	29,84	30,05	30,26	30,47	30,69
28	30,69	30,91	31,12	31,34	31,56	31,77	31,99
29	31,99	32,21	32,43	32,66	32,88	33,10	33,32

II.—Tablas de refraccion, basadas en la fórmula de Bradley.

(A')—Valores de ρ_m —Argumento : z_1.

z_1	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′
°	″	″	″	″	″	″	″
30	33,32	33,55	33,77	34,00	34,23	34,45	34,68
31	34,68	34,91	35,14	35,38	35,61	35,84	36,07
32	36,07	36,30	36,54	36,77	37,01	37,24	37,48
33	37,48	37,72	37,96	38,20	38,44	38,68	38,92
34	38,92	39,17	39,41	39,66	39,91	40,15	40,40
35	40,40	40,65	40,91	41,16	41,41	41,66	41,92
36	41,92	42,18	42,44	42,69	42,95	43,21	43,47
37	43,47	43,74	44,00	44,27	44,54	44,80	45,07
38	45,07	45,34	45,62	45,90	46,17	46,44	46,72
39	46,72	47,00	47,28	47,56	47,85	48,13	48,41
40	48,41	48,69	48,98	49,28	49,56	49,85	50,15
41	50,15	50,44	50,74	51,04	51,34	51,64	51,94
42	51,94	52,24	52,55	52,86	53,16	53,47	53,79
43	53,79	54,10	54,42	54,74	55,06	55,38	55,70
44	55,70	53,02	56,35	56,68	57,00	57,33	57,67
45	57,67	58,01	58,35	58,69	59,03	59,37	59,71
46	59,71	60,06	60,41	60,77	61,12	61,47	61,83
47	61,83	62,19	62,56	62,92	63,28	63,65	64,03
48	64,03	64,41	64,79	65,17	65,55	65,93	66,32
49	66,32	66,71	67,11	67,51	67,90	68,30	68,70
50	68,70	69,11	69,52	69,94	70,35	70,76	71,18
51	71,18	71,60	72,03	72,47	72,90	73,34	73,77
52	73,77	74,21	74,66	75,12	75,56	76,01	76,47
53	76,47	76,93	77,41	77,88	78,35	78,82	79,30
54	79,30	79,79	80,29	80,78	81,28	81,77	82,27
55	82,27	82,79	83,31	83,83	84,35	84,87	85,39
56	85,39	85,93	86,48	87,03	87,57	88,12	88,67
57	88,67	89,24	89,82	90,40	90,97	91,55	92,13
58	92,13	92,73	93,35	93,96	94,56	95,17	95,79
59	95,79	93,43	97,08	97,73	98,37	99,02	99,67

II.—Tablas de refraccion, basadas en la fórmula de Bradley.

(*A'*).—Valores de ρ_m.—Argumento : z_1.

z_1	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'
°	"	"	"	"	"	"	"
60	99,7	100,3	101,0	101,7	102,4	103,1	104,8
61	104,8	104,5	105,2	105,9	106,7	107,4	108,2
62	108,2	108,9	109,7	110,5	111,2	112,0	112,8
63	112,8	113,6	114,5	115,3	116,1	117,0	117,8
64	117,8	118,7	119,6	120,5	121,4	122,3	123,2
65	123,2	124,1	125,0	126,0	127,0	128,0	129,0
66	129,0	130,0	131,0	132,0	133,0	134,1	135,2
67	135,2	136,3	137,4	138,5	139,6	140,8	141,9
68	141,9	143,1	144,3	145,5	146,7	148,0	149,3
69	149,3	150,6	151,9	153,2	154,5	155,9	157,3
70	157,3	158,7	160,1	161,6	163,1	164,6	166,1
71	166,1	167,7	169,3	170,9	172,5	174,1	175,8
72	175,8	177,6	179,3	181,1	182,9	184,8	186,7
73	186,7	188,6	190,5	192,5	194,5	196,6	198,7
74	198,7	200,8	203,0	205,2	207,5	209,8	212,2
75	212,2	214,6	217,1	219,6	222,2	224,8	227,5
76	227,5	230,2	233,0	235,9	238,9	241,9	245,0
77	245,0	248,1	251,3	254,6	258,0	261,5	265,1
78	265,1	268,7	272,5	276,3	280,3	284,4	288,5
79	288,5	292,8	297,2	301,7	306,4	311,2	316,1

(A'').—Valores aproximados de ρ_m.—Tabla complementaria de la anterior.

z_1	0′		10′		20′		30′		40′		50′		60′		z_1
°	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″		″	°
80	5	16,2	5	21,3	5	26,5	5	32,0	5	37,6	5	43,3	5	49,3	80
81	5	49,3	5	55,4	6	1,8	6	8,4	6	21,5	6	22,3	6	29,6	81
82	6	29,6	6	37,2	6	45,1	6	53,3	7	1,7	7	10,5	7	19,7	82
83	7	19,7	7	29,2	7	39,2	7	49,5	8	0,3	8	11,6	8	23,3	83
84	8	23,3	8	35,6	8	48,4	9	1,9	9	16,0	9	30,9	9	46,5	84
85	9	46,5	10	3,3	10	21,2	10	39,6	10	58,6	11	18,3	11	38,9	85
86	11	38,9	12	0,7	12	23,7	12	48,3	13	15,0	13	43,7	14	14,6	86
87	14	14,6	14	47,8	15	23,4	16	0,9	16	40,7	17	23,0	18	8,6	87
88	18	8,6	18	58,0	19	51,9	20	50,9	21	55,6	23	6,7	24	24,6	88
89	24	24,6	25	49,8	27	22,7	29	3,5	30	52,3	32	49,2	34	54,1	89

II.—Tablas de refraccion, basadas en la fórmula de Bradley.

(*B'*).—Logaritmos de T.—Argumento : *t*.

t	0°,0	0°,1	0°,2	0°,3	0°,4	0°,5	0°,6	0°,7	0°,8	0°,9
− 4°	$\bar{3}$,14564	4581	4598	4615	4632	4650	4667	4684	4701	4718
3	14393	4410	4427	4444	4461	4478	4496	4513	4530	4547
2	14222	4239	4256	4273	4290	4307	4325	4342	4359	4376
1	14052	4069	4086	4103	4120	4137	4154	4171	4188	4205
− 0	13883	3900	3917	3934	3951	3968	3984	4001	4018	4035
+ 0	$\bar{3}$,13883	3866	3849	3832	3815	3798	3782	3765	3748	3731
1	13714	3697	3680	3664	3647	3630	3613	3596	3580	3563
2	13546	3529	3512	3495	3479	3462	3445	3428	3412	3395
3	13378	3361	3345	3328	3311	3294	3278	3261	3244	3228
4	13211	3194	3178	3161	3145	3128	3111	3095	3078	3062
+ 5	$\bar{3}$,13045	3028	3012	2995	2979	2962	2945	2929	2912	2896
6	12879	2862	2846	2830	2813	2793	2780	2763	2747	2730
7	12714	2698	2681	2665	2648	2632	2615	2599	2582	2566
8	12549	2533	2516	2500	2483	2467	2451	2434	2418	2401
9	12385	2369	2352	2336	2320	2303	2287	2271	2255	2238
+ 10	$\bar{3}$,12222	2206	2189	2173	2157	2141	2124	2108	2092	2075
11	12059	2043	2027	2010	1994	1978	1962	1946	1929	1913

19	10776	0760	0744	0728	0713	0697	0681	0665	0650	0634
+ 20	$\bar{3}$.10618	0602	0586	0571	0555	0539	0523	0507	0492	0476
21	10460	0444	0429	0413	0397	0382	0366	0350	0334	0319
22	10303	0287	0272	0256	0241	0225	0209	0194	0178	0163
23	10147	0131	0116	0100	0085	0069	0053	0038	0022	9991
24	09991	9975	9960	9944	9929	9913	9897	9882	9866	9851
+ 25	$\bar{3}$.09835	9819	9804	9788	9773	9758	9742	9726	9711	9696
26	09680	9665	9649	9634	9618	9603	9588	9572	9557	9541
27	09526	9511	9495	9480	9464	9449	9434	9418	9403	9387
28	09372	9357	9341	9326	9310	9295	9280	9264	9249	9233
29	09218	9203	9187	9172	9157	9142	9126	9111	9096	9080
+ 30	$\bar{3}$.09065	9050	9035	9019	9004	8989	8974	8959	8943	8928
31	08913	8898	8883	8867	8852	8837	8822	8807	8791	8776
32	08761	8746	8731	8715	8700	8685	8670	8655	8639	8624
33	08609	8594	8579	8564	8549	8533	8518	8503	8488	8473
34	08458	8443	8428	8413	8398	8383	8368	8353	8338	8323
+ 35	$\bar{3}$.08308	8293	8278	8263	8248	8233	8218	8203	8188	8173
36	08158	8143	8128	8113	8098	8083	8068	8053	8038	8023
37	08008	7993	7978	7963	7948	7933	7919	7904	7889	7874
38	07859	7844	7829	7814	7799	7785	7770	7755	7740	7725
39	07710	7695	7680	7666	7651	7636	7621	7606	7592	7577
40	07562									

III.—Tabla para facilitar el cálculo de la HORA por alturas correspondientes del Sol.

2 t	0^h		1^h		2^h	
	log A	log B	log A	log B	log A	log B
0^m	$\bar{1}.4059$	$\bar{1}.4059$	$\bar{1}.4072$	$\bar{1}.4034$	$\bar{1}.4109$	$\bar{1}.3959$
2	4059	4059	4073	4033	4111	3955
4	4059	4059	4074	4031	4113	3952
6	4060	4059	4074	4029	4114	3948
8	4060	4059	4075	4027	4116	3944
10	$\bar{1}.4060$	$\bar{1}.4059$	$\bar{1}.4076$	$\bar{1}.4025$	$\bar{1}.4118$	$\bar{1}.3941$
12	4060	4058	4077	4023	4120	3937
14	4060	4058	4078	4021	4121	3933
16	4060	4058	4079	4019	4123	3929
18	4061	4057	4080	4017	4125	3925
20	$\bar{1}.4061$	$\bar{1}.4057$	$\bar{1}.4081$	$\bar{1}.4015$	$\bar{1}.4127$	$\bar{1}.3921$
22	4061	4056	4083	4013	4129	3917
24	4061	4055	4084	4010	4131	3913
26	4062	4055	4085	4008	4133	3909
28	4062	4054	4086	4006	4135	3905
30	$\bar{1}.4062$	$\bar{1}.4053$	$\bar{1}.4087$	$\bar{1}.4003$	$\bar{1}.4137$	$\bar{1}.3900$
32	4063	4052	4089	4001	4139	3896
34	4063	4051	4090	3998	4141	3892
36	4064	4050	4091	3995	4144	3887
38	4064	4049	4093	3993	4146	3882
40	$\bar{1}.4065$	$\bar{1}.4048$	$\bar{1}.4094$	$\bar{1}.3990$	$\bar{1}.4148$	$\bar{1}.3878$
42	4065	4047	4095	3987	4150	3873
44	4066	4046	4097	3984	4152	3868
46	4067	4045	4098	3981	4155	3863
48	4067	4043	4100	3978	4157	3859
50	$\bar{1}.4068$	$\bar{1}.4042$	$\bar{1}.4101$	$\bar{1}.3975$	$\bar{1}.4159$	$\bar{1}.3854$
52	4069	4041	4103	3972	4162	3849
54	4069	4039	4104	3969	4164	3843
56	4070	4038	4106	3965	4167	3838
58	4071	4036	4107	3962	4167	3833
60	4072	4034	4109	3959	4172	3828

III.—Tabla para facilitar el cálculo de la HORA por alturas correspondientes del Sol.

2 t	3^h		4^h		5^h	
	log A	log B	log A	log B	log A	log B
0^m	$\bar{1}$.4172	$\bar{1}$.3828	$\bar{1}$.4260	$\bar{1}$.3635	$\bar{1}$.4374	$\bar{1}$.3367
2	4174	3822	4263	3627	4378	3358
4	4177	3817	4266	3620	4383	3348
6	4179	3811	4270	3612	4387	3337
8	4182	3806	4273	3604	4391	3327
10	$\bar{1}$.4184	$\bar{1}$.3800	$\bar{1}$.4277	$\bar{1}$.3596	$\bar{1}$.4396	$\bar{1}$.3316
12	4187	3794	4280	3588	4400	3305
14	4190	3789	4284	3580	4405	3294
16	4193	3783	4288	3572	4409	3283
18	4195	3777	4291	3564	4414	3272
20	$\bar{1}$.4198	$\bar{1}$.3771	$\bar{1}$.4295	$\bar{1}$.3555	$\bar{1}$.4418	$\bar{1}$.3261
22	4201	3765	4299	3547	4423	3249
24	4204	3759	4302	3538	4427	3238
26	4207	3752	4306	3530	4432	3226
28	4209	3746	4310	3521	4437	3214
30	$\bar{1}$.4212	$\bar{1}$.3740	$\bar{1}$.4314	$\bar{1}$.3512	$\bar{1}$.4441	$\bar{1}$.3203
32	4215	3733	4317	3503	4446	3191
34	4218	3727	4321	3494	4451	3178
36	4221	3720	4325	3485	4456	3166
38	4224	3713	4329	3476	4460	3154
40	$\bar{1}$.4227	$\bar{1}$.3707	$\bar{1}$.4333	$\bar{1}$.3467	$\bar{1}$.4465	$\bar{1}$.3142
42	4231	3700	4337	3457	4470	3127
44	4234	3693	4341	3448	4475	3116
46	4237	3686	4345	3438	4480	3103
48	4240	3679	4349	3429	4485	3091
50	$\bar{1}$.4243	$\bar{1}$.3672	$\bar{1}$.4353	$\bar{1}$.3419	$\bar{1}$.4490	$\bar{1}$.3078
52	4246	3665	4357	3409	4495	3064
54	4250	3657	4361	3399	4500	3051
56	4253	3650	4366	3389	4505	3038
58	4256	3643	4370	3379	4510	3024
60	4260	3635	4374	3369	4515	3010

III.—Tabla para facilitar el cálculo de la HORA por alturas correspondientes del Sol.

2 t	6ʰ		7ʰ		8ʰ	
	log A	log B	log A	log B	log A	log B
0ᵐ	$\bar{1}$.4515	$\bar{1}$.3010	$\bar{1}$.4685	$\bar{1}$.2530	$\bar{1}$.4884	$\bar{1}$.1874
2	4521	2996	4691	2511	4892	1848
4	4526	2982	4697	2492	4899	1822
6	4531	2968	4704	2473	4906	1796
8	4536	2954	4710	2454	4913	1769
10	$\bar{1}$.4542	$\bar{1}$.2940	$\bar{1}$.4716	$\bar{1}$.2434	$\bar{1}$.4921	$\bar{1}$.1742
12	4547	2925	4723	2415	4928	1715
14	4552	2911	4729	2395	4935	1687
16	4558	2896	4735	2375	4943	1659
18	4563	2881	4742	2355	4950	1630
20	$\bar{1}$.4569	$\bar{1}$.2866	$\bar{1}$.4748	$\bar{1}$.2334	$\bar{1}$.4958	$\bar{1}$.1602
22	4574	2850	4755	2313	4965	1573
24	4580	2835	4761	2292	4973	1543
26	4585	2819	4768	2271	4980	1513
28	4591	2804	4774	2250	4988	1483
30	$\bar{1}$.4597	$\bar{1}$.2788	$\bar{1}$.4781	$\bar{1}$.2228	$\bar{1}$.4996	$\bar{1}$.1453
32	4602	2772	4788	2206	5003	1422
34	4608	2756	4794	2184	5011	1390
36	4614	2739	4801	2162	5019	1359
38	4620	2723	4808	2140	5027	1327
40	$\bar{1}$.4625	$\bar{1}$.2706	$\bar{1}$.4815	$\bar{1}$.2117	$\bar{1}$.5035	$\bar{1}$.1294
42	4631	2689	4821	2094	5042	1261
44	4637	2672	4828	2070	5050	1228
46	4643	2655	4835	2047	4058	1194
48	4649	2638	4842	2023	5066	1159
50	$\bar{1}$.4655	$\bar{1}$.2620	$\bar{1}$.4849	$\bar{1}$.1999	$\bar{1}$.5074	$\bar{1}$.1124
52	4661	2602	4856	1974	5082	1089
54	4667	2584	4863	1950	5091	1054
56	4673	2566	4870	1925	5099	1017
58	4679	2548	4877	1900	5107	0981
60	4685	2530	4884	1974	5115	0943

III.—Tabla para facilitar el cálculo de la HORA por alturas correspondientes del Sol.

2 *t*	9ʰ		10ʰ		11ʰ	
	log A	log B	log A	log B	log A	log B
0^m	$\bar{1}$.5115	$\bar{1}$.0943	$\bar{1}$.5379	$\bar{2}$.9509	$\bar{1}$.5680	$\bar{2}$.6837
2	5123	0906	5389	9447	5691	6701
4	5132	0867	5398	9384	5701	6560
6	5140	0828	5408	9320	5712	6414
8	5148	0789	5417	9254	5723	6262
10	$\bar{1}$.5157	$\bar{1}$.0749	$\bar{1}$.5427	$\bar{2}$.9187	$\bar{1}$.5734	$\bar{2}$.6103
12	5165	0708	5436	9118	5745	5937
14	5174	0667	5446	9048	5756	5764
16	5182	0625	5456	8977	5767	5583
18	5191	0583	5466	8903	5778	5392
20	$\bar{1}$.5199	$\bar{1}$.0540	$\bar{1}$.5475	$\bar{2}$.8829	$\bar{1}$.5789	$\bar{2}$.5192
22	5208	0496	5485	8752	5800	4981
24	5217	0452	5495	8674	5811	4758
26	5225	0406	5505	8594	5822	4521
28	5234	0360	5515	8512	5834	4270
30	$\bar{1}$.5243	$\bar{1}$.0314	$\bar{1}$.5525	$\bar{2}$.8427	$\bar{1}$.5845	$\bar{2}$.4001
32	5252	0266	5535	8341	5856	3713
34	5261	0218	5545	8253	5868	3403
36	5269	0169	5555	8162	5879	3067
38	5278	0119	5565	8068	5891	2701
40	$\bar{1}$.5287	$\bar{1}$.0069	$\bar{1}$.5576	$\bar{2}$.7972	$\bar{1}$.5902	$\bar{2}$.2299
42	5296	0017	5586	7873	5914	1853
44	5305	2.9965	5596	7772	5926	1354
46	5315	9911	5606	7668	5937	0786
48	5324	9857	5617	7560	5949	0128
50	$\bar{1}$.5333	$\bar{2}$.9802	$\bar{1}$.5627	$\bar{2}$.7449	$\bar{1}$.5961	$\bar{3}$.9348
52	5342	9745	5638	7335	5973	8391
54	5351	9688	5648	7217	5985	7154
56	5361	9630	5359	7094	5997	5405
58	5370	9570	5669	6968	6009	2407
60	5379	9509	5680	6837	6021	∞

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : *t*.

$t=0^m$	$\log\mu$	$t=0^m$	$\log\mu$	$t=1^m$	$\log\mu$	$t=1^m$	$\log\mu$
0^s	$-\infty$	30^s	$\bar{1}.69097$	0^s	0.29303	30^s	0.64521
1	$\bar{4}.73673$	31	71945	1	30739	31	65481
2	$\bar{3}.33879$	32	74703	2	32151	32	66431
3	$\bar{3}.69097$	33	77376	3	33541	33	67370
4	$\bar{3}.94085$	34	79968	4	34909	34	68299
5	$\bar{2}.13467$	35	82486	5	36255	35	69218
6	29303	36	84933	6	37581	36	70127
7	42692	37	87313	7	38888	37	71027
8	54291	38	89629	8	40174	38	71918
9	64521	39	91883	9	41442	39	72800
10	$\bar{2}.73673$	40	$\bar{1}.94085$	10	0.42692	40	0.73673
11	81951	41	96229	11	43925	41	74537
12	89509	42	98323	12	45140	42	75393
13	96461	43	0.00363	13	46338	43	76240
14	$\bar{1}.02898$	44	02353	14	47519	44	77080
15	08891	45	04315	15	48685	45	77911
16	14497	46	06224	16	49836	46	78734
17	19763	47	08092	17	50971	47	79550
18	24727	48	09921	18	52092	48	80358
19	29423	49	11712	19	53198	49	81158
20	$\bar{1}.33879$	50	0.13467	20	0.54291	50	0.81952
21	38117	51	15187	21	55370	51	82738
22	42157	52	16873	22	56436	52	83517
23	46018	53	18528	23	57489	53	84288
24	49715	54	20151	24	58529	54	85053
25	53261	55	21745	25	59557	55	85812
26	56667	56	23310	26	60573	56	86564
27	59945	57	24848	27	61577	57	87310
28	63104	58	26358	28	62570	58	88049
29	66152	59	27843	29	63551	59	88782
30	67097	60	29303	30	64521	60	89509

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : *t*.

$t = 2^m$	log μ	$t = 2^m$	log μ	$t = 3^m$	log μ	$t = 3^m$	log μ
0^s	0.89509	30^s	1.08891	0^s	1.24727	30^s	1.38116
1	90230	31	09468	1	25208	31	38529
2	90945	32	10042	2	25687	32	38940
3	91654	33	10611	3	26163	33	39348
4	92357	34	11177	4	26636	34	39755
5	0.93055	35	1.11739	5	1.27107	35	1.40160
6	93747	36	12298	6	27575	36	40563
7	94434	37	12853	7	28041	37	40964
8	95115	38	13404	8	28504	38	41364
9	95791	39	13952	9	28965	39	41761
10	0.96462	40	1.14497	10	1.29423	40	1.42157
11	97127	41	15038	11	29879	41	42551
12	97788	42	15576	12	30332	42	42943
13	98443	43	16110	13	30783	43	43333
14	99094	44	16641	14	31232	44	43722
15	0.99740	45	1.17169	15	1.31679	45	1.44109
16	1.00381	46	17694	16	32123	46	44494
17	01017	47	18216	17	32566	47	44877
18	01649	48	18735	18	33006	48	45259
19	02276	49	19250	19	33443	49	45639
20	1.02898	50	1.19762	20	1.33878	50	1.46018
21	03517	51	20271	21	34311	51	46395
22	04131	52	20778	22	34743	52	46770
23	04740	53	21281	23	35172	53	47143
24	05345	54	21782	24	35598	54	47515
25	1.05946	55	1.22280	25	1.36022	55	1.47886
26	06543	56	22775	26	36445	56	48255
27	07136	57	23267	27	36866	57	48622
28	07725	58	23756	28	37285	58	48988
29	08310	59	24243	29	37702	59	49352
30	08891	60	24727	30	38116	60	49714

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : t.

$t = 4^m$	log μ	$t = 4^m$	log μ	$t = 5^m$	log μ	$t = 5^m$	log μ
0^s	1.49714	30^s	1.59945	0^s	1.69093	30^s	1.77373
1	50076	31	60266	1	69385	31	77633
2	50435	32	60586	2	69673	32	77898
3	50793	33	60904	3	69960	33	78160
4	51150	34	61222	4	70246	34	78420
5	1.51505	35	1.61538	5	1.70531	35	1.78680
6	51859	36	61854	6	70815	36	78938
7	52211	37	62168	7	71099	37	79197
8	52562	38	62481	8	71382	38	79454
9	52912	39	62793	9	71663	39	79710
10	1.53260	40	1.63103	10	1.71944	40	1.79967
11	53607	41	63413	11	72223	41	80221
12	53952	42	63722	12	72502	42	80476
13	54296	43	64029	13	72780	43	80729
14	54639	44	64335	14	73057	44	80982
15	1.54980	45	1.64641	15	1.73333	45	1.81234
16	55320	46	64945	16	73608	46	81486
17	55659	47	65248	17	73883	47	81733
18	55996	48	65550	18	74157	48	81985
19	56332	49	65851	19	74429	49	82236
20	1.56667	50	1.66151	20	1.74701	50	1.82484
21	57000	51	66450	21	74972	51	82732
22	57332	52	66748	22	75242	52	82979
23	57663	53	67045	23	75511	53	83225
24	57993	54	67341	24	75780	54	83471
25	1.58321	55	1.67636	25	1.76048	55	1.83716
26	58648	56	67930	26	76314	56	83960
27	58974	57	68223	27	76580	57	84204
28	59299	58	68515	28	76846	58	84447
29	59622	59	68803	29	77110	59	84690
30	59945	60	69093	30	77373	60	84931

Tabla IV.—Logaritmos de μ.—Argumento : *t*.

$t = 6^m$	log μ	$t = 6^m$	log μ	$t = 7^m$	log μ	$t = 7^m$	log μ
0^s	1.84931	30^s	1.91883	0^s	1.98320	30^s	2.04311
1	85172	31	92105	1	98526	31	04504
2	85412	32	92327	2	98732	32	04697
3	85651	33	92548	3	98937	33	04888
4	85890	34	92769	4	99142	34	05080
5	1.83129	35	1.92990	5	1.99347	34	2.05271
6	86366	36	93209	6	99551	36	05462
7	86603	37	93428	7	99755	37	05652
8	86840	38	93646	8	99958	38	05842
9	87075	39	93864	9	2.00161	39	06031
10	1.87310	40	1.94082	10	2.00363	40	2.06220
11	87545	41	94299	11	00565	41	06409
12	87779	42	94515	12	00766	42	06597
13	88012	43	94731	13	00967	43	06785
14	83244	44	94946	14	01167	44	06972
15	1.88473	45	1.95161	15	2.01367	45	2.07159
16	88708	46	95375	16	01566	46	07346
17	88938	47	95589	17	01765	47	07532
18	89163	48	95802	18	01964	48	07718
19	89398	49	96014	19	02162	49	07903
20	1.89627	50	1.96226	20	2.02360	50	2.08088
21	89855	51	96438	21	02557	51	08273
22	90083	52	96649	22	02753	52	08457
23	90310	53	96860	23	02950	53	08641
24	90533	54	97070	24	03146	54	08824
25	1.90762	55	1.97279	25	2.03341	55	2.09007
26	90987	56	97488	26	03536	56	09190
27	91212	57	97697	27	03730	57	09372
28	91436	58	97905	28	03924	58	09554
29	91660	59	98112	29	04118	59	09735
30	91883	60	98320	30	04311	60	09917

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : t.

$t =$ 8^m	log μ	$t =$ 8^m	log μ	$t =$ 9^m	log μ	$t =$ 9^m	log μ
0^s	2.09917	30^s	2.15182	0^s	2.20146	30^s	2.24842
1	10098	31	15352	1	20307	31	24994
2	10278	32	15522	2	20467	32	25146
3	10458	33	15691	3	20627	33	25297
4	10637	34	15860	4	20787	34	25449
5	2.10817	35	2.16029	5	2.20946	35	2.25600
6	10995	36	16198	6	21106	36	25751
7	11174	37	16366	7	21264	37	25902
8	11352	38	16534	8	21423	38	26052
9	11530	39	16701	9	21581	39	26202
10	2.11707	40	2.16868	10	2.21739	40	2.26352
11	11884	41	17035	11	21897	41	26501
12	12061	42	17202	12	22055	42	26651
13	12237	43	17368	13	22212	43	26800
14	12413	44	17534	14	22369	44	26949
15	2.12589	45	2.17700	15	2.22525	45	2.27097
16	12764	46	17865	16	22682	46	27246
17	12939	47	18030	17	22838	47	27394
18	13114	48	18194	18	22994	48	27542
19	13288	49	18359	19	23150	49	27689
20	2.13462	50	2.18523	20	2.23304	50	2.27836
21	13635	51	18687	21	23459	51	27983
22	13809	52	18850	22	23614	52	28130
23	13982	53	19013	23	23768	53	28277
24	14154	54	19176	24	23922	54	28423
25	2.14326	55	2.19338	25	2.24076	55	2.28569
26	14498	56	19500	26	24230	56	28715
27	14670	57	19662	27	24383	57	28861
28	14841	58	19824	28	24536	58	29006
29	15011	59	19985	29	24689	59	29151
30	15182	60	20146	30	24842	60	29296

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : *t*.

$t = 10^m$	log μ	$t = 10^m$	log μ	$t = 11^m$	log μ	$t = 11^m$	log μ
0^s	2.29296	30^s	2.33534	0^s	2.37574	30^s	2.41434
1	29441	31	33671	1	37705	31	41560
2	29583	32	33809	2	37836	32	41685
3	29730	33	33946	3	37967	33	41811
4	29874	34	34083	4	38098	34	41936
5	2.30017	35	2.34220	5	2.38229	35	2.42061
6	30161	36	34357	6	38360	36	42186
7	30304	37	34493	7	38490	37	42310
8	30447	38	34630	8	38619	38	42435
9	30590	39	34766	9	38749	39	42559
10	2.30732	40	2.34901	10	2.38879	40	2.42683
11	30874	41	35037	11	39009	41	42807
12	31016	42	35172	12	39138	42	42931
13	31158	43	35307	13	39267	43	43055
14	31300	44	35442	14	39396	44	43178
15	2.31441	45	2.35577	15	2.39525	45	2.43302
16	31582	46	35712	16	39654	46	43425
17	31723	47	35846	17	39782	47	43548
18	31864	48	35980	18	39910	48	43670
19	32004	49	36114	19	40038	49	43793
20	2.32144	50	2.36248	20	2.40166	50	2.43915
21	32284	51	36381	21	40294	51	44037
22	32424	52	36515	22	40421	52	44159
23	32563	53	36648	23	40548	53	44281
24	32703	54	36781	24	40675	54	44403
25	2.32842	55	2.36913	25	2.40802	55	2.44525
26	32980	56	37046	26	40929	56	44646
27	33119	57	37178	27	41055	57	44767
28	33258	58	37310	28	41181	58	44888
29	33396	59	37442	29	41307	59	45009
30	33534	60	37574	30	41434	60	45130

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : t.

$t =$ 12^m	log μ	$t =$ 12^m	log μ	$t =$ 13^m	log μ	$t =$ 13^m	log μ
0^s	2.45130	30^s	2.48675	0^s	2.52081	30^s	2.55358
1	45250	31	48790	1	52192	31	55465
2	45371	32	48906	2	52303	32	55572
3	45491	33	49021	3	52414	33	55679
4	45611	34	49136	4	52525	34	55785
5	2.45731	35	2.49251	5	2.52635	35	2.55892
6	45850	36	49366	6	52746	36	55999
7	45970	37	49481	7	52856	37	56105
8	46089	38	49596	8	52967	38	56211
9	46209	39	49711	9	53077	39	56317
10	2.46328	40	2.49825	10	2.53187	40	2.56423
11	46446	41	49939	11	53297	41	56529
12	46565	42	50053	12	53406	42	56635
13	46684	43	50167	13	53516	43	56740
14	46802	44	50281	14	53625	44	56846
15	2.46920	45	2.50394	15	2.53735	45	2.56951
16	47038	46	50508	16	53844	46	57056
17	47156	47	50621	17	53953	47	57161
18	47274	48	50734	18	54062	48	57266
19	47392	49	50847	19	54170	49	57371
20	2.47509	50	2.50960	20	2.54279	50	2.57476
21	47626	51	51073	21	54387	51	57580
22	47743	52	51185	22	54496	52	57685
23	47860	53	51298	23	54604	53	57789
24	47977	54	51410	24	54712	54	57893
25	2.48094	55	2.51522	25	2.54820	55	2.57997
26	48210	56	51634	26	54928	56	58101
27	48327	57	51746	27	55035	57	58205
28	48443	58	51858	28	55143	58	58309
29	48559	59	51969	29	55250	59	58412
30	48675	60	52081	30	55358	60	58516

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : *t*.

$t = 14^m$	log μ	$t = 14^m$	log μ	$t = 15^m$	log μ	$t = 15^m$	log μ
0^s	2.58516	30^s	2.61563	0^s	2.64506	30^s	2.67353
1	58319	31	61662	1	64603	31	67446
2	58722	32	61762	2	64699	32	67539
3	58825	33	61861	3	64795	33	67633
4	58928	34	61961	4	64891	34	67726
5	2.59031	35	2.62060	5	2.64987	35	2.67819
6	59134	36	62159	6	65083	36	67912
7	5923[illegible]	37	62258	7	65179	37	68004
8	59339	38	62357	8	65274	38	68097
9	59441	39	62456	9	65370	39	68189
10	2.59543	40	2.62555	10	2.65466	40	2.68282
11	59645	41	62654	11	65561	41	68374
12	59747	42	62752	12	65656	42	68466
13	59349	43	62850	13	65751	43	68558
14	59951	44	62949	14	65846	44	68350
15	2.60052	45	2.63047	15	2.65941	45	2.68742
16	60154	46	63145	16	66035	46	68334
17	60255	47	63243	17	66131	47	68926
18	60357	48	63341	18	66225	48	69018
19	60458	49	63438	19	66320	49	69109
20	2.60559	50	2.63536	20	2.66414	50	2.69201
21	60360	51	63634	21	66509	51	69292
22	60760	52	63731	22	66603	52	69383
23	60831	53	63828	23	66697	53	69474
24	60931	54	63925	24	66791	54	69535
25	2.61032	55	2.64022	25	2.66885	55	2.69656
26	61162	56	64119	26	66979	56	69747
27	61263	57	64216	27	67073	57	69838
28	61363	58	64313	28	67166	58	69929
29	61463	59	64410	29	67260	59	70019
30	61563	60	64503	30	67353	60	70110

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : t.

$t =$ 16m	log μ	$t =$ 16m	log μ	$t =$ 17m	log μ	$t =$ 17m	log μ
0s	2.70110	30s	2.72781	0s	2.75373	30s	2.77890
1	70200	31	72869	1	75458	31	77973
2	70291	32	72957	2	75543	32	78056
3	70381	33	73044	3	75628	33	78138
4	70471	34	73132	4	75713	34	78220
5	2.70561	35	2.73219	5	2.75798	35	2.78302
6	70651	36	73306	6	75883	36	78385
7	70741	37	73393	7	75967	37	78467
8	70830	38	73480	8	76052	38	78549
9	70920	39	73567	9	76136	39	78631
10	2.71010	40	2.73654	10	2.76220	40	2.78713
11	71099	41	73741	11	76304	41	78795
12	71188	42	73827	12	76388	42	78877
13	71278	43	73914	13	76472	43	78958
14	71367	44	74001	14	76556	44	79040
15	2.71456	45	2.74087	15	2.76640	45	2.79121
16	71545	46	74173	16	76724	46	79203
17	71634	47	74259	17	76808	47	79284
18	71723	48	74346	18	76892	48	79366
19	71811	49	74432	19	76976	49	79447
20	2.71900	50	2.74518	20	2.77059	50	2.79528
21	71989	51	74604	21	77143	51	79609
22	72077	52	74690	22	77226	52	79690
23	72165	53	74775	23	77309	53	79771
24	72254	54	74861	24	77392	54	79852
25	2.72342	55	2.74947	25	2.77476	55	2.79933
26	72430	56	75032	26	77559	56	80014
27	72518	57	75118	27	77642	57	80094
28	72606	58	75203	28	77724	58	80175
29	72694	59	75288	29	77807	59	80255
30	72781	60	75373	30	77890	60	80336

Tabla IV.—Logaritmos de μ.—Argumento : *t*.

$t = 18^m$	log μ	$t = 18^m$	log μ	$t = 19^m$	log μ	$t = 19^m$	log μ
0^s	2.80336	30^s	2.82714	0^s	2.85029	30^s	2.87284
1	80416	31	82792	1	85105	31	87358
2	80496	32	82870	2	85181	32	87432
3	80576	33	82948	3	85257	33	87506
4	80656	34	83026	4	85333	34	87580
5	2.80736	35	2.83104	5	2.85409	35	2.87654
6	80816	36	83182	6	85485	36	87728
7	80896	37	83260	7	85561	37	87802
8	80976	38	83337	8	85636	38	87876
9	81056	39	83414	9	85712	39	87949
10	2.81135	40	2.83492	10	2.85787	40	2.88023
11	81215	41	83570	11	85863	41	88096
12	81295	42	83648	12	85938	42	88170
13	81375	43	83725	13	86014	43	88243
14	81454	44	83802	14	86089	44	88317
15	2.81533	45	2.83879	15	2.86164	45	2.88390
16	81612	46	83957	16	86239	46	88463
17	81691	47	84034	17	86314	47	88536
18	81770	48	84111	18	86389	48	88610
19	81849	49	84188	19	86464	49	88683
20	2.81928	50	2.84264	20	2.86539	50	2.88756
21	82007	51	84341	21	86614	51	88828
22	82086	52	84418	22	86689	52	88901
23	82165	53	84495	23	86763	53	88974
24	82244	54	84571	24	86838	54	89047
25	2.82322	55	2.84648	25	2.86912	55	2.89119
26	82401	56	84724	26	86987	56	89192
27	82479	57	84801	27	87061	57	89265
28	82558	58	84877	28	87135	58	89337
29	82636	59	84953	29	87210	59	89410
30	82714	60	85029	30	87284	60	89482

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : *t*.

$t =$ 20^m	log μ	$t =$ 20^m	log μ	$t =$ 21^m	log μ	$t =$ 21^m	log μ
0^s	2.89482	30^s	2.91625	0^s	2.93717	30^s	2.95759
1	89554	31	91696	1	93786	31	95827
2	89626	32	91766	2	93855	32	95894
3	89698	33	91837	3	93923	33	95961
4	89770	34	91907	4	93992	34	96028
5	2.89842	35	2.91977	5	2.94061	35	2.96095
6	89914	36	92048	6	94129	36	96162
7	89986	37	92118	7	94198	37	96229
8	90058	38	92188	8	94266	38	96296
9	90130	39	92258	9	94335	39	96362
10	2.90202	40	2.92328	10	2.94403	40	2.96429
11	90274	41	92398	11	94471	41	96496
12	90346	42	92468	12	94540	42	96563
13	90417	43	92538	13	94608	43	96630
14	90489	44	92608	14	94676	44	96696
15	2.90560	45	2.92677	15	2.94744	45	2.96763
16	90632	46	92747	16	94812	46	96829
17	90703	47	92817	17	94880	47	96896
18	90774	48	92886	18	94948	48	96962
19	90845	49	92955	19	95016	49	97028
20	2.90917	50	2.93024	20	2.95084	50	2.97095
21	90988	51	93093	21	95152	51	97161
22	91058	52	93164	22	95219	52	97227
23	91129	53	93233	23	95287	53	97293
24	91200	54	93303	24	95355	54	97359
25	2.91271	55	2.93372	25	2.95422	55	2.97425
26	91342	56	93441	26	95490	56	97491
27	91413	57	93510	27	95557	57	97557
28	91484	58	93579	28	95625	58	97623
29	91555	59	93648	29	95692	59	97689
30	91625	60	93717	30	95759	60	97755

Tabla IV.—Logaritmos de μ.—Argumento : *t*.

$t = 22^m$	log μ	$t = 22^m$	log μ	$t = 23^m$	log μ	$t = 23^m$	log μ
0^s	2.97755	30^s	2.99705	0^s	3.01613	30^s	3.03479
1	97820	31	99769	1	01675	31	03540
2	97886	32	99834	2	01738	32	03602
3	97952	33	99898	3	01801	33	03663
4	98017	34	99962	4	01864	34	03725
5	2.98083	35	3.00026	5	3.01926	35	3.03787
6	98148	36	00090	6	01989	36	03848
7	98214	37	00154	7	02052	37	03909
8	98279	38	00218	8	02114	38	03970
9	98344	39	00282	9	02177	39	04031
10	2.98410	40	3.00346	10	3.02239	40	3.04092
11	98475	41	00409	11	02302	41	04153
12	98540	42	00473	12	02364	42	04214
13	98605	43	00537	13	02426	43	04275
14	98670	44	00600	14	02489	44	04336
15	2.98735	45	3.00664	15	3.02551	45	3.04397
16	98800	46	00728	16	02613	46	04458
17	98865	47	00791	17	02675	47	04519
18	98930	48	00855	18	02737	48	04580
19	98995	49	00918	19	02799	49	04641
20	2.99060	50	3.00981	20	3.02861	50	3.04701
21	99125	51	01045	21	02923	51	04762
22	99189	52	01108	22	02985	52	04823
23	99254	53	01171	23	03047	53	04883
24	99319	54	01234	24	03109	54	04944
25	2.99383	55	3.01298	25	3.03171	55	3.05004
26	99448	56	01361	26	03232	56	05065
27	99512	57	01424	27	03294	57	05125
28	99576	58	01487	28	03356	58	05185
29	99641	59	01550	29	03417	59	05246
30	99705	60	01613	30	03479	60	05306

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : *t*.

$t =$ 24^m	log μ	$t =$ 24^m	log μ	$t =$ 25^m	log μ	$t =$ 25^m	log μ
0^s	3.05306	30^s	3.07095	0^s	3.08848	30^s	3.10567
1	05366	31	07154	1	08906	31	10623
2	05426	32	07213	2	08964	32	10680
3	05487	33	07272	3	09022	33	10737
4	05547	34	07331	4	09079	34	10793
5	3.05607	35	3.07389	5	3.09137	35	3.10850
6	05667	36	07448	6	09195	36	10906
7	05727	37	07507	7	09252	37	10963
8	05787	38	07566	8	09310	38	11019
9	05847	39	07625	9	09367	39	11076
10	3.05907	40	3.07683	10	3.09425	40	3.11132
11	05966	41	07742	11	09482	41	11188
12	06026	42	07801	12	09540	42	11245
13	06086	43	07859	13	09597	43	11301
14	06146	44	07918	14	09355	44	11357
15	3.06205	45	3.07976	15	3.09712	45	3.11413
16	06265	46	08035	16	09769	46	11469
17	06324	47	08094	17	09826	47	11525
18	06384	48	08152	18	09833	48	11582
19	06444	49	08210	19	09941	49	11638
20	3.06503	50	3.08268	20	3.09998	50	3.11694
21	06562	51	08326	21	10055	51	11750
22	06622	52	08384	22	10112	52	11806
23	06681	53	08442	23	10169	53	11861
24	06740	54	08501	24	10226	54	11917
25	3.06800	55	3.08559	25	3.10283	55	3.11973
26	06859	56	08617	26	10340	56	12029
27	06918	57	08675	27	10396	57	12085
28	06977	58	08733	28	10453	68	12140
29	07036	59	08791	29	10510	59	12196
30	07095	60	08848	30	10567	60	12252

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : *t*.

$t = 26^m$	log μ	$t = 26^m$	log μ	$t = 27^m$	log μ	$t = 27^m$	log μ
0^s	3.12252	30^s	3.13904	0^s	3.15526	30^s	3.17118
1	12307	31	13959	1	15580	31	17170
2	12363	32	14013	2	15633	32	17223
3	12418	33	14068	3	15686	33	17275
4	12474	34	14122	4	15740	34	17327
5	3.12529	35	3.14177	5	3.15793	35	3.17380
6	12585	36	14231	6	15847	36	17433
7	12640	37	14285	7	15900	37	17485
8	12695	38	14340	8	15953	38	17538
9	12751	39	14394	9	16007	39	17590
10	3.12806	40	3.14448	10	3.16060	40	3.17642
11	12861	41	14502	11	16113	41	17694
12	12916	42	14557	12	16166	42	17746
13	12971	43	14611	13	16220	43	17799
14	13026	44	14665	14	16273	44	17851
15	3.13081	45	3.14719	15	3.16326	45	3.17903
16	13136	46	14773	16	16379	46	17955
17	13191	47	14827	17	16432	47	18007
18	13246	48	14881	18	16485	48	18059
19	13301	49	14935	19	16538	49	18111
20	3.13356	50	3.14989	20	3.16591	50	3.18163
21	13411	51	15043	21	16643	51	18215
22	13466	52	15096	22	16696	52	18267
23	13521	53	15150	23	16749	53	18319
24	13576	54	15204	24	16802	54	18371
25	3.13631	55	3.15258	25	3.16855	55	3.18422
26	13686	56	15312	26	16907	56	18474
27	13740	57	15365	27	16960	57	18526
28	13795	58	15419	28	17013	58	18578
29	13850	59	15472	29	17066	59	18629
30	13904	60	15526	30	17118	60	18681

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : *t*.

$t = 28^m$	log μ	$t = 28^m$	log μ	$t = 29^m$	log μ	$t = 29^m$	log μ
0^s	3.18681	30^s	3.20216	0^s	3.21725	30^s	3.23208
1	18733	31	20267	1	21775	31	23257
2	18784	32	20318	2	21825	32	23306
3	18836	33	20369	3	21875	33	23355
4	18887	34	20419	4	21924	94	23404
5	3.18939	35	3.20470	5	3.21974	35	3.23453
6	18990	36	20520	6	22024	36	23501
7	19042	37	20571	7	22073	37	23550
8	19093	38	20621	8	22123	38	23599
9	19145	39	20672	9	22172	39	23648
10	3.19196	40	3.20722	10	3.22222	40	3.23697
11	19247	41	20772	11	22272	41	23745
12	19299	42	20822	12	22321	42	23794
13	19350	43	20873	13	22371	43	23843
14	19401	44	20924	14	22420	44	23891
15	3.19452	45	3.20974	15	3.22470	45	3.23940
16	19503	43	21024	16	22519	46	23988
17	19554	47	21075	17	22568	47	24037
18	19606	48	21125	18	22618	48	24086
19	19657	49	21175	19	22667	49	24134
20	3.19708	50	3.21225	20	3.22716	50	3.24182
21	19759	51	21275	21	22766	51	24231
22	19810	52	21325	22	22815	52	24279
23	19861	53	21375	23	22864	53	24328
24	19912	54	21425	24	22913	54	24376
25	3.19962	55	3.21475	25	3.22963	55	3.24424
26	20013	56	21525	26	23012	56	24473
27	20064	57	21575	27	23061	57	24521
28	20115	58	21625	28	23110	58	24569
29	20166	59	21675	29	23159	59	24617
30	20216	60	21725	30	23208	60	24665

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : *t*.

$t =$ 30^m	log μ	$t =$ 30^m	log μ	$t =$ 31^m	log μ	$t =$ 31^m	log μ
0^s	3.24665	30^s	3.26099	0^s	3.27509	30^s	3.28897
1	24713	31	26146	1	27556	31	28943
2	24762	32	26194	2	27602	32	28988
3	24810	33	26241	3	27649	33	29034
4	24858	34	26288	4	27695	54	29080
5	3.24906	35	3.26336	5	3.27742	35	3.29126
6	24954	36	26383	6	27788	36	29172
7	25002	37	26430	7	27835	37	19217
8	25050	38	26477	8	27881	38	29263
9	25098	39	26524	9	27928	39	29309
10	3.25146	40	3.26572	10	3.27974	40	3.29354
11	25194	41	26619	11	28021	41	29400
12	25242	42	26666	12	28067	42	29446
13	25289	43	26713	13	28113	43	29491
14	25337	44	26760	14	28159	44	29537
15	3.25385	45	3.26807	15	3.28206	45	3.29582
16	25433	46	26854	16	28252	46	29628
17	25481	47	26901	17	28298	47	29673
18	25528	48	26948	18	28344	48	29719
19	25576	49	26995	19	28391	49	29764
20	3.25624	50	3.27042	20	3.28437	50	3.29810
21	25671	51	27088	21	28483	51	29855
22	25719	52	27135	22	28529	52	29900
23	25767	53	27182	23	28575	53	29946
24	25814	54	27229	24	28621	54	29991
25	3.25862	55	3.27276	25	3.28667	55	3.30036
26	25909	56	27322	26	28713	56	30082
27	25956	57	27369	27	28759	57	30127
28	26004	58	27416	28	28805	58	30172
29	26051	59	27463	29	28851	59	30217
30	26099	60	27509	30	28897	60	30262

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : t.

$t=$ 32^m	log μ	$t=$ 32^m	log μ	$t=$ 33^m	log μ	$t=$ 33^m	log μ
0^s	3.30262	30^s	3.31607	0^s	3.32931	30^s	3.34235
1	30308	31	31651	1	32975	31	34278
2	30353	32	31696	2	33018	32	34321
3	30398	33	31740	3	33062	33	34364
4	30443	34	31785	4	33106	34	34407
5	3.30488	35	3.31829	5	3.33149	35	3.34450
6	30533	36	31873	6	33193	36	34493
7	30578	37	31918	7	33237	37	34536
8	30623	38	31962	8	33280	38	34579
9	30668	39	32006	9	33324	39	34622
10	3.30713	40	3.32050	10	3.33368	40	3.34675
11	30758	41	32095	11	33411	41	34708
12	30803	42	32139	12	33455	42	34751
13	30848	43	32183	13	33498	43	34794
14	30892	44	32227	14	33542	44	34836
15	3.30937	45	3.32271	15	3.33585	45	3.34879
16	30982	46	32315	16	33629	46	34922
17	31027	47	32360	17	33672	47	34965
18	31072	48	32404	18	33715	48	35008
19	31116	49	32448	19	33759	49	35050
20	3.31161	50	3.32492	20	3.33802	50	3.35093
21	31206	51	32536	21	33846	51	35136
22	31250	52	32580	22	33889	52	35178
23	31295	53	32624	23	33932	53	35221
24	31340	54	32668	24	33975	54	35264
25	3.31384	55	3.32712	25	3.34019	55	3.35306
26	31429	56	32755	26	34062	56	35349
27	31473	57	32799	27	34105	57	35392
28	31518	58	32843	28	34148	58	35434
29	31562	59	32887	29	34192	59	35477
30	31607	60	32931	30	34235	60	35520

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : *t*.

t = 34^m	log μ	*t* = 34^m	log μ	*t* = 35^m	log μ	*t* = 35^m	log μ
0^s	3.35520	30^s	3.36785	0^s	3.38032	30^s	3.39262
1	35562	31	36827	1	38073	31	39303
2	35604	32	36868	2	38115	32	39343
3	35647	33	36910	3	38156	33	39384
4	35689	34	36952	4	38197	34	39424
5	3.35731	35	3.36994	5	3.38238	35	3.39465
6	35774	36	37036	6	38280	36	39506
7	35816	37	37077	7	38321	37	39546
8	35858	38	37119	8	38362	38	39587
9	35901	39	37161	9	38403	39	39627
10	3.35943	40	3.37203	10	3.38444	40	3.39668
11	35985	41	37244	11	38485	41	39708
12	36028	42	37286	12	38526	42	39749
13	36070	43	37328	13	38567	43	39789
14	36112	44	37369	14	38608	44	39830
15	3.36154	45	3.37411	15	3.38649	45	3.39870
16	36196	46	37452	16	38690	46	39911
17	36239	47	37494	17	38731	47	39951
18	36281	48	37535	18	38772	48	39991
19	36323	49	37577	19	38813	49	40032
20	3.36365	50	3.37618	20	3.38854	50	3.40072
21	36407	51	37660	21	38895	51	40112
22	36449	52	37701	22	38936	52	40153
23	36491	53	37743	23	38976	53	40193
24	36533	54	37784	24	39017	54	40233
25	3.36575	55	3.37826	25	3.39058	55	3.40273
26	36617	56	37867	26	39099	56	40314
27	36659	57	37908	27	39140	57	40354
28	36701	58	37950	28	39180	58	40394
29	36743	59	37991	29	39221	59	40434
30	36785	60	38032	30	39262	60	40474

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : t.

$t =$ 36^m	log μ	$t =$ 36^m	log μ	$= t$ 37^m	log μ	$t =$ 37^m	log μ
0^s	3.40474	30^s	3.41670	0^s	3.42849	30^s	3.44012
1	40514	31	41709	1	42888	31	44051
2	40554	32	41749	2	42927	32	44089
3	40595	33	41788	3	42965	33	44128
4	40635	34	41828	4	43004	34	44166
5	3.40675	35	3.41867	5	3.43044	35	3.44205
6	40715	36	41907	6	43083	36	44243
7	40755	37	41946	7	43122	37	44282
8	40795	38	41986	8	43161	38	44320
9	40835	39	42025	9	43200	39	44358
10	3.40875	40	3.42065	10	3.43239	40	3.44397
11	40915	41	42104	11	43277	41	44435
12	40955	42	42143	12	43316	42	44473
13	40995	43	42183	13	43355	43	44512
14	41034	44	42222	14	43394	44	44550
15	3.41074	45	3.42261	15	3.43433	45	3.44588
16	41114	46	42301	16	43471	46	44626
17	41154	47	42340	17	43510	47	44665
18	41194	48	42379	18	43549	48	44703
19	41233	49	42419	19	43588	49	44741
20	3.41273	50	3.42458	20	3.43626	50	3.44779
21	41313	51	42497	21	43665	51	44817
22	41353	52	42536	22	43704	52	44856
23	41392	53	42575	23	43742	53	44894
24	41432	54	42614	24	43781	54	44932
25	3.41472	55	3.42654	25	3.43820	55	3.44970
26	41511	56	42693	26	43858	56	45008
27	41551	57	42732	27	43897	57	45046
28	41591	58	42771	28	43935	58	45084
29	41630	59	42810	29	43974	59	45122
30	41670	60	42849	30	44012	60	45160

Tabla IV.—Logaritmos de μ—Argumento : *t*.

$t = 38^m$	log μ	$t = 38^m$	log μ	$t = 39^m$	log μ	$t = 39^m$	log μ
0^s	3.45160	30^s	3.46293	0^s	3.47411	30^s	3.48515
1	45198	31	46331	1	47448	31	48551
2	45236	32	46368	2	47485	32	48588
3	45274	33	46405	3	47522	33	48625
4	45312	34	46443	4	47559	34	48661
5	3.45350	35	3.46480	5	3.47596	35	3.48698
6	45388	36	46518	6	47633	36	48734
7	45426	37	46555	7	47670	37	48770
8	45464	38	46593	8	47707	38	48807
9	45502	39	46630	9	47744	39	48843
10	3.45539	40	3.46667	10	3.47781	40	3.48880
11	45577	41	46705	11	47817	41	48916
12	45615	42	46742	12	47854	42	48953
13	45653	43	46779	13	47891	43	48989
14	45691	44	46817	14	47927	44	49025
15	3.45728	45	3.46854	15	3.47965	45	3.49062
16	45766	46	46891	16	48002	46	49098
17	45804	47	46928	17	48038	47	49134
18	45842	48	46966	18	48075	48	49170
19	45879	49	47003	19	48112	49	49207
20	3.45917	50	3.47040	20	3.48149	50	3.49243
21	45955	51	47077	21	48185	51	49279
22	45992	52	47114	22	48222	52	49315
23	46030	53	47152	23	48259	53	49352
24	46068	54	47189	24	48295	54	49388
25	3.46105	55	3.47226	25	3.48332	55	3.49424
26	46143	56	47263	26	48369	56	49460
27	46180	57	47300	27	48405	57	49496
28	46218	58	47337	28	48442	58	49533
29	46255	59	47374	29	48478	59	49569
30	46293	60	47411	30	48515	60	49605

V.—Logaritmos de ν—Argumento : *t*.

t	log ν	*t*	log ν	*t*	log ν	*t*	log ν
$0^m 0^s$	$-\infty$	$13^m 0^s$	$\bar{1}.4262$	$17^m 0^s$	$\bar{1}.8920$	$21^m 0^s$	0.2589
1 0	$\bar{6}.9706$	10	4483	10	9089	10	2726
2 0	$\bar{4}.1747$	20	4701	20	9257	20	2862
3 0	$\bar{4}.8791$	30	4917	30	9423	30	2997
4 0	$\bar{3}.3788$	40	5130	40	9588	40	3131
5 0	$\bar{3}.7665$	50	5341	50	9751	50	3264
6 0	$\bar{2}.0832$	14 0	$\bar{1}.5549$	18 0	$\bar{1}.9913$	22 0	0.3396
7 0	$\bar{2}.3509$	10	5554	10	0.0072	10	3527
8 0	$\bar{2}.5829$	20	5957	20	0231	20	3657
9 0	$\bar{2}.7875$	30	6158	30	0388	30	3786
10 0	$\bar{2}.9705$	40	6356	40	0544	40	3915
11 0	$\bar{1}.1360$	50	6553	50	0698	50	4042
11 0	$\bar{1}.1360$	15 0	$\bar{1}.6747$	19 0	0.0851	23 0	0.4168
10	1621	10	6939	10	1003	10	4293
20	1879	20	7128	20	1153	20	4418
30	2132	30	7316	30	1302	30	4541
40	2382	40	7502	40	1450	40	4664
50	2628	50	7686	50	1597	50	4786
12 0	$\bar{1}.2871$	16 0	$\bar{1}.7867$	20 0	0.1742	24 0	0.4907
10	3111	10	8047	10	1886	10	5027
20	3347	20	8225	20	2029	20	5146
30	3580	30	8402	30	2170	30	5264
40	3810	40	8576	40	2311	40	5382
50	4037	50	8749	50	2450	50	5499
13 0	$\bar{1}.4262$	17 0	$\bar{1}.8920$	21 0	0.2589	25 0	0.5615

V.—Logaritmos de ν—Argumento : *t*.

t	log ν	*t*	log ν	*t*	log ν	*t*	log ν
$25^m\,0^s$	0.5615	$29^m\,0^s$	0.8190	$33^m\,0^s$	1.0432	$37^m\,0^s$	1.2415
10	5730	10	8290	10	0519	10	2490
20	5845	20	8389	20	0606	20	2571
30	5959	30	8487	30	0672	30	2648
40	6072	40	8585	40	0778	40	2725
50	6184	50	8682	50	0864	50	2801
26 0	0.6296	30 0	0.8789	34 0	1.0949	38 0	1.2877
10	6407	10	8875	10	1034	10	2953
20	6517	20	8970	20	1118	20	3029
30	6626	30	9065	30	1202	30	3104
40	6735	40	9160	40	1286	40	3179
50	6843	50	9254	50	1369	50	3254
27 0	0.6951	31 0	0.9347	35 0	1.1452	39 0	1.3328
10	7057	10	9440	10	1534	10	3402
20	7164	20	9533	20	1616	20	3475
30	7269	30	9625	30	1698	30	3548
40	7374	40	9716	40	1779	40	3621
50	7478	50	9807	50	1860	50	3694
28 0	0.7582	32 0	0.9898	36 0	1.1940	40 0	1.3766
10	7685	10	9988	10	2020		
20	7787	20	1.0078	20	2100		
30	7889	30	0167	30	2179		
40	7990	40	0255	40	2258		
50	8090	50	0344	50	2338		
29 0	0.8190	33 0	1.0432	37 0	1.2415		

VI.—Valores de μ—Argumento : *t*.

t	0^m	1^m	2^m	3^m	4^m	5^m
0^s	0,00	1,96	7,85	17,67	31,42	49,09
1	0,00	2,03	7,98	17,87	31,68	49,41
2	0,00	2,10	8,12	18,07	31,94	49,74
3	0,00	2,16	8,25	18,27	32,20	50,07
4	0,01	2,23	3,39	18,47	32,47	50,40
5	0,01	2,31	8,52	18,67	32,74	50,73
6	0,02	2,38	8,66	18,87	33,01	51,07
7	0,02	2,45	8,80	19,07	33,27	51,40
8	0,03	2,52	8,94	19,28	33,54	51,74
9	0,04	2,60	9,08	19,48	33,81	52,07
10	0,05	2,67	9,22	19,69	34,09	52,41
11	0,06	2,75	9,36	19,90	34,36	52,75
12	0,08	2,83	9,50	20,11	34,64	53,09
13	0,09	2,91	9,64	20,32	34,91	53,43
14	0,11	2,99	9,79	20,53	35,19	53,77
15	0,12	3,07	9,94	20,74	35,46	54,11
16	0,14	3,15	10,09	20,95	35,74	54,46
17	0,16	3,23	10,24	21,16	36,02	54,80
18	0,18	3,32	10,39	21,38	36,30	55,15
19	0,20	3,40	10,54	21,60	36,58	55,50
20	0,22	3,49	10,69	21,82	36,87	55,84
21	0,24	3,58	10,84	22,03	37,15	56,19
22	0,26	3,67	11,00	22,25	37,44	56,55
23	0,28	3,76	11,15	22,47	37,72	56,90
24	0,31	3,85	11,31	22,70	38,01	57,25
25	0,34	3,94	11,47	22,92	38,30	57,60
26	0,37	4,03	11,63	23,14	38,59	57,96
27	0,40	4,12	11,79	23,37	38,88	58,32
28	0,43	4,22	11,95	23,60	39,17	58,68
29	0,46	4,32	12,11	23,82	39,46	59,03

VI.—Valores de μ—Argumento : *t*.

t	0^m	1^m	2^m	3^m	4^m	5^m
30^s	0,49	4,42	12,27	24,05	39,76	59,40
31	0,52	4,52	12,43	24,28	40,05	59,75
32	0,56	4,62	12,60	24,51	40,35	60,11
33	0,59	4,72	12,76	24,74	40,65	60,47
34	0,63	4,82	12,93	24,98	40,95	60,84
35	0,67	4,92	13,10	25,21	41,25	61,20
36	0,71	5,03	13,27	25,45	41,55	61,57
37	0,75	5,13	13,44	25,68	41,85	61,94
38	0,79	5,24	13,62	25,92	42,15	62,31
39	0,83	5,34	13,79	26,16	42,45	62,68
40	0,87	5,45	13,96	26,40	42,76	63,05
41	0,91	5,56	14,13	26,64	43,06	63,42
42	0,96	5,67	14,31	26,88	43,37	63,79
43	1,01	5,78	14,49	27,12	43,68	64,16
44	1,06	5,90	14,67	27,37	43,99	64,54
45	1,10	6,01	14,85	27,61	44,30	64,91
46	1,15	6,13	15,03	27,86	44,61	65,29
47	1,20	6,24	15,21	28,10	44,92	65,67
48	1,26	6,36	15,39	28,35	45,24	66,05
49	1,31	6,48	15,57	28,60	45,55	66,43
50	1,36	6,60	15,76	28,85	45,87	66,81
51	1,42	6,72	15,95	29,10	46,18	67,19
52	1,48	6,84	16,14	29,36	46,50	67,58
53	1,53	6,96	16,32	29,61	46,82	67,96
54	1,59	7,09	16,51	29,86	47,14	68,35
55	1,65	7,21	16,70	30,12	47,46	68,73
56	1,71	7,34	16,89	30,38	47,79	69,12
57	1,77	7,46	17,08	30,64	48,11	69,51
58	1,83	7,60	17,28	30,90	48,43	69,90
59	1,89	7,72	17,47	31,16	48,76	70,29

VII.—Logaritmos de K.

$$K = \frac{1^s \operatorname{sen} 15''}{\operatorname{sen} 15 t}$$

t	log t sec $\frac{3}{2}$	log K	t	log t sec $\frac{3}{2}$	log K
1ᵐ	1.778	0.00000	21ᵐ	3.100	0.00061
2	2.079	00001	22	3.120	00067
3	2.255	00001	23	3.139	00073
4	2.380	00002	24	3.158	00080
5	2.477	00003	25	3.175	00086
6	2.556	0.00005	26	3.192	0.00093
7	2.623	00007	27	3.209	00101
8	2.681	00009	28	3.224	00108
9	2.732	00011	29	3.239	00116
10	2.778	00014	30	3.254	00124
11	2.819	0.00017	31	3.268	0.00132
12	2.857	00020	32	3.282	00141
13	2.892	00023	33	3.295	00150
14	2.924	00027	34	3.308	00159
15	2.954	00031	35	3.321	00169
16	2.982	0.00035	36	3.333	0.00179
17	3.008	00040	37	3.345	00189
18	3.033	00045	38	3.356	00199
19	3.056	00050	39	3.367	00210
20	3.079	00055	40	3.378	00221

INTENSIDAD DE LA GRAVEDAD.

292.—La determinacion de la intensidad de la gravedad en vários vértices de la Red y en otros lugares convenientemente elegidos, forma parte del programa de trabajos que, de concierto con los acuerdos de la Asociacion geodésica internacional, tiene á su cargo el INSTITUTO; estas observaciones han de concurrir con los resultados de los procedimientos esencialmente geodésicos á la investigacion de la figura matemática del esferoide terrestre. No es posible al presente detallar cuáles deben ser los métodos y procedimientos que se seguirán en esta clase de observaciones, porque la materia está en período de estudio; de los que ya se han efectuado, y principalmente de los que resta por hacer, ha de resultar la «Instruccion» que organice este importantísimo servicio.

El geodesta encargado de él, se ajustará á lo que aconseje la ciencia en vista de los trabajos recientemente hechos en otros paises, especialmente los de Bessel y los de los Sres. Peters, Plantamour y Bruhns; todas las cuestiones á

que da lugar el asunto, serán objeto de su estudio, teórica y experimentalmente, para conseguir la precision que sea compatible con los más perfeccionados medios de que hoy dia se puede disponer. El Instituto posee un péndulo de inversion de un metro de longitud, construido por los Sres. Repsold, de Hamburgo, y tiene encomendado á los mismos artistas otro péndulo enteramente semejante que oscile en tres cuartos de segundo; además, el Sr. Nardin, de Suiza, está para terminar un cronómetro, construido especialmente para registrar el tiempo en la cinta cronográfica. Estos últimos aparatos y otro destinado á medir el movimiento de traslacion que experimenta el plano de suspension cuando oscila el péndulo, son los necesarios para proseguir los estudios comenzados.

REDES DE 2.° Y DE 3.er ORDENES.

TRABAJOS DE CAMPO.

RECONOCIMIENTO Y CONSTRUCCION DE SEÑALES.

293.—La base de la triangulacion de 2.° órden es la red de 1.°: en su consecuencia, se procurará que el mayor número de los lados de ésta, especialmente los más pequeños, sean lados tambien de los triángulos de 2.° órden, y que todos los vértices de 1.° lo sean á la vez de 2.°

294.—Es indispensable que, de distancia en distancia, haya lados algun tanto reducidos de 2.° órden, que sirvan de partida para el 3.°, debiendo tener estos últimos, por término medio, 5 kilómetros de longitud.

295.—Exceptuando algun caso en que no sea conveniente, los vértices de 2.° órden deben serlo tambien de 3.°

296.—En la observacion definitiva se han de medir los tres ángulos de cada uno de los triángulos de 2.º y de 3.er órden; y cuando se elija algun vértice de 3.º en que sea imposible ó muy costoso estacionar, habrá de quedar situado por dos triángulos á lo ménos.

297.—Todas las poblaciones y grandes caseríos con término municipal propio, que no sean vértices, se deben situar como tales, aunque sea estableciendo puntos auxiliares; pero en triángulos aparte de la red, los cuales se indicarán en el dibujo con líneas de trazos azules.

298.—A juicio de los jefes de brigada, y cuando tengan proyectadas las triangulaciones de ambos órdenes en una zona algun tanto extensa, se construirán los pilares-señales de 2.º órden, que deberán tener 1m de altura sobre el terreno, con un zócalo ó cimiento, segun los casos, y 0m,40 de lado en su base cuadrada. En todos ellos se dejará una referencia, que consistirá en un taladro de unos 0m,05 de profundidad, lleno de carbon molido. Estos pilares se deben rebocar de blanco para que sirvan de objetos de mira. Además de la referencia indicada, el vértice se debe fijar tambien con relacion á tres puntos elegidos en la proximidad del pilar. Cuando la altura del pilar no sea suficiente para la visibilidad recíproca entre los

vértices, se construirá aquél sobre un macizo de base cuadrada y de dimensiones apropiadas al objeto, pudiendo constar de uno ó más cuerpos de un metro de altura cada uno. El superior debe tener $1^m,50$ de lado, en su base, aumentando cada uno de los demas en $0^m,50$.

299.—Para fijar los vértices de 3.er órden, se enterrarán, en parte, hitos prismáticos de base cuadrada, de unos $0^m,30$ de lado y $0^m,70$ á 1^m de altura, con un taladro en el centro, para introducir el regaton de la banderola. Antes de colocar el hito en el hoyo practicado al efecto, se extenderá una capa de carbon molido que cubra precisamente el cuadrado que ha de ocupar la base de aquél, en cuyo centro se debe ademas clavar un piquete de madera ó bien un clavo, para que sea más difícil la pérdida del vértice si desaparece el hito. Este debe sobresalir unos $0^m,30$ del terreno. Cuando el vértice esté sobre roca, se debastará ésta, dejando saliente un cubo de $0^m,30$ con su taladro en el centro para la banderola. De la misma manera que los pilares de 2.° órden, deben referirse los hitos de 3.° á tres marcas ú objetos exteriores.

300.—Al terminar cada señal, oficiará el jefe de la brigada al alcalde de la poblacion en cuyo término se hubiese construido; y si estuviese en terreno que se disputáran dos ó más ayunta-

mientos ó en linde de dos ó más términos, á los alcaldes respectivos. En estos oficios ha de constar la localidad en que se halla la señal, su forma, dimensiones, materiales empleados y dia en que se terminó, recordándose la responsabilidad de su conservacion, prevenida por Reales órdenes de 14 de Mayo 1859, 1.° de Junio de 1860 y 20 de Agosto de 1861, expedidas por el Ministerio de la Gobernacion; y le pedirá que acuse recibo, el cual remitirá al Director general del Instituto. En las comunicaciones á los alcaldes no se hará mencion de las marcas ó referencias interiores y exteriores de las señales.

301—El dia 1.° de cada mes, los jefes de brigada darán parte en forma de oficio al Director general del Instituto de los trabajos ejecutados en el mes anterior, sin perjuicio de hacerlo siempre que lo requieran las circunstancias. Al parte acompañarán un dibujo de la triangulacion proyectada definitivamente, indicando de negro los lados de los triángulos de 1.er órden, de rojo los de 2.° y de azul los de 3.° Un círculo lleno rojo indicará que está construido y referido el pilar de 2.° órden; azul, que está colocado y referido el hito de 3.°; y negro, que no se puede estacionar en él, pero que ya no necesita obra alguna. Tambien acompañarán una

reseña de los vértices fijados y señales en ellos construidas, con todos los detalles de las referencias, expresando además el término municipal en que cada uno se halle, el camino que conviene seguir, distancia al pueblo desde donde se deba subir, dificultades que presente el transporte del material, sitio en donde se encuentre agua y leña, nombre y vecindad del guía, si lo hubiere, y demas noticias que puedan ser de utilidad. Al pié de cada parte mensual se hará un resúmen del resultado útil obtenido, expresando con claridad y precision el número y nombre de los vértices elegidos definitivamente sin la menor duda respecto á la visibilidad recíproca, el de las poblaciones situadas por separado y el de los pilares de 2.° órden é hitos de 3.° construidos y colocados, sin mezclar con este resultado final las estaciones hechas inútilmente.

OBSERVACIONES ANGULARES DE 2.° ORDEN.

302.—El observador hará un detenido estudio del teodolito reiterador, cuyos cuatro nonios en cada uno de los círculos aprecian 5″, para conocerle en sus más pequeños detalles, y poder remediar los entorpecimientos que se experimentan algunas veces en el uso de este

instrumento, los cuales proceden por lo general de causas que es muy fácil hacer desaparecer. Determinará, si no lo estuviesen ya, los valores angulares correspondientes á las divisiones de los niveles, y hará por vía de prueba en todas las estaciones, ántes de comenzar la observacion, algunas mediciones, tanto de ángulos azimutales como de distancias zenitales, para asegurarse de que el teodolito se halla en perfecto estado de uso.

303.—Cada una de las direcciones azimutales debe ser el promedio de ocho valores; y á fin de evitar que alguno de los vértices resulte apuntado mayor número de veces, se debe elegir para direccion inicial, un punto ajeno á la triangulacion, situado en muy buenas condiciones, y que por lo mismo se pueda observar siempre que se divise alguna de las señales.

304.—Despues de centrar cuidadosamente el teodolito sobre el pilar de observacion, y de dar al círculo azimutal la conveniente posicion para que, dirigido el anteojo, con el círculo vertical á la izquierda del eje central, hácia el punto elegido para direccion inicial, se lean cero grados y algunos pocos minutos en el nonio I, se dará á dicho eje central de rotacion del instrumento una posicion vertical, valiéndose de las indicaciones del nivel colocado sobre el

eje de muñones y de los movimientos que proporcionan los tres tornillos del pié. Por medio de la inversion del indicado nivel, se conocerá la inclinacion que tenga el eje de muñones, respecto del vertical de rotacion, y se corregirá con los dos tornillos colocados debajo, quedando horizontal dicho eje despues de hecha esta correccion.

305.—Colocado el ocular del anteojo de suerte que los hilos del retículo se vean con toda claridad, se apuntará cuidadosamente en dos posiciones inversas del círculo vertical, á uno de los vértices, haciendo las lecturas correspondientes; y se corregirá, si es preciso, el error de colimacion, con el tornillo que mueve lateralmente el retículo.

306.—Hechas las correcciones que se acaban de indicar, se procederá á la observacion de las direcciones azimutales, comenzando por la inicial con el círculo vertical á la izquierda del eje central, haciendo entrar por la izquierda en el retículo la imágen de la señal, y leyendo los cuatro nonios cuando ésta se halle bien centrada en el rectángulo formado por los cuatro hilos; se continuará despues á los diferentes vértices, cuyas señales ofrezcan imágenes en condiciones aceptables de observacion, prescindiendo de las que no se hallen en este caso.

Cuando se haya llegado al último vértice, estará terminada la primera vuelta de horizonte, y se empezará inmediatamente la segunda en órden inverso; es decir, moviendo á mano el instrumento de derecha á izquierda, y haciendo entrar la imágen de la señal por la derecha con el tornillo de coincidencia.

307.—Al empezar cada vuelta de horizonte se harán en un cuaderno especial (formulario número 51), las anotaciones siguientes:

El número de órden de aquélla, el dia y la hora, contada ésta desde una á veinticuatro y considerando el cero al pasar el Sol por el meridiano, la posicion del círculo vertical, respecto del eje del instrumento, el nombre de los diferentes objetos y las lecturas de los cuatro nonios.

308.—Se calificará el estado de visibilidad de las señales en cada observacion, con las notas de *Muy buena*, *Buena* y *Regular*, bosquejando ligeramente la imágen del objeto observado la primera vez que aparezca su nombre, é indicando sobre ella la posicion aparente de los hilos del retículo, para conocer el paraje preciso á que se apuntó.

309.—Si se escribe con lápiz al tiempo de observar, se debe pasar de tinta á la mayor brevedad todo lo escrito. En todas las páginas

del cuaderno ha de haber la media firma del observador, y al final la firma entera, con la antefirma de su empleo.

310.—Se cambiará la graduacion del círculo, haciéndole girar veinte grados próximamente cada dos vueltas de horizonte; y siempre que se haga esta operacion, se dará al instrumento un giro de 180°, cambiando tambien la posicion del círculo vertical respecto del eje central.

311.—Se llevará cuidadosamente la cuenta del número de punterías hechas á cada vértice de la triangulacion, para no pasar en ningun caso de ocho, de las cuales, cuatro se han de hacer precisamente con el círculo vertical á la izquierda, é igual número con el mismo círculo á la derecha.

312.—Cuando sea forzoso estacionar fuera del centro ó punto vértice, se tomarán y escribirán en el lugar correspondiente del cuaderno los datos necesarios para reducir á aquél las direcciones observadas, midiendo con mucho esmero la distancia horizontal entre el vértice y el punto en que se haya hecho la observacion, y refiriendo la direccion de la recta que los une á uno cualquiera de los lados de la triangulacion. Para esta referencia son suficientes cuatro observaciones, de las cuales dos con el círculo á la izquierda, y dos con él á la derecha.

313.—La distancia zenital de cada uno de los vértices ha de resultar del promedio de cuatro valores, con un cambio de 45° en la graduacion del círculo vertical.

314.—Se tendrán presentes las advertencias anteriores en todos los casos que sean análogos, para hacer entrar en el retículo las imágenes de las señales, unas veces por arriba y otras por abajo, así como en lo que se refiere á las firmas.

Al empezar la medicion de cada distancia zenital, se anotarán en el correspondiente cuaderno (form. núm. 52): su número de órden con relacion á aquel vértice, el dia, la hora, nombre y forma del objeto, posicion del círculo vertical respecto al eje central del teodolito, lectura de los extremos de la ampolla del nivel del costado, lectura de los cuatro nonios y calificacion de la visibilidad. Ademas se hará constar, para cada objeto, la altura del punto de mira sobre la referencia ó verdadero vértice, así como la altura del eje de muñones del teodolito sobre la referencia de la señal en que se observe.

315.—Se observarán dos distancias zenitales seguidas á cada vértice, sin cambiar la graduacion del círculo.

316.—Siempre que sea posible, se observa-

rán las cuatro distancias zenitales de cada vértice en dos dias, ó por mañana y tarde, eligiendo las horas más á propósito, que son aquéllas en que las imágenes no aparecen enteramente tranquilas.

317.—En todos los vértices de 2.° órden se deben observar las direcciones de los lados de 3.° que concurran en él; pero esto se ejecutará en vueltas de horizonte diferentes de las de 2.° órden, si bien tomando la misma direccion inicial, reduciendo á cuatro el número de punterías á cada objeto, cambiando 45° la graduacion del círculo, no leyendo más que los nonios I y III, y anotando las observaciones en el cuaderno correspondiente al 3.er órden.

Todas las poblaciones, grandes caseríos y puntos auxiliares situados en condiciones á propósito, se considerarán como vértices de 3.er órden, y se observarán en las mismas vueltas que los de la triangulacion, tanto en la parte azimutal como en la zenital; pero en las columnas de los cuadernos, correspondientes al nombre y forma de los objetos, se pondrán éstas palabras: *No es vértice de la red.*

318.—Las distancias zenitales correspondientes al 3.er órden resultarán, como en el 2.°, de cuatro valores; pero sólo se leerán los nonios I y III, efectuando el mismo cambio de di-

vision que para el 2.º órden, y anotando las observaciones en cuaderno de 3.º

319.—Cuando la estacion pertenezca tambien á la red de 1.er órden, no se harán las observaciones de distancias zenitales necesarias para determinar los desniveles de los lados de 1.er órden que concurran en ella.

320.—Del mismo modo, cuando la estacion de 3.er órden pertenezca tambien al 2.º, no se repetirán en el cuaderno de aquél las observaciones necesarias para determinar los desniveles de los lados de 2.º órden.

321.—En el cuaderno de direcciones azimutales, bien al principio ó bien al fin, se indicará por medio de un cróquis acotado, la planta de la señal, la situacion de las referencias exteriores y sus distancias al vértice ó centro del pilar. Tambien se anotará la altura de la señal, á contar desde la referencia puesta al nivel del terreno.

322.—Terminadas que sean las observaciones de una estacion, se remitirán al Director general del Instituto los cuadernos originales, quedando en poder del observador una copia perfectamente confrontada.

323.—En la parte que el dia 1.º de cada mes ha de enviar al Director general del Instituto el jefe de la brigada, expresará éste las estaciones

que haya hecho en el mes anterior, y los nombres de las direcciones observadas en cada una.

OBSERVACIONES ANGULARES DE 3.er ÓRDEN.

324.—Para la observacion con el teodolito-reiterador de 3.er órden, cuyos dos nonios del círculo azimutal y los dos del vertical permiten leer directamente hasta 10″, se deben tener presentes todas aquellas prescripciones relativas al 2.º órden que puedan tener aplicacion, las cuales no es preciso repetir aquí.

325.—Cada una de las direcciones azimutales debe ser el promedio de cuatro valores, y siempre que no se tenga seguridad de ver todos los vértices en las cuatro vueltas de horizonte, se observará con direccion inicial como en el 2.º órden.

326.—Centrado el trípode sobre el hito que marca el vértice, y despues de dar al eje central del teodolito una posicion vertical haciendo uso de las indicaciones del único nivel que posee, es preciso determinar la inclinacion del eje de rotacion del círculo vertical por el método conocido de buscar, moviendo el anteojo verticalmente, dos puntos que sucesivamente coincidan con la cruz filar del retículo; y si despues de hacer girar el instrumento en sentido azi-

mutal, de suerte que el círculo vertical quede á la parte opuesta, y de apuntar á uno de los objetos, no coincidiese la imágen del otro con la cruz del retículo al mover el anteojo en sentido vertical, la mitad de la distancia que mediase entre la misma cruz filar y la imágen del punto, acusaría la inclinacion del eje, la cual se corregiría con los dos tornillos colocados debajo; repitiendo la operacion cuantas veces fuese necesario, con otros puntos, hasta conseguir que el mencionado eje del círculo vertical se hallase horizontal.

327.—A cada par de vueltas de horizonte se cambiará la graduacion del círculo azimutal, haciéndole girar 45 grados próximamente; y siempre que se haga este cambio, se hará girar todo el instrumento como en las observaciones de 2.° órden.

328.—En las observaciones azimutales se debe apuntar á la parte más baja que se vea del asta de la banderola, y sólamente á la tela cuando no se distinga aquélla. Son condiciones muy importantes que el asta esté vertical y que resista á la accion del viento sobre la tela; los encargados de establecer las banderolas cuidarán de que ambas tengan lugar, sujetando las astas con vientos amarrados á piquetes clavados en el terreno, ó á grandes piedras, si las ofrece la

localidad. Las observaciones azimutales se anotarán en un cuaderno especial arreglado al formulario núm. 53.

329.—La distancia zenital de cada uno de los vértices ha de resultar, como en el 2.° órden, del promedio de cuatro valores; pero no siendo necesaria la reiteracion en otro paraje de la circunferencia del círculo vertical, por cuya razon es éste fijo, no hay cambio de la division. Se anotarán las observaciones segun indica el formulario núm. 54.

330.—Siempre que sea posible se observarán tan sólo dos distancias zenitales seguidas á cada vértice, y las otras por la tarde, si las primeras hubiesen sido observadas por la mañana, ó viceversa. Respecto á las horas más favorables para estas observaciones, se debe tener presente lo prescrito en el 2.° órden, con lo cual se aprovecha el tiempo que no conviene emplear en observaciones azimutales, por la poca tranquilidad de las imágenes.

331.—Así como en la observacion de direcciones azimutales se ha prevenido que se dirija la puntería lo más baja que sea posible y al asta de la banderola, con el objeto de evitar los errores que se ocasionarían si ésta estuviese inclinada, en la observacion de distancias zenitales se debe, por el contrario, apuntar siem-

pre á la parte más alta de la tela, para conocer la altura del punto de mira sobre la cara superior del hito. Tambien se referirá á la cara superior del hito la altura d el eje del anteojo, que es necesario conocer para la reduccion de las distancias zenitales.

332.—La punteria á las iglesias en que no se haya de estacionar, se hará al centro de la bola de la cruz, si la hubiere; y si no, al pié de la cruz ó de la veleta, y en todo caso, se dibujará con mucha claridad el objeto, indicando los hilos del retículo sobre el paraje á que se haya apuntado.

333.—Antes de dejar definitivamente cada uno de los puntos de estacion, se reconocerán las referencias exteriores que debió establecer el encargado de la construccion de señales, se harán otras, si fuese preciso, y se tomarán todas las precauciones necesarias para encontrar el vértice en el caso de que el hito desapareciese. Al principio ó al fin del cuaderno de direcciones azimutales se anotarán todos los datos relativos á estas referencias, en el cróquis acotado de que se ha hecho mérito.

TRABAJOS DE GABINETE.

334.—Los promedios de las lecturas de los cuatro nonios en el 2.° órden, y de los dos en el 3.°, se calcularán en los cuadernos de direcciones azimutales que quedan en poder del observador, despreciando las decimales de segundo sexagesimal. Restando de todos ellos, en cada vuelta de horizonte, el correspondiente á la direccion inicial, se formarán las columnas de direcciones, y con ellas el *Estado* á cuyo pié se escribirán: los promedios de las vueltas de horizonte, prescindiendo tambien de las decimales; el instrumento usado, los datos para la reduccion al vértice y las direcciones reducidas, si no se estacionó en él, el apellido del observador, y, á manera de nota, la reseña del vértice. Valiéndose de los cuadernos originales del archivo, formará de una manera análoga, la persona que designe el Director general del Instituto, otra coleccion de *Estados*; y no se continuarán los cálculos hasta que se haya obtenido la completa identidad de los dos correspondientes á cada estacion. Cuando la divergencia entre los resultados provenga de un error en el

cuaderno copia, se corregirá éste, poniéndolo conforme con el original.

335.—Para la reduccion al vértice se empleará el formulario núm. 12, de las observaciones de 1.er órden. Para determinar A, (artículo 78) se calcularán los correspondientes triángulos con valores angulares aproximados; y con el objeto de evitar equivocaciones en el signo de *sen* α, se contará siempre este ángulo á partir de la recta que une el punto en que se observó con el vértice ó centro de estacion, y siguiendo la graduacion del círculo, de izquierda á derecha, hasta llegar á la direccion que se desea reducir.

336.—En los cuadernos que conserva el observador, correspondientes á las distancias zenitales, se calcularán los promedios de los cuatro ó de los dos nonios, segun pertenezca aquél al 2.º ó al 3.er órden, despreciando las decimales de segundo sexagesimal. Tambien se harán en el mismo cuaderno las sumas de las lecturas del nivel lateral en cada una de las posiciones del círculo vertical á la izquierda ó á la derecha del eje central de rotacion del teodolito. Aplicando las fórmulas del artículo 91 se obtendrán los cuatro valores parciales de z para cada punto observado; con los cuales se formará el correspondiente *Estado* de distancias

zenitales á cuyo pié se escribirán los promedios en segundos enteros, que son los valores adoptados para las distancias zenitales. Debajo de cada uno de ellos, se expresará la altura del punto de mira sobre la referencia de la señal, y en el centro del *Estado* la altura del instrumento, tomada, igualmente, sobre la referencia ó vértice de la triangulacion en que se estacionó, terminando con el apellido del observador.

337.—El órden de resolucion de los triángulos, tanto en la red geodésica de segundo como en la de tercero, debe ser tal que se utilicen convenientemente para la primera los lados de primer órden, y para la segunda los de 2.°. A este fin se dividirá la triangulacion en zonas, sirviendo de base para la resolucion de los triángulos comprendidos en cada una de ellas, un lado cuya longitud sea conocida por la triangulacion del órden inmediatamente superior. Para los lados que tengan más de un valor, se tomará como definitivo aquél que, por su mayor proximidad á una base geodésica, ó por el mejor cierre de los triángulos, ofrezca más garantías de exactitud. Al preparar los triángulos para su resolucion, se deducirán los ángulos, por diferencias, del *Estado* de direcciones azimutales; escribiendo en el primer lugar de la hoja de cálculo, ó sea al lado de la inicial del

vértice, el opuesto al lado conocido, y despues el de la *derecha é izquierda* del mismo, suponiéndose colocado en el primero, y mirando al lado que sirve de base. La diferencia entre la suma de los tres ángulos de cada triángulo y 180 grados se repartirá por igual entre aquéllos; y si la diferencia no fuese exactamente divisible por tres, se aplicará la mayor correccion al ángulo ó ángulos que más se aproximen á 90 grados. En los ángulos corregidos no aparecerán tampoco decimales de segundo sexagesimal, y los lados se escribirán con dos decimales de metro. El cálculo se dispondrá de una manera análoga á la del formulario número 16.

338.—Cuando las distancias zenitales de un vértice se hubiesen tomado á distintos puntos de mira, se reducirán á uno mismo, en cada estacion, por el formulario núm. 21.

339.—La diferencia de nivel entre dos puntos cuyas distancias zenitales recíprocas se conozcan, se calculará por la fórmula del artículo 94.

340.—Conocidos los valores de las distancias zenitales recíprocas, y supuesta igual la refraccion para cada dos vértices, se puede deducir un valor para el coeficiente de refraccion [(20)], que se utilizará para calcular las diferencias de ni-

vel entre dos vértices, de los cuales uno solamente haya servido de estacion. En este caso, con el valor de K, promedio de distintos resultados parciales, se calculará la diferencia de nivel por la fórmula (21). Por medio de ésta ó de la (19), se calcularán las diferencias de nivel D entre los dos extremos de los diversos lados de la triangulacion; y como cada triángulo proporciona dos valores para el desnivel de uno de sus lados, se repartirá por igual la pequeña diferencia, corrigiendo sucesivamente por este medio, y siguiendo el mismo órden que en la resolucion de los triángulos, los valores obtenidos para D; con lo que, teniendo en cuenta las diferentes alturas de las señales, resultarán los desniveles definitivos de sus referencias. Cuando éstos sean tan pequeños que la distancia zenital observada no indique cuál de los dos es el punto más elevado, se tendrá presente que para el punto más alto se verificará, prescindiendo de la refraccion:

$$z - 90^\circ > \frac{1}{2} v,$$

siendo v el ángulo formado en el centro de la tierra por las normales en los dos puntos, el cual tiene por expresion aproximada

$$v = \frac{l}{R_e \operatorname{sen} 1''}.$$

341.—Partiendo de las altitudes conocidas de los vértices de 1.er órden ó de las señales de las nivelaciones de precision, y haciendo uso de los desniveles de los lados de 2.º órden, se calcularán las altitudes de los vértices de esta última triangulacion. De la misma manera, partiendo de las altitudes de los vértices de primero y segundo órdenes, se calcularán las de los de tercero. Por este procedimiento se obtendrán para la altitud de cada vértice tantos valores como lados partan de él y vayan á otros de altitud conocida. El promedio de todos ellos se adoptará como altitud definitiva.

342.—Las latitudes, longitudes y azimutes se calcularán con las fórmulas del art. 89. Los valores de partida serán para el segundo órden los de los vértices y lados de primero, y para el tercero los correspondientes al segundo. Cuando la longitud del lado tenga dos ó más valores, se empleará el que se haya adoptado como definivo.

343.—El cálculo se dispondrá con arreglo al formulario núm. 19, empleando siete cifras en las mantisas de los logaritmos, pero sólo con

cinco en las que corresponden á los del segundo término de la correccion de la latitud. Los valores de L' y M' se obtendrán con dos decimales de segundo. Tambien se utilizarán las tablas auxiliares de P, Q y R, del citado artículo 89.

344.—Con las tres coordenadas geográficas, azimutes y lados correspondientes á las triangulaciones de cada uno de los órdenes 2.° y 3.°, se formarán *Estados* análogos á los del formulario núm. 27.

DISPOSICIONES GENERALES.

345.—Los cálculos logarítmicos correspondientes á las triangulaciones de 2.° y 3.er órdenes se harán con siete cifras en las mantisas, excepto en los casos particulares para los cuales se haya prescrito un número menor.

346.—Tanto en los números como en los logaritmos se despreciarán las cifras decimales que excedan del número prescrito para cada caso; pero si las despreciadas tienen un valor mayor que 0,5 del órden de la última admitida, se añadirá á ésta una unidad.

347.—Todo logaritmo se escribirá tal como sea, con su característica natural, para conocer el lugar de la coma en su respectivo número,

sin necesidad de buscar el origen del logaritmo.

348.—Cuando hubiere que emplear senos de ángulos menores de 0° 12′ ó cosenos de ángulos mayores 89° 48′, y lo exija la exactitud de la operacion, se obtendrán sus logaritmos haciendo uso de la tabla de senos naturales.

349.—Todos los cálculos se harán por duplicado y por distintas personas, confrontando éstas, no sólamente los resultados finales, sino los parciales en sus vários períodos, hasta obtener completa conformidad.

350.—Se calculará siempre en las hojas de papel que facilite el Instituto, escribiendo por una sola cara, y procurando que haya la necesaria claridad en las cifras, aunque estén enmendadas.

351.—Todas las bojas han de estar autorizadas con la media firma del calculador, excepto la última de cada cálculo, que ha de llevar la firma entera y la antefirma de su empleo. Los que hayan ejecutado los cálculos presentarán originales todos los papeles, aunque estén cubiertos de enmiendas y tachones, y nunca harán copias, cuyo valor es muy inferior en un archivo geodésico.

352.—Concluidos que sean los dos ejemplares del cálculo hasta donde se les haya enco-

mendado á los calculadores, y asegurados éstos de su perfecta conformidad, lo harán así constar bajo su firma en ambos ejemplares, y cada uno remitirá de oficio el suyo al Director general del Instituto Geográfico y Estadístico.





FORMULARIOS.



Formulario núm. 1.

BASE GEODÉSICA DE ____________

Primera medicion.

BAJO LA DIRECCION DE ____________________

OBSERVADORES.

Cuaderno núm. ______

Año de ______



ADVERTENCIAS.

1.ª Correccion de los cuatro termómetros = ______________________

2.ª Todas las lecturas del arco del nivel deben sufrir una correccion de ______________, debida á su error respecto del cero de la graduacion.

Dia 29 *de Junio de* ______.

POSICION 1.

h. m.
17 53

Term. n.º 1.	Term. n.º 2.	Term. n.º 3.	Term. n.º 4.
$16^{G},7$	$16^{G},9$	$16^{G},9$	$16^{G},8$

NIVEL.

5° 32′ 30″

POSICION 2.

h. m.
17 56

Term. n.º 1.	Term. n.º 2.	Term. n.º 3.	Term. n.º 4.
$16^{G},7$	$16^{G},8$	$16^{G},9$	$16^{G},8$

NIVEL.

4° 12′ 40″



Formulario núm. 2.

BASE GEODÉSICA DE ______________

Segunda medicion.

BAJO LA DIRECCION DE ______________________

OBSERVADORES.

Cuaderno núm. _______

Año de ______



POSICION 99.

			h. m.
			4 26
Term. n.° 1.	Term. n.° 2.	Term. n.° 3.	Term. n.° 4.
25°,7	29°,0	32°,8	28°,2

NIVEL.

3° 54′ 10″

POSICION 100.

			h. m.
			4 38
Term. n.° 1.	Term. n.° 2.	Term. n.° 3.	Term. n.° 4.
27°,8	31°,3	30°,6	26°,6

NIVEL.

4° 22′ 30″

El trazo de la regla ha pasado del punto de referencia y, por consiguiente, hay que restar de la longitud de dicha regla 0^m,0200 dados por la reglita adicional.

(AQUÍ LAS FIRMAS DE LOS OBSERVADORES)

BAJO LA DIRECCION DE ————

Formulario núm. 3.

Base de____________

1.ª medicion. — 1.ª seccion. 29 *Junio de*________ 17^h 53^m (1)

Posiciones de la regla.	I. (°)	I. (′)	I. (″)	c = 8.000 sen² ½ I.	t.	Posiciones de la regla.	I. (°)	I. (′)	I. (″)	c = 8.000 sen² ½ I.	t.
				mm	G					mm	G
1	+ 0	33	20	0,1880	16,72	51	— 0	46	10	0,3607	23,47
2	—	46	30	0,3659	16,70	52	— 1	4	50	0,7113	23,52
3	—	36	20	0,2234	17,02	53	— 0	35	10	0,2093	23,62
4	—	19	10	0,0622	17,05	54	—	40	00	0,2708	23,75
5	—	45	30	0,3503	17,05	55	—	51	50	0,4547	23,85
6	—	23	30	0,0935	16,97	56	— 1	5	30	0,7260	24,05
7	—	25	20	0,1086	16,92	57	— 0	45	20	0,3478	24,22
8	—	21	50	0,0807	16,92	58	—	46	00	0,3581	24,35
9	—	16	00	0,0433	16,92	59	— 1	00	40	0,6228	24,52
10	—	53	10	0,4784	16,92	60	— 0	46	00	0,3581	24,85
11	—	27	00	0,1234	16,95	61	—	43	40	0,3227	25,00
12	—	22	40	0,0869	17,07	62	—	57	40	0,5628	25,05
13	—	32	00	0,1733	17,40	63	— 1	20	20	1,0921	25,12
14	—	30	30	0,1574	17,57	64	— 1	7	10	0,7634	25,17
15	—	45	50	0,3555	17,87	65	— 0	39	00	0,2574	25,20
16	—	18	40	0,0590	18,10	66	—	56	50	0,5466	25,32
17	—	48	30	0,3981	18,40	67	—	47	10	0,3765	25,50
18	— 1	3	40	0,6860	19,05	68	— 1	00	40	0,6228	25,57

30	—		52	10	0,4605	20,97	80	—		38	30	0,2508	27,32
31	—		29	10	0,1440	21,12	81	—		59	50	0,6058	27,47
32	—	1	5	50	0,7334	21,25	82	—	1	16	00	0,9774	27,62
33	—	0	21	00	0,0746	21,45	83	—	1	2	20	0,6575	27,67
34	—		57	20	0,5563	21,55	84	—	0	21	40	0,0794	27,82
35	—		44	10	0,3301	21,67	85	—		40	30	0,2776	27,95
36	—		31	50	0,1715	21,87	86	—		34	50	0,2053	28,12
37	—		36	50	0,2296	21,97	87	—	1	1	10	0,6331	28,27
38	—	1	17	30	1,0164	22,07	88	—	0	48	00	0,3899	28,30
39	—	1	2	40	0,6646	22,17	89	—	1	18	30	1,0428	28,42
40	—	0	46	10	0,3607	22,30	90	—	0	49	40	0,4175	28,50
41	—		48	10	0,3926	22,45	91	—		39	10	0,2596	28,55
42	—		51	00	0,4402	22,52	92	—		44	30	0,3351	28,65
43	—		31	30	0,1679	22,60	93	—	1	2	30	0,6610	28,95
44	—	1	9	00	0,8057	22,70	94	—	0	46	10	0,3607	29,02
45	—		34	00	0,1956	22,75	95	—		57	40	0,5628	29,10
46	—		50	30	0,4316	22,82	96	—		50	10	0,4259	29,17
47	—		51	10	0,4430	22,87	97	—		14	40	0,0364	29,32
48	—		51	20	0,4459	22,92	98	—	1	8	40	0,7979	29,40
49	—		31	30	0,1679	23,07	99	—	1	5	20	0,7223	29,47
50	—	1	4	20	0,7004	23,25	100	—	0	43	10	0,3153	30,80
$50 F_{t_R}$					15,5394	998,55	$50 F_{t_R}$					23,8081	1333,59

$[c] = \overset{mm}{39,3475}$ $[t] = \overset{G}{2332,14}$

(AQUÍ LAS FIRMAS DE LOS CALCULADORES)

(1) Se terminó el trabajo á las $22^h\ 1^m$. *Calculado bajo la direccion de* __________

Formulario núm. 3.

Base de__________

1.ª medicion. — 1.ª seccion **29** *Junio de*________ 17[h] 53[m] (1)

Posiciones de la regla.	I.			c = 8,000 sen² ½ I.	t.	Posiciones de la regla.	I.			c = 8,000 sen² ½ I.	t.
	°	′	″	mm	G		°	′	″	mm	G
1	+ 0	33	20	0,1880	16,72	51	— 0	46	10	0,3607	23,47
2	—	46	30	0,3659	16,70	52	— 1	4	50	0,7113	23,52
3	—	35	20	0,2231	17,02	53	— 0	35	10	0,2093	23,62
4	—	19	10	0,0622	17,95	54	—	40	00	0,2708	23,75
5	—	45	30	0,3503	17,05	55	—	51	50	0,4547	23,85
6	—	23	30	0,0935	16,97	56	— 1	5	30	0,7260	24,05
7	—	25	20	0,1086	16,92	57	— 0	45	20	0,3478	24,22
8	—	21	50	0,0807	16,92	58	—	46	00	0,3581	24,35
9	—	16	00	0,0433	16,92	59	— 1	00	40	0,6228	24,52
10	—	53	10	0,1781	16,92	60	— 0	46	00	0,3581	24,85
11	—	27	00	0,1234	16,95	61	—	43	40	0,3227	25,00
12	—	22	40	0,0869	17,07	62	—	57	40	0,5628	25,05
13	—	32	00	0,1733	17,40	63	— 1	20	20	1,0921	25,12
14	—	30	30	0,1571	17,37	64	— 1	7	10	0,7634	25,17
15	—	45	50	0,3555	17,87	65	— 0	39	00	0,2574	25,20
16	—	18	40	0,0590	18,10	66	—	56	50	0,5466	25,32
17	—	48	30	0,3981	18,40	67	—	47	10	0,3765	25,50
18	— 1	3	40	0,6860	19,05	68	— 1	00	40	0,6228	25,57
19	— 0	16	50	0,3712	19,30	69	— 0	38	50	0,2552	25,70
20	—	23	00	0,0895	19,42	70	—	51	40	0,4517	25,82
21	—	18	30	0,0579	19,62	71	— 1	19	50	1,0785	26,05

32	— 1	6	40	0,7521	25,70	82	— 1	16	00	0,9774	27,12
33	— 0	26	40	0,1203	25,60	83	— 0	55	50	0,5275	27,50
34	—	43	20	0,3178	25,55	84	—	32	30	0,1787	27,62
35	—	42	20	0,3033	25,52	85	—	37	40	0,2401	27,80
36	—	33	00	0,1843	25,70	86	—	40	10	0,2730	27,92
37	—	57	00	0,5493	25,97	87	—	54	40	0,5057	28,05
38	—	59	10	0,5924	26,27	88	—	55	40	0,5244	28,22
39	— 1	17	30	1,0164	26,60	89	—	55	00	0,5119	28,32
40	— 0	36	50	0,2296	27,20	90	— 1	0	30	0,6194	28,60
41	—	47	00	0,3738	27,77	91	— 0	48	10	0,4008	28,67
42	—	39	30	0,2640	28,25	92	—	46	10	0,3607	28,60
43	—	45	00	0,3427	28,77	93	—	54	00	0,4935	28,50
44	— 1	7	10	0,7634	29,15	94	—	42	40	0,3081	28,37
45	— 0	48	00	0,3899	29,42	95	—	51	20	0,4459	28,37
46	—	32	40	0,1806	29,72	96	—	54	10	0,4965	28,65
47	—	41	40	0,2938	29,90	97	—	20	40	0,0723	28,75
48	— 1	2	40	0,6346	30,00	98	— 1	6	40	0,7521	28,77
49	— 0	44	10	0,3301	30,05	99	— 1	5	00	0,7150	28,82
50	—	59	50	0,6058	30,07	100	— 0	36	40	0,2275	28,97
$50\,F_{t_R}$				14,9890	1326,59	$50\,F_{t_R}$				23,0385	1428,13

$[c'] = 38{,}0275^{\text{mm}}$ $[t'] = 2754{,}72^{\text{G}}$ $d = -0{,}0200^{\text{m}}$

(AQUÍ LAS FIRMAS DE LOS CALCULADORES)

(1) Se terminó el trabajo á las $4^h\,38^m$. *Calculado bajo la direccion de* ____________

Formulario núm. 4.

Base de____________

2.ª medicion. — 1.ª seccion. 3 *Julio de________* 2^h 27^m (1)

Posiciones de la regla.	I'.			$c' = 8.000 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} \mathbf{I}'$.	t'.	Posiciones de la regla	I'.			$c' = 8.000 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} \mathbf{I}'$.	t'.
	°	′	″	mm	G		°	′	″	mm	G
1	+ 0	22	20	0,0844	25,95	51	—	40	00	0,2798	30,55
2	—	37	50	0,2422	25,97	52	— 1	7	50	0,7787	30,47
3	—	35	20	0,2113	26,00	53	— 0	35	30	0,2133	30,35
4	—	14	50	0,0372	25,87	54	—	37	40	0,2401	30,25
5	—	46	40	0,3685	25,82	55	—	58	50	0,5858	30,15
6	—	15	40	0,0415	25,77	56	— 1	3	30	0,6824	30,15
7	—	40	00	0,2708	25,77	57	— 0	53	30	0,4844	30,30
8	—	31	00	0,1626	25,80	58	—	22	10	0,0832	30,47
9	—	10	50	0,0199	25,75	59	— 1	1	00	0,6297	30,50
10	—	49	50	0,2822	25,70	60	— 0	48	40	0,4008	30,50
11	—	21	10	0,0758	25,70	61	— 1	00	40	0,6228	30,45
12	—	30	30	0,1574	25,72	62	— 0	57	10	0,5530	30,22
13	—	41	40	0,2933	25,72	63	— 1	13	10	0,9059	30,10
14	—	24	10	0,0988	25,70	64	— 1	6	40	0,7521	29,82
15	—	44	10	0,3301	25,60	65	— 0	33	20	0,1880	29,75
16	—	23	30	0,0935	25,65	66	—	56	20	0,5370	29,62
17	—	34	40	0,2034	25,65	67	—	51	40	0,4517	29,27
18	— 1	6	00	0,7372	25,67	68	— 1	5	40	0,7297	28,82
19	— 0	52	00	0,4576	25,70	69	— 0	39	30	0,2640	28,32
20	—	32	50	0,1824	25,75	70	—	44	10	0,3311	27,82
21	—	18	30	0,0579	25,80	71	— 1	7	[illegible]	[illegible]	[illegible]

29	— 27 20	0,1264	25,72	79	— 0 15 40	0,0415	26,55
30	— 46 30	0,3659	25,67	80	— 42 30	0,3057	26,70
31	— 40 00	0,2703	25,72	81	— 52 20	0,4635	26,90
32	— 1 6 40	0,7521	25,70	82	— 1 16 00	0,9774	27,12
33	— 0 26 40	0,1203	25,60	83	— 0 55 50	0,5275	27,50
34	— 43 20	0,3178	25,55	84	— 32 30	0,1787	27,62
35	— 42 20	0,3033	25,52	85	— 37 40	0,2401	27,80
36	— 33 00	0,1843	25,70	86	— 40 10	0,2730	27,92
37	— 57 00	0,5493	25,97	87	— 54 40	0,5057	28,05
38	— 59 10	0,5924	26,27	88	— 55 40	0,5214	28,22
39	— 1 17 30	1,0164	26,60	89	— 55 00	0,5119	28,32
40	— 0 36 50	0,2296	27,20	90	— 1 0 30	0,6194	28,60
41	— 47 00	0,3738	27,77	91	— 0 48 10	0,4008	28,67
42	— 39 30	0,2640	28,25	92	— 46 10	0,3607	28,60
43	— 45 00	0,3427	28,77	93	— 54 00	0,4935	28,50
44	— 1 7 10	0,7634	29,15	94	— 42 40	0,3081	28,37
45	— 0 48 00	0,3899	29,42	95	— 51 20	0,4459	28,37
46	— 32 40	0,1806	29,72	96	— 54 10	0,4965	28,65
47	— 41 40	0,2938	29,90	97	— 20 40	0,0723	28,75
48	— 1 2 40	0,6646	30,00	98	— 1 6 40	0,7521	28,77
49	— 0 44 10	0,3301	30,05	99	— 1 5 00	0,7150	28,82
50	— 59 50	0,6058	30,07	100	— 0 36 40	0,2275	28,97
$50 F_{t_R}$		14,9890	1326,59	$50 F_{t_R}$		23,0385	1428,13

$[c'] = \overset{mm}{38,0275}$ $[t'] = \overset{G}{2754,72}$ $d = -\overset{m}{0,0200}$

(AQUÍ LAS FIRMAS DE LOS CALCULADORES)

(1) Se terminó el trabajo á las $4^h 38^m$. *Calculado bajo la direccion de*__________

Formulario núm. 5.

RED GEODÉSICA DE 1.er ÓRDEN.

AZIMUTALES.

Estacion de ______________________
Consta de ____ **cuaderno** ______________
Cuaderno núm. ____________________
Instrumento usado ________________

OBSERVADOR.

____

____

AÑO DE 18____

Recibido el ______ *de* ______________ *de* 18_____
con el oficio del Sr. ______________________
de ________ *de* ___________________________

NÚM. _________ **DEL REGISTRO GENERAL.**

ADVERTENCIAS.

1 de los tambores micrométricos = 2",0

Se estacionó sobre un pilar separado del vértice.

Los datos de reduccion son: $a = 6^m,74$ y el ángulo, señal, pilar, Pinavete = 359°—57'

Direcciones observadas. .	Peña-gorda (Tablero). Pinavete (Heliotropo en la vertical). Jara (Heliotropo). Peña-alta (Señal).

ESTACIO

Mes de Mayo de 1868.

Número.	Dias.	Horas.	Minutos.	C.º á la	OBJETOS.	Visibilidad.	Grad
1	5	17	20	I	Peña-gorda (T)	R	8
					Pinavete (H)	R	1
					Peña-alta (S)	R	2
2			40		Peña-alta (S)	R	
					Pinavete (H)	R	
					Peña-gorda (T)	R	
3			58	D	Peña-gorda (T)	R	2
					Pinavete (H)	R	3
					Jara (H)	R	[illegible]
					Peña-alta (S)	R	[illegible]
4		18	16		Peña-alta (S)	R	
					Jara (H)	R	

OBSERVADOR:

ÍA-BLANCA.

croscopio I.		Microscopio II			Promedios.			Diferencias.		
V	P	D	V	P	°	'	"	°	'	"
0	57,2	8	1	47,0	86	34	44,2	0	0	0,0
0	28,9	7	1	20,0	137	29	48,9	50	55	4,7
0	49,4	14	1	57,4	258	58	46,8	172	24	2,6
0	49,6	14	1	57,4	258	58	47,0	172	24	0,7
0	28,5	7	1	18,8	137	29	47,3	50	55	1,0
0	58,3	8	1	48,0	86	34	46,3	0	0	0,0
0	10,0	1	1	19,9	274	5	29,9	0	0	0,0
1	52,5	0	0	43,8	325	0	36,3	50	55	6,4
0	47,2	2	1	32,0	44	10	19,2	130	4	49,3
0	24,6	7	1	7,7	83	29	32,3	172	24	2,4
0	24,6	7	1	7,5	86	29	32,1	172	24	1,9
0	48,1	2	1	31,7	44	10	19,8	130	4	49,6

NOTAS

Formulario núm. 5 *(segundo)*.

RED GEODÉSICA DE 1.er ÓRDEN.

Estacion de ______________
Consta de ______ **cuadernos.**
Cuaderno núm. ______.
Instrumento usado, ______________

OBSERVADOR.

____

____

AÑO DE 18 ______

Recibido el ______ *de* ______________ *de* 18 ______
con el oficio del Sr. ______________
de ______ *de* ______________

NÚM. ______ DEL REGISTRO GENERAL.



ADVERTENCIAS.

Una parte del tambor del M.º	I *vale*	1″,0
	II	1″,0
	III	1″,0
	IV	1″,0
	PROMEDIO...	1″,0

Una parte del tambor del ocular vale 1″,1 *y su graduacion es directa respecto á la del limbo en la posicion de C I, é inversa en la de C D.*

Direcciones observadas. .	Desierto	(Heliotropo).
	Montsiá .	(id.
	Mongo	(id.)

ESTACI

Mes de Marzo de 1878.

Número.	Dias.	Horas.	Minutos.	C.° á la	OBJETOS.	Visib.d	I
1	24	19	40	I	Desierto (H)	B	
					Montsiá (H)	M B	6

OBSERVADOR

UMBRETES.

	Ocular.	Microscopios.			Promedios.			Diferencias.		
	p		v	p	°	′	″	°	′	″
	97,7	I	1	56,9						
	98,2	II	1	62,8						
	95,9	III	1	67,7						
	95,5	IV	1	54,2						
nas. . .										
medios										
	98,7	I	3	34,9						
	97,8	II	3	42,7						
	97,9	III	3	40,8						
	96,9	IV	3	30,9						
nas. . .										
medios										

NOTAS.



Formulario núm. 6.

RED GEODÉSICA DE 1.er ÓRDEN.

ZENITALES.

Estacion de_______________________________
Consta de _____ cuaderno.
Cuaderno núm. _____.
Instrumento usado__________________.

OBSERVADOR.

AÑO DE 18

Recibido el____ de________________ de 18__.
con el oficio del Sr.__________________________.
de ______de__________________________

NÚM. _____DEL REGISTRO GENERAL.



ADVERTENCIAS.

1^{P} de los tambores micrométricos = 2″,0
1^{D} del nivel lateral = 2″,10
Se estacionó sobre el pilar vértice.

Datos para la reduccion á los puntos vértices.

	Altura del centro del ocular sobre la referencia inferior del observatorio.	m 7,15
Columnas *(Tablero).*	Altura del punto observado sobre la referencia inferior de la señal..	7,00
Crucero *(Cúspide de la señal).*	Id. de id. id..	5,50
Santa Paula *(Heliotropo).*	Id. de id. sobre la inferior del observatorio..	1,89
Santa Teresa *(Base de la señal).*	Id de id. id. de la señal.	0,00

ESTA(

Mes de Mayo de 1868.

Número.	Dias.	Horas.	Minutos.	C.º á la	OBJETOS.	Vis.d	NIVEL.	
							Iz-quierda	De-recha
							p	p
1	8	3	48	I	Sta. Paula (B)	B	26,0	55,2
				D		B	31,2	60,2
2			52	D		B	31,2	60,2
				I		B	25,2	54,2
1		4	10	I	Columnas (T)	B	31,4	61,0
				D		B	31,4	61,0
2			16	D		B	31,4	61,1
				I		B	26,5	56,5
3	9	2	11	I	Columnas (T)	B	32,3	63,0
				D		R	31,5	62,1
4			20	D		R	31,8	62,3
				I		R	32,2	63,0

OBSERVADOR:

57		1	15	D	38	30	0,0	—	—	24	2,4*
53			31				0,0	—	—		0,6*
59			48	I	226	0	0,0	—	—		2,7*

Instrumento usado:

DATOS DE REDUCCION.

a. . . . . = $6^{m},74$

α para Pinavete.. . . . . = 359° 57′

NOTA. Los valores de Peña-Alta marcados con asterisco se han obtenido apuntando á un heliotropo colocado sobre un pilar, y se han reducido á la señal, siendo la correccion de. + 3″,3

Los datos para obtenerla han sido en Peña-Alta. . . . . . $\left\{ \begin{array}{l} a = 5^{m},05 \\ \alpha = 170^{\circ}\ 36' \end{array} \right.$

(a) El heliotropo no estuvo colocado en la vertical del vértice; por lo tanto debe sufrir esta direccion la correccion de. . — 10″,6302

Los datos para obtenerla han sido en Jara. . . . . $\left\{ \begin{array}{l} a = 3^{m},50 \\ \alpha = 281^{\circ}\ 49' \end{array} \right.$

Observador:

DIRECCIONES MÁS PROBABLES EN LA ESTACION AISLADA.

(REDUCIDAS Á LOS VÉRTICES.)

	°	′	″
Peña-Gorda.	0	0	0,000
Pinavete..	50	55	35,927
Jara.	130	5	28,010
Peña-Alta.	172	24	56,371

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

El—————— El——————



57		1 15	D	38 30	0,0			
58		31			0,0	—	—	
59		48	I	226 0	0,0	—	—	2,7*

Instrumento usado:

DATOS DE REDUCCION.

a. . . . . = $6^{m},74$

α para Pinavete.. . . . . = 359° 57′

NOTA. Los valores de Peña-Alta marcados con asterisco se han obtenido apuntando á un heliotropo colocado sobre un pilar, y se han reducido á la señal, siendo la correccion de. . . . . + 3″,3

Los datos para obtenerla han sido en Peña-Alta. . . . . . { a = $5^{m},05$; α = 170° 36′

(a) El heliotropo no estuvo colocado en la vertical del vértice; por lo tanto debe sufrir esta direccion la correccion de. . — 10″,6302

Los datos para obtenerla han sido en Jara. . . . . { a = $3^{m},50$; α = 281° 49′

Observador:

DIRECCIONES MÁS PROBABLES EN LA ESTACION AISLADA.

(REDUCIDAS Á LOS VÉRTICES.)

	°	′	″
Peña-Gorda.	0	0	0,000
Pinavete..	50	55	35,927
Jara.	130	5	28,010
Peña-Alta.	172	24	56,371

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

El—————————— El——————————



Formulario núm. 9.

ESTACION DE PEÑA-BLANCA.

FORMACION DE LAS ECUACIONES FINALES.

− 2,2	= (22) A	+ 2,5500	− 5,5000 A	− 5,5000 B	− 5,5000 C
+ 0,4	= (2)	− 0,4333	− 0,6667	− 6,6667	——
− 10,3	= (10)	− 5,4333	− 3,3333	——	− 3,3333
+ 1,6	= (11)	+ 0,8000	− 5,5000	——	——
0,0	= (6)	+ 0,1667	− 2,0000	− 2,0000	− 2,0000
0,0	= (2)	− 2,0000	− 1,0000	——	− 1,0000
− 10,5	= (53)	− 4,3499	−18,0000	− 8,1667	−11,8333
−6,1501	=		+35,0000 A	− 8,1667 B	−11,8333 C

+ 0,2	= (22) B	+ 2,5500	− 5,5000 A	− 5,5000 B	− 5,5000 C
− 1,7	= (2)	− 0,4333	− 0,6667	− 0,6667	——
+ 4,3	= (6)	+ 0,1667	− 2,0000	− 2,0000	− 2,0000
+ 2,8	= (30)	+ 2,2834	− 8,1667	− 8,1667	− 7,5000
+0,5166	=		− 8,1667 A	+21,8333 B	− 7,5000

+ 12,2	= (22) C	+ 2,5500	− 5,5000 A	− 5,5000 B	− 5,5000 C
− 6,0	= (10)	− 5,4333	− 3,3333	——	− 3,3333
+ 2,6	= (6)	+ 1,3000		——	− 3,0000
− 3,8	= (6)	+ 0,1667	2,0000	− 2,0000	− 2,0000
− 4,0	= (2)	− 2,0000	− 1,0000	——	− 1,0000
+ 1,0	= (46)	− 3,4166	−11,8333	− 7,5000	−14,8333
+4,4166	=		−11,8333 A	− 7,5000 B	+31,1667 C

ECUACIONES FINALES.

− 6,1501	=	+ 35,0000 A	− 8,1667 B	− 11,8333 C
+ 0,5166	=	− 8,1667	+21,8333	− 7,5000
+ 4,4166	=	− 11,8333	− 7,5000	+ 31,1667

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

El __________________ *El* __________________

ESTACI

Resolucion

$[a\ n] = -\ 6{,}1501$	$[a\ a] = +\ 35{,}0$
$\log\ [a\ n] = 0{,}78888218\ n$	$\log\ [a\ a] = 1{,}54406$
$\log \frac{[a\ n]}{[a\ a]} = \bar{1}{,}24481414\ n$	
$\frac{[a\ n]}{[a\ a]} = -\ 0{,}1757''$	
$-\ B\ \frac{[a\ b]}{[a\ a]} = -\ 0{,}0005$	$[b\ n] = +\ 0{,}5$
$-\ C\ \frac{[a\ c]}{[a\ a]} = +\ 0{,}0288$	$-\ \frac{[a\ b]}{[a\ a]}\ [a\ n] = -\ 1{,}4$
$A = -\ 0{,}1474''$	$[b\,n\,1] = -\ 0{,}9$
	$\log\ [b\,n\,1] = \bar{1}{,}96303$
	$\log \frac{[b\,n\,1]}{[b\,b\,1]} = \bar{2}{,}66357$
	$\frac{[b\,n\,1]}{[b\,b\,1]} = -\ 0{,}0''$
	$C\ \frac{[b\,c\,1]}{[b\,b\,1]} = +\ 0{,}0$
	$B = -\ 0{,}0''$

BLANCA.

ones finales.

$[a\,b] = -\ 8{,}1667$	$[a\,c] = -\ 11{,}8333$
og $[a\,b] = 0{,}91204660_n$	$\log\ [a\,c] = 1{,}07310587_n$
og $\frac{[a\,b]}{[a\,a]} = \bar{1}{,}36797856_n$	$\log \frac{[a\,c]}{[a\,a]} = \bar{1}{,}52903783_n$
og B $= \bar{3}{,}34242268_n$	$\log$ C $= \bar{2}{,}93044613$
g B $\frac{[a\,b]}{[a\,a]} = \bar{4}{,}71040124$	$\log$ C $\frac{[a\,c]}{[a\,a]} = \bar{2}{,}45948396_n$
$[b\,b] = +\ 21{,}8333$	$[b\,c] = -\ 7{,}5000$
$\frac{[a\,b]}{[a\,a]}\ [a\,b] = -\ 1{,}9056$	$-\frac{[a\,b]}{[a\,a]}\ [a\,c] = -\ 2{,}7611$
$[b\,b\,1] = +\ 19{,}9277$	$[b\,c\,1] = -\ 10{,}2611$
g $[b\,b\,1] = 1{,}29945717$	$\log\ [b\,c\,1] = 1{,}01119392_n$
	$\log \frac{[b\,c\,1]}{[b\,b\,1]} = \bar{1}{,}71173675_n$
	$\log$ C $= \bar{2}{,}93044613$
	$\log$ C $\frac{[b\,c\,1]}{[b\,b\,1]} = \bar{2}{,}64218288_n$
$[c\,n] = +\ 4{,}4166$	$[c\,c] = +\ 31{,}1667$
$\frac{[a\,c]}{[a\,a]}\ [a\,n] = -\ 2{,}0793$	$-\frac{[a\,c]}{[a\,a]}\ [a\,c] = -\ 4{,}0008$
$[c\,n\,1] = +\ 2{,}3373$	$[c\,c\,1] = +\ 27{,}1659$
$\frac{[b\,c\,1]}{[b\,b\,1]}\ [b\,n\,1] = -\ 0{,}4729$	$-\frac{[b\,c\,1]}{[b\,b\,1]}\ [b\,c\,1] = -\ 5{,}2836$
$[c\,n\,2] = +\ 1{,}8644$	$[c\,c\,2] = +\ 21{,}8823$
g $[c\,n\,2] = 0{,}27053909$	$\log\ [c\,c\,2] = 1{,}34009296$
g $\frac{[c\,n\,2]}{[c\,c\,2]} = \bar{2}{,}93044613$	
$\frac{[c\,n\,2]}{[c\,c\,2]} = +\ 0{,}0852$	
C $= +\ 0{,}0852$	

El

ESTACION

Resolucion d

[a n] = − 6,1501	[a a] = + 35,000
$\frac{[a\ n]}{[a\ a]} = -$ 0″,1757	
$- B \frac{[a\ b]}{[a\ a]} = -$ 0,0005	[b n] = + 0,516
$- C \frac{[a\ c]}{[a\ a]} = +$ 0,0288	$-\frac{[a\ b]}{[a\ a]}$ [a n] = − 1,435
A = − 0″,1474	[b n 1] = − 0,918
	$\frac{[b\ n\ 1]}{[b\ b\ 1]} = -$ 0″,046
	$- C \frac{[b\ c\ 1]}{[b\ b\ 1]} = +$ 0,043
	B = − 0″,002

A-BLANCA.

...ciones finales.

$[a\ b] = -\ 8{,}1667$ $\frac{[a\ b]}{[a\ a]} = -\ 0{,}2333343$	$[a\ c] = -\ 11{,}8333$ $\frac{[a\ c]}{[a\ a]} = -\ 0{,}3380943$
$[b\ b] = +\ 21{,}8333$ $\frac{[a\ b]}{[a\ a]}[a\ b] = -\ 1{,}90557$ $[b\,b\,1] = +\ 19{,}92773$	$[b\ c] = -\ 7{,}5000$ $-\frac{[a\ b]}{[a\ a]}[a\ c] = -\ 2{,}76111$ $[b\,c\,1] = -\ 10{,}26111$ $\frac{[b\,c\,1]}{[b\,b\,1]} = -\ 0{,}5149161$
$[c\ n] = +\ 4{,}4166$ $\frac{[a\ c]}{[a\ a]}[a\ n] = -\ 2{,}0793$ $[c\,n\,1] = +\ 2{,}3373$ $\frac{[b\,c\,1]}{[b\,b\,1]}[b\,n\,1] = -\ 0{,}4729$ $[c\,n\,2] = +\ 1{,}8644$ $\frac{[c\,n\,2]}{[c\,c\,2]} = +\ 0{,}0852$ ″ $C = +\ 0{,}0852$	$[c\ c] = -\ 31{,}1667$ $-\frac{[a\ c]}{[a\ a]}[a\ c] = -\ 4{,}00077$ $[c\,c\,1] = +\ 27{,}16593$ $-\frac{[b\,c\,1]}{[b\,b\,1]}[b\,c\,1] = -\ 5{,}28361$ $[c\,c\,2] = +\ 21{,}88232$

El ______________________

Formulario núm. 11.

ESTACION DE PEÑA-BLANCA.

Sustitucion de los valores de las incógnitas en las ecuaciones finales.

		a	b	c
A = — 0,1474	*a*	— 5,159000	+ 1,203772	+ 1,744228
B = — 0,0022	*b*	+ 0,017967	— 0,048033	+ 0,016500
C = + 0,0852	*c*	— 1,008197	— 0,639000	+ 2,655403
		— 6,149230	+ 0,516739	+ 4,416131
Constantes. . . .		— 6,1501	+ 0,5166	+ 4,4166
Diferencias. . . .		0,0009	0,0001	0,0005

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

El ________________ *El* ________________

Formulario núm. 12.

ESTACION DE PEÑA-BLANCA.

Reducciones á los vértices.

CÁLCULO DE C.	VÉRTICES.	Direcciones en el pilar de observacion.	CÁLCULO de las correcciones.	Direcciones reducidas á los vértices.
	Peña-Gorda	0° 0′ 0″,0000	$\log c \ldots = 6{,}14308503$ $\log \operatorname{sen} \alpha = \bar{1}{,}89030273\ n$ $c.\log A \ldots = \bar{5}{,}48650239$ $\log x \ldots = 1{,}51989015\ n$ $x \ldots = -33''{,}1047$	359° 59′ 26″,8953
	Pinavete. . .	50 55 2,8526	$\log c \ldots = 6{,}14308503$ $\log \operatorname{sen} \alpha = \bar{4}{,}94084732\ n$ $c.\log A \ldots = \bar{5}{,}39516474$ $\log x \ldots = \bar{2}{,}47909709\ n$ $x \ldots = -0''{,}0301$	50 55 2,8225
$a \ldots = 6{,}74$ $\log a \ldots = 0{,}82863990$	Peña-Blanca	50 58 2,8526		

	Jara.	130 4 44,9978	log x. . = 1,81254681 x. . = + 20",5375 x'. . = − 10,6302 + 9",9073	130 4 54,9051
	Peña-Alta. .	172 24 0,0852	log c. . . = 6,14308503 log sen α = $\bar{1}$,93107861 c. log A. . = $\bar{5}$,29097981 log x. . = 1,36514345 x. . = + 23",1816	172 24 23,2668

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

El————————— *El*—————————

ESTAC

Resolucion

$[a\ n] = +\ 1{,}0000$	$[a\ a] = +\ 35{,}$
$\log\ [a\ n] = 0{,}00000000$	$\log\ [a\ a] = 1{,}5440$
$\log \frac{[a\ n]}{[a\ a]} = \bar{2}{,}45593193$	
$\frac{[a\ n]}{[a\ a]} = +\ 0{,}02857$	
$-\alpha\ \beta\ \frac{[a\ b]}{[a\ a]} = +\ 0{,}00525$	$[b\ n] = \quad 0{,}0$
$-\alpha\ \gamma\ \frac{[a\ c]}{[a\ a]} = +\ 0{,}00708$	$\log\ [b\,n\,1] = \bar{1}{,}36797$
$\alpha\ \alpha = +\ 0{,}04090$	$\log \frac{[b\,n\,1]}{[b\,b\,1]} = \bar{2}{,}06852$
	$\frac{[b\,n\,1]}{[b\,b\,1]} = +\ 0{,}0$
	$-\alpha\ \gamma\ \frac{[b\,c\,1]}{[b\,b\,1]} = +\ 0{,}0$
	$\alpha\ \beta = +\ 0{,}0$

...aciones preparatorias.

$[a\ b] = -\ 8{,}1667$	$[a\ c] = -\ 11{,}8333$
$\log\,[a\ b] = 0{,}91204669$	$\log\,[a\ c] = 1{,}07310587$
$\log \dfrac{[a\ b]}{[a\ a]} = \bar{1}{,}36797856_n$	$\log \dfrac{[a\ c]}{[a\ a]} = \bar{1}{,}52903783_n$
$\log\ \alpha\ \beta = \bar{2}{,}35198946$	$\log\ \alpha\ \gamma = \bar{2}{,}32099963$
$\log \alpha\beta \dfrac{[a\ b]}{[a\ a]} = \bar{3}{,}71996802_n$	$\log\ \alpha\ \gamma \dfrac{[a\ c]}{[a\ a]} = \bar{3}{,}85003746_n$
$[b\ b] = +\ 21{,}8333$	$[b\ c] = -\ 7{,}5000$
$-\dfrac{[a\ b]}{[a\ a]}\,[a\ b] = -\ 1{,}90557$	$-\dfrac{[a\ b]}{[a\ a]}\,[a\ c] = -\ 2{,}76111$
$[b\,b\,1] = +\ 19{,}92773$	$[b\,c\,1] = -\ 10{,}26111$
$\log\,[b\,b\,1] = 1.29945783$	$\log\,[b\,c\,1] = 1{,}01119435_n$
	$\log \dfrac{[b\,c\,1]}{[b\,b\,1]} = \bar{1}{,}71173652_n$
	$\log\ \alpha\ \gamma = \bar{2}{,}32099963$
	$\log \alpha\,\gamma \dfrac{[b\,c}{[b\,b\,1]} = \bar{2}{,}03273615_n$
$[c\ n] = 0{,}0000$	$[c\ c] = +\ 31{,}1667$
$[c\,n\,1] = +\ 0{,}33809$	$-\dfrac{[a\ c]}{[a\ a]}\,[a\ c] = -\ 4{,}00077$
$-\dfrac{[b\,c\,1]}{[b\,b\,1]}\,[b\,n\,1] = +\ 0{,}12015$	$[c\,c\,1] = +\ 27{,}16593$
$[c\,n\,2] = +\ 0{,}45824$	$-\dfrac{[b\,c\,1]}{[b\,b\,1]}\,[b\,c\,1] = -\ 5{,}28361$
$\log\,[c\,n\,2] = \bar{1}{,}66109300$	$[c\,c\,2] = +\ 21{,}88232$
$\log \dfrac{[c\,n\,2]}{[c\,c\,2]} = \bar{2}{,}32099964$	$\log\ [c\,c\,2] = 1{,}34009836$
$\dfrac{[c\,n\,2]}{[c\,c\,2]} = +\ 0{,}02094$	
$\alpha\ \gamma = +\ 0{,}02094$	

El

Formulario núm. 13 (*continuacion*).

ESTACION DE PEÑA-BLANCA.

Resolucion de las ecuaciones preparatorias.

$bn1 = +1,00000$		$cn1 = 0,00000$	
	$\log bb1 = 1,29945783$		$\log cc2 = 1,34009336$
	$\log bn1 = 0,00000000$		$\log cn2 = 1,71173652$
$\frac{bn1}{bb1} = +0,05018$	$\log \frac{bn1}{bb1} = \bar{2},70054217$		
$-\beta\gamma \frac{bc1}{bb1} = +0,01212$	$\log \frac{bc1}{bb1} = \bar{1},71173652n$	$\frac{cn2}{cc2} = -0,02353$	$\log \frac{cn2}{cc2} = \bar{2},37164316$
$\beta\beta = +0,06230$	$\log \beta\beta = \bar{2},79448805$	$\beta\gamma \quad +0,02353$	$\log \beta\gamma = \bar{2},37164316$
		$cn2 = +1,00000$	
			$\log cc2 = 1,34009336$
			$\log cn2 = 0,00000000$
		$\frac{cn2}{cc2} = +0,04570$	$\log \frac{cn2}{cc2} = \bar{2},65990664$
		$\gamma\gamma = +0,04570$	$\log \gamma\gamma = \bar{2},65990664$

El ____________________

For

ESTAC

Resolucion

$[a\ n] = +\ 1{,}0000$	$[a\ a] = +\ 3$
$\frac{[a\ n]}{[a\ a]} = +\ 0{,}02857$	
$-\alpha\ \beta\ \frac{[a\ b]}{[a\ a]} = +\ 0{,}00325$	
$-\alpha\ \gamma\ \frac{[a\ c]}{[a\ a]} = +\ 0{,}00708$	$[b\ n] =$
$\alpha\ \alpha = +\ 0{,}04090$	$-\frac{[a\ b]}{[a\ a]}[a\ n] = +\ 0$
	$[b\,n\,1] = +\ 0$
	$\frac{[b\,n\,1]}{[b\,b\,1]} = -\ 0,$
	$-\alpha\ \gamma\ \frac{[b\,c\,1]}{[b\,d\,1]} = +\ 0,$
	$\alpha\ \beta = +\ 0,$

...m. 13 *(segundo).*

...EÑA-BLANCA.

...cuaciones preparatorias.

$[a\ b] = -\ 8{,}1667$	$[a\ c] = -\ 11{,}8333$
$\frac{[a\ b]}{[a\ a]} = -\ 0{,}2333343$	$\frac{[a\ c]}{[a\ a]} = -\ 0{,}3380943$
$[b\ b] = +\ 21{,}8333$	$[b\ c] = -\ 7.5000$
$-\frac{[a\ b]}{[a\ a]}[a\ b] = -\ 1{,}90557$	$-\frac{[a\ b]}{[a\ a]}[a\ c] = -\ 2{,}76111$
$[b\,b\,1] = +\ 19.92773$	$[b\,c\,1] = -\ 10{,}26111$
	$\frac{[b\,c\,1]}{[b\,b\,1]} = -\ 0{,}5149161$
$[c\ n] = 0{,}0000$	$[c\ c] = +\ 31{,}1667$
$-\frac{[a\ c]}{[a\ a]}[a\ n] = +\ 0{,}33809$	$-\frac{[a\ c]}{[a\ a]}[a\ c] = -\ 4{,}00077$
$[c\,n\,1] = +\ 0{,}33809$	$[c\,c\,1] = +\ 27.16593$
$-\frac{[b\,c\,1]}{[b\,b\,1]}[b\,n\,1] = +\ 0{,}12015$	$-\frac{[b\,c\,1]}{[b\,b\,1]}[b\,c\,1] = -\ 5{,}28361$
$[c\,n\,2] = +\ 0{,}45824$	$[c\,c\,2] = +\ 21.88232$
$\frac{[c\,n\,2]}{[c\,c\,2]} = +\ 0{,}02094$	
$\alpha\ \gamma = +\ 0{,}02091$	

El ———————

Formulario núm. 13 *(segundo) (continuacion).*

ESTACION DE PEÑA-BLANCA.

Resolucion de las ecuaciones preparatorias.

$bn1 = +1{,}00000$ $\frac{bn1}{bb1} = +0{,}05018$ $-\beta\gamma\frac{bc1}{bb1} = +0{,}01212$ $\beta\beta = +0{,}06230$	$\log bb1 = +19{,}92773$ $\frac{bc1}{bb1} = -0{,}5149161$	$cn1 = 0{,}00000$ $\frac{cn2}{cc2} = +0{,}02353$ $\beta\gamma = +0{,}02353$	$cc2 = +21{,}88232$ $cn2 = +0{,}5149161$
		$cn2 = +1{,}00000$ $\frac{cn2}{cc2} = +0{,}04570$ $\gamma\gamma = +0{,}04570$	$cc2 = +21{,}88232$

El ____________________

Formulario núm. 14.

ESTACION DE PEÑA-BLANCA.

Sustitucion de los valores de las incógnitas en las ecuaciones preparatorias.

		a	b	c
αα = + 0,04090 αβ = + 0,02249 αγ = + 0,02094	a b c	+ 1,4315000 − 0,1836691 − 0,2477893	− 0,3340180 + 0,4910309 − 0,1570500	− 0,4839820 − 0,1686750 + 0,6526307
		+ 1,0000416	− 0,0000371	− 0,0000263
	ββ = + 0,06230 βγ = + 0,02353	b1 c1	+ 1,2414976 − 0,2414439	− 0,6392672 + 0,6392143
			+ 1,0000537	− 0,0000529
		γγ = + 0,04570	c2	+ 1,0000220
				+ 1,0000220

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

*El*________________ *El*________________

Formulario núm. 15.

ESTADO GENERAL

DE LAS DIRECCIONES MÁS PROBABLES, REDUCIDAS Á LOS VÉRTICES, EN CADA ESTACION AISLADA.

ESTACIONES.	VÉRTICES OBSERVADOS.	Número de observaciones.	DIRECCIONES.		
			°	'	"
Peña-Blanca. .	Peña-Gorda. .	51	0	0	0,000
	Pinavete. . . .	53	50	55	35,927
	Jara.	30	130	5	28,010
	Peña-Alta. . .	46	172	24	56,371
Crucero. . . .	Majada.	82	0	0	0,000
	Aiton.	50	12	41	3,520
	Santa Paula. .	58	65	47	23,330
	Torre.	56	110	48	3,962
	Santa Teresa.	50	141	18	33,094
	Columnas. . .	64	161	38	26,856
	Espinal.	56	195	28	50,359
	Cavoche.	62	263	27	45,556
Santa Paula. .	Majada.	146	0	0	0,000
	Aiton.	76	41	2	42,228
	Torres	56	224	8	50,573
	Columnas. . .	50	251	48	15,807
	Crucero.	74	301	33	29,731
Majada.	Aiton.	84	0	0	0,000
	Santa Paula. .	62	100	17	29,575
	Crucero.	48	156	3	38.538
	Cavoche.	58	197	29	32,968

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

El ____________________ *El* ____________________

Form

CÁLCULO DE TRIÁNGULOS DE LA CA

VÉRTICES.	ÁNGULOS						LOGAR
NOMBRES.	ESFÉRICOS.			PLANOS.			de los s
	°	'	"	°	'	"	
V Crucero.. . .	65	47	23,330	65	47	22,442	$\bar{1}$,9600
D Santa Paula.	58	26	30,269	58	26	29,382	$\bar{1}$,9304
I Majada. . . .	55	46	9,033	55	46	8,176	$\bar{1}$,917
	180	0	2,632	180	0	0,000	
Triáng. n.º___			2,277	= Exceso esférico.			
			+ 0,385	= Error.			

6.

—— DE——

CÁLCULO de la ...ITUD DE LOS LADOS.		LADOS.	CÁLCULO del EXCESO ESFÉRICO.
. . . . .	= 4,53222618	34058,55 m	log VI. . . = 4,50270342
sen V..	= 0,03998352		log VD. . = 4,48959742
n D. . .	= $\bar{1}$,93049372		log sen V = 1,96001648
			log *K*. . . = $\bar{9}$,40509353
. . . . .	= 4,50270342	31820,24	
			log ε. . . = 0,35741385
+ sen V }	= 4,57220970		ε.. . . = 2,227
n I.. . .	= $\bar{1}$,91738772		
D.. . . .	= 4,48959742	30874,32	

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

El —— *El* ——

Form

CÁLCULO DE LOS TRIÁNGULOS

VÉRTICES.	ÁNGULOS		LONGAR
NOMBRES.	ESFÉRICOS.	PLANOS.	de los s
	° ′ ″	° ′ ″	
V Majada. . . .	55 46 9,063 9,047 Dif.ª 0,016	55 46 8,160	$\bar{1}$,9173
D Santa Paula.	58 26 30,269 30,286 Dif.ª 0,017	58 26 29,398	$\bar{1}$,9304
I Crucero. . . .	65 47 23,330	65 47 22,442	$\bar{1}$,9600
Triáng. n.º___	180 0 2,662 2,277 + 0,385	180 0 0,000 = Exceso esférico. = Error.	Cálculo deter los áng

TERO DE__ . . _____

CULO de la ... DE LOS LADOS.	LADOS.	CÁLCULO del EXCESO ESFÉRICO.
. = 4,48959742	m 30874,32	log VI. . . . . = 4,50270347
.. = 0,08261231		log VD . . . . = 4,53222621
. = $\bar{1}$,93049374		log sen V. . . = $\bar{1}$,91738769
		log K.. . . . . = $\bar{9}$,40509653
. . = 4,50270347	31820,24	
		log ε.. . . . . = 0,35741390
. } = 4,57220973		ε.. . . . . = 2.277
. . = $\bar{1}$,96001648		
. . = 4,53222621	34058,55	
= 82° 53′ 41″,221		log cot ½ I. . . =0,18923007
	945,92	log (DI—VI). . =2,97585441
= 57 6 18,779	62694,53	c. log (DI+VI).=$\bar{5}$,20277014
= 1 29 10,619		log tang ½(V—D)=$\bar{2}$.36785462

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

__________ *El*__________

CÁLCULO DE LOS TRIÁNGULOS

VÉRTICES.	ÁNGULOS OBSERVADOS.						LADO
	ESFÉRICOS.			PLANOS.			
	°	′	″	°	′	″	
V Crucero. . Señal.	65	47	23,330	65	47	22,442	DI= 34
D Sta. Paula. Pilar.	58	26	30,269	58	26	29,382	VI= 31
I Majada. . . Señal.	55	46	9,063	55	46	8,176	VD= 30
	180	0	2,662	180	0	0,000	2 P= 96
Triángulo núm. ___			2,277	= Exceso esférico.			P= 48
			+ 0,385	= Error.			lg P=4,6

ILÁTERO DE ____________

CÁLCULO del DE LOS ÁNGULOS.	ÁNGULOS CÁLCULADOS. ° ′ ″	CÁLCULO del EXCESO ESFÉRICO.
-VI). . =4,21836376	V=65 47 22,420	log VI. . . = 4,05270349
-VD).. =4,24300340		log VD.. . = 4,48359740
P—DI)=$\bar{5}$,84411755		log sen V = $\bar{1}$,95001648
. . . . =$\bar{5}$,31533493		log K. . . = $\bar{9}$,40500553
ng $\frac{V}{2}$ =$\bar{1}$,62153976		log ε . . . = 0,35741387
ng $\frac{V}{2}$ =$\bar{1}$,81073988		ε . . . = 2,277
-DI). . =4,15583245	D=58 26 29,356	
-VD).. =4,24309349		
—VI)=$\bar{5}$,78103624		
. . . . =$\bar{5}$,31533163		
ng $\frac{D}{2}$ =$\bar{1}$,49537714		
ng $\frac{D}{2}$ =$\bar{1}$,74738857		
-DI). . =4,15588245	I =55 46 8,160	
-VI). . =4,21836376		
—VD)=$\bar{5}$,75690651	179 59 59,736	
. . . . =$\bar{5}$,31533493	Error. . . 0,034	
ng $\frac{I}{2}$ =$\bar{1}$,44711768		
ng $\frac{I}{2}$ =$\bar{1}$,72355884		

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

El ....

CÁLCULO DE LOS TRIÁNGULOS

VÉRTICES.	ÁNGULOS OBSERVADOS. ESFÉRICOS.	PLANOS.	LADOS.
	° ' "	° ' "	
V Crucero. . Señal.	65 47 23,330	65 47 22,442	DI= 34058
D Sta. Paula. Pilar.	58 26 30,269	58 26 29,382	VI= 31820
I Majada. . . Señal.	55 46 9,063	55 46 8,176	VD= 30874
	180 0 2,662	180 0 0,000	2 P= 96753
	2,277	= Exceso esférico.	P= 48376
Triángulo núm. ___	+ 0,385	= Error.	lg P=4,68463

...m. 19.

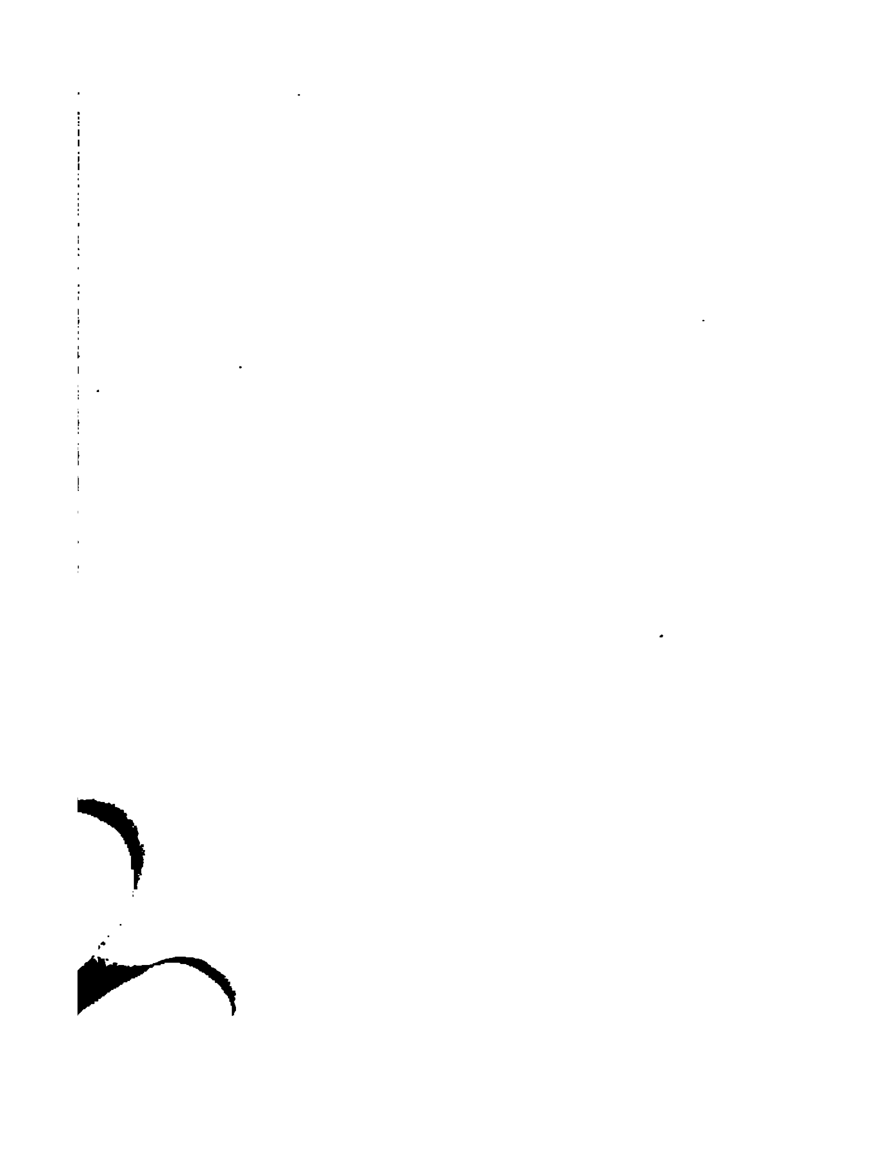
... LA CADENA DEL______________DE______________

log R.	$\bar{2}$,50915680		° ′ ″
log K sen Z. . . .	4,47544260	z.	162 59 26,87
c. log cos L′. . .	0,10512150	a. . . . —	58 26 30,14
log correc.	3,08972090	Z.	104 32 56,73
correc. . . +	1229″,48	log (M — M′). . . .	3,08972090
	° ′ ″	log sen ½ (L+L′).	$\bar{1}$,79169072
— correc. . . —	20 29,48	log correc.	2,88141162
M. . . . . . +	3 10 13,63	correc. . . +	761″,05
M′. . . . . . +	2 49 44,15		° ′ ″
		— correc. . . . —	12 41,05
		180° + Z.	284 32 56,73
M — M′. . . . +	1229,48	Z′.	284 20 15,68

log R.	$\bar{2}$,50914945		° ′ ″
log K sen Z. . . .	4,29364865	z.	342 55 11,74
c. log cos L′. . .	0,10512143	a. . . . +	55 46 8,91
log correc.	2,91291953	Z.	38 41 20,68
correc. . . +	818″,31	log (M — M′). . . .	2,91291953
	° ′ ″	log sen ½ (L+L′).	$\bar{1}$,79309750
— correc. . . . —	13 38,31	log correc.	2,70601703
M. . . . . . +	3 3 22,47	correc. . . +	508″,18
M′. . . . . +	2 49 44,16		° ′ ″
		— correc. . . . —	8 28,18
		180° + Z.	218 41 20,68
M — M′. . . . +	818,31	Z′.	218 32 52,50

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

*El*______________________ *El*______________________



				10		48	9,7	12	25	20,6		
				11	4	0	14,7					
				12		6	9,7					
Promedios..	89 6 14,11			88 52 7,89				89 53 23,22			89 42 17,50	

INSTRUMENTO USADO:

DATOS DE REDUCCION.

a.. . . . . = 7,15 m

a'. . . . . { Columnas. 7,00
Crucero.. 5,59
Santa Paula.. . . 1,80
Santa Teresa.. . . 0,00

NOTA. Los valores de Santa Teresa marcados con asterisco se han obtenido apuntando á la cúspide de la señal y se han reducido á la base, siendo la correccion de. . . . . + 24",1

Los datos para obtenerla han sido. . . . . . { a = 5m,50; z = 89°42'

OBSERVADOR:

DISTANCIAS ZENITALES

(reducidas á los vértices).

Torre. . . . . { Columnas. (Referencia interior de la señal). . . . . . 89° 6' 13",19
Crucero. (Id.). . . . . 88 51 58 ,96

(Referencia interior de la señal.) { Santa Paula. (Referencia interior del observatorio). . 89 52 41 ,28
Santa Teresa. (Id. id. de la señal). . . . . 89 41 45 ,93

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

El——————— *El*———————

12			7	2	45	18,1	9	3	30	25,9		
			8		51	11,5	10		34	22,9		
			9	3	42	12,7	11	4	20	30,5		
			10		48	9,7	12		26	29,6		
			11	4	0	14,7						
			12		6	9,7						
Promedios..		89 6 14,11				88 32 7,89				89 53 23,22		89 42 17,50

INSTRUMENTO USADO:

DATOS DE REDUCCION.

a.. . . . . = 7,15 m

a'. . . . . { Columnas. . . . . 7,00; Crucero. . . . . . . 5,59; Santa Paula. . . 1,80; Santa Teresa. . . 0,00

NOTA. Los valores de Santa Teresa marcados con asterisco se han obtenido apuntando á la cúspide de la señal y se han reducido á la base, siendo la correccion de. . . . . + 24",1

Los datos para obtenerla han sido. . . . . . { a = 5m,50; z = 89°42'

OBSERVADOR:

DISTANCIAS ZENITALES

(reducidas á los vértices).

Torre. . . . . (Referencia interior de la señal.)

Columnas. (Referencia interior de la señal).	89°	6'	18",19
Crucero. (Id.).	88	51	58 ,96
Santa Paula. (Referencia interior del observatorio). .	89	52	41 ,28
Santa Teresa. (Id. id. de la señal).	89	41	45 ,93

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

El——————— *El*———————

Formulario núm. 21

ESTACION DE TORRE.

Reduccion de las distancias zenitales á los vértices.

VÉRTICES.	CÁLCULO de $a'-a$.	Distancias zenitales observadas	CÁLCULO DE LAS CORRECCIONES.	Distancias zenitales reducidas.
		° ′ ″		° ′ ″
Columnas. . . . . . (Tablero).	$a' =$ 7,00 m $a =$ 7,15 $a'-a = -0,15$	89 6 14,11	c. log sen 1″. = $\bar{5}$,31442513 log $(a'-a)$. = $\bar{1}$,17609126$_n$ log sen z. = $\bar{1}$,99994688 c. log A.. . . = $\bar{5}$,47274170 log ε. . . . = $\bar{1}$,96320497$_n$ ε. . . . = — 0″,92	89 6 13,19
Crucero. . . . . . . (Cúspide de la [illegible])	$a' =$ 5,50 $a =$ 7,15 $a'-a = -1,65$	88 59 7,80	c. log sen 1″. = 5,31442513 log $(a'-a)$. = 0,21748394$_n$ log sen z.. = $\bar{1}$,99991536 c. log A.. . . = $\bar{5}$,44737604 log ε. . . . = 0,97920047$_n$ ε. . . . = — 9″,53	88 51 58,90

			log sen z.. = $\bar{1}$,99999920	
	a' = 1,89		c. log A.. . . = $\bar{5}$,58723678	
	a = 7,15		log ε. . . . = $\bar{1}$,62264685$_n$	
Santa Paula. . . . . (Heliotropo).	$a'-a$ = — 5,23	89 53 23,22	ε.. . . = — 41″,94	89 52 41,28
			c. log sen 1″. = 5,31442513	
			log ($a'-a$). = 0,85430604$_n$	
			log sen z.. = $\bar{1}$,99999423	
	a' = 0,00		c. log A.. . . = $\bar{5}$,32783680	
	a = 7,25		log ε. . . . = 1,49656220$_n$	
Santa Teresa. . . . (Base de la señal).	$a'-a$ = — 7,15	89 42 17,30	ε.. . . = — 31″,37	89 41 45,93

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

El____________________ El____________________

Formulario núm. 22.

CÁLCULO DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL.

LADOS.	CÁLCULO.	
	° ′ ″	
Majada. . .	z = 92 4 11,46	log tg ½ $(z-z')$ = $\bar{2}$,89012319
Sta. Paula.	z' = 83 11 14,52	log l. . . . . . = 4,17222618
	$z-z'$ = 8 52 56,94	log D. . . . . . = 3,06234937
	½ $(z-z')$ = 4 26 28,47	D. . . . . . = 1154^{m},38
Majada. . .	z = 90 57 7,01	log tg ½ $(z-z')$ = $\bar{2}$,16137089
Crucero. . .	z' = 89 17 25,70	log l. . . . . . = 4,50270342
	$z-z'$ = 1 39 41,31	log D. . . . . . = 2,66407431
	½ $(z-z')$ = 49 50,65	D. . . . . . = 461^{m},49
Crucero. . .	z = 91 24 12,67	log tg ½ $(z-z')$ = $\bar{2}$,35110117
Sta. Paula.	z' = 88 49 55,38	log l. . . . . . = 4,48979742
	$z-z'$ = 2 34 17,29	log D. . . . . . = 2,84090859
	½ $(z-z')$ = 1 17 8,64	D. . . . . . = 692^{m},91
Sta. Paula.	z = 90 19 15,02	log tg ½ $(z-z')$ = $\bar{3}$,58693447
Torre. . . .	z' = 89 52 41,28	log l. . . . . . = 4,41276322
	$z-z'$ = 26 33,74	log D. . . . . . = 1,99972769
	½ $(z-z')$ = 13 16,87	D. . . . . . = 99^{m},94
Crucero. . .	z = 91 24 26,66	log tg ½ $(z-z')$ = $\bar{2}$,34595617
Torre. . . .	z' = 88 51 58,36	log l. . . . . . = 4,55262393
	$z-z'$ = 2 32 28,30	log D. . . . . . = 2,89858013
	½ $(z-z')$ = 1 16 14,15	D. . . . . . = 791^{m},74

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

El El

Formulario núm. 23.

CÁLCULO DE 1 — K.

POR DISTANCIAS ZENITALES recíprocas entre	CÁLCULO.	
	° ′ ″	
Majada.	z. . . . . . = 92 4 11,46	
Santa Paula.	z'. . . . . . = 88 11 14,52	c. log r″. . . . . . . = 4,68557487
	$z+z'$. . . . = 180 15 25,98	log R_c. . . . . . . = 6,80414930
	$z+z'-180°$ = 925,98	log $(z+z'-180°)$. = 2,96660161
	log t. . . . . = 4,53222618	c. log t. . . . . = 5,46777382
		log (1—K). . . . . = $\overline{1}$,92409960
		1—K. . . . . . = 0,83965
	° ′ ″	
Crucero.	z. . . . . . . = 91 24 12,67	
Santa Paula.	z'. . . . . . = 88 49 55,38	

		log (1—K). . . . . = $\bar{1}$,92854821 1—K. . . . . . = 0,84830

RESÚMEN.

	1 — *K*	
Por Majada y Santa Paula.	0,83965	
Por Crucero y Santa Paula..	0,84830	
Promedio.	0,84397	Log (1—K).. . . . = $\bar{1}$,92632701

Formulario núm. 24.

CÁLCULO DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL

ENTRE EL PUNTO (***), DONDE NO SE HA HECHO ESTACION, Y LOS VÉRTICES QUE SE EXPRESAN.

LADOS.	CÁLCULO.	
Majada.	z . . . . = 90° 57′ 7″,01	log tang ½ $(z-z')$. . . . = $\bar{2}$,16137089
Crucero.	z'. . . . . = 89 17 25,70	log l . . . . = 4,50270342
	$z-z'$. . . . . . . = 1 39 41,31	log D. . . . . = 2,63407431
	½ $(z-z')$. . . . . . . = 49 50,65	D. . . . . = 4,6140 m
Crucero.		log $\frac{r''}{2}$. . . . . = 5,01339513
Punto (***). . .		log l. . . . . = 4,52814379
		log $(1-K)$. . . . . = $\bar{1}$,92632701
	log R_c . . . . = 6,80414930	c. log R_c . . . . = $\bar{7}$,19385070
	$\frac{l\,(1-K)\,r''}{2\,R_c}$ = { 461″,02 ; 7′ 41″,02 }	log $\frac{l\,(1-K)\,r''}{2\,R_c}$. . . . . = 2,66371663

Majada.		D. . . . . $=$ $\overset{m}{736{,}13}$
Punto (***). . .		$\log \frac{r''}{2}$. . . . . $=5{,}01339513$
		$\log l$. . . . . $=4{,}33322300$
		$\log (1-K)$. . . . . $=\bar{1}{,}92932701$
	$\operatorname{Log} R_c$ . . . . $=6{,}80414930$	c. $\log R_c$ . . . . $=\bar{7}{,}19585070$
	$\frac{l\,(1-K)\,r''}{2\,R_c} = \left\{ \begin{array}{r} 293{,}34'' \\ 4'\ 53{,}34'' \end{array} \right.$	$\log \frac{l\,(1-K)\,r''}{2\,R_c}$. . . . . . $=2{,}47179584$
	z. . . . . $=93^\circ\ 22'\ 22{,}32''$	
	$z-\frac{l\,(1-K)\,r''}{2\,R_c}$ $=93^\circ\ 17'\ 25{,}98''$	$\log \cot.\left(z-\frac{l\,(1-K)\,r''}{2\,R_c}\right)=\bar{2}{,}75932367$
		$\log l$. . . . . $=4{,}33322300$
		$\log D$. . . . . $=3{,}09584137$
		D. . . . . $=$ $\overset{m}{1246{,}94}$

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

El ______________________ *El* ______________________

Formulario núm. 25.

CÁLCULO DE LAS ALTITUDES DE LOS VÉRTICES.

VÉRTICES.	ALTITUDES DE PARTIDA PARA CADA TRIÁNGULO.		DIFERENCIAS de nivel.	ALTITUDES.	PROMEDIOS.	DIFERENCIAS.
		m	m	m	m	m
Majada.	Punto (***).. . .	49,08	+ 1246,94	1296,02	1296,02	»
Crucero.	Punto (***).. . .	49,08	+ 786,13	835,21	834,91	0,59
	Majada.	1296,02	— 461,40	831,62		
Santa Paula. .	Majada.	1296,02	— 1154,38	141,64	141,80	0,33
	Crucero.	834,91	— 692,94	141,97		
Torre.	Crucero.	834,91	— 791,74	43,17	42,51	1,31
	Santa Paula.. .	141,80	— 99,94	41,86		

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

*El*________________ *El*________________

For

COMPENSACION I

Resolucio

Incóg-nitas.	Coeficientes de las constantes (c).	Constantes (ε)	Productos.	Numer de prim térm
		m		
I	1	— 0,20	— 0,20	—
II	3	— 0,02	— 0,06	+
III	8	+ 0,03	+ 0,24	+
IV	21	+ 0,06	+ 1,26	+
V	55	+ 0,93	+ 51,15	+
VI	144	+ 1,16	+ 167,04	+
VII	377	+ 0,93	+ 350,61	+
VIII	987	+ 0,16	+ 157,92	—
IX	2581	— 0,20	— 516,80	—
X	6765	+ 0,48	+ 3247,20	+
XI	17711	— 0,82	— 14523,02	— 1
XII	46368	— 1,79	— 82998,72	— 6
XIII	121393	+ 1,49	+ 180875,57	+ 24
XIV	317811	— 0,46	— 146193,03	— 39
XV	832040	— 0,34	— 282893,60	+ 10
XVI	2178309	+ 1,86	+ 4051654,74	+ 394
XVII	5702887	— 3,00	— 17108661,00	— 2105
XVIII	14930352	— 0,96	— 14333137,92	+ 671
XIX	39088169	+ 2,83	+110619518,27	+10300

S.

NCIAS DE NIVEL.

nes normales.

ina-s.	Primeros términos.	Coeficientes de las incógnitas siguientes.	Segundos términos.	Valores de las incógnitas.
	m		m	m
3	— 0,097	— 0,3333	— 0,006	— 0,103
8	+ 0,029	— 0,3750	— 0,011	+ 0,018
21	0,000	— 0,3810	+ 0,029	+ 0,029
55	+ 0,023	— 0,3818	— 0,100	— 0,077
144	+ 0,347	— 0,3919	— 0,086	+ 0,261
377	+ 0,311	— 0,3820	— 0,086	+ 0,225
987	+ 0,237	— 0,3820	— 0,011	+ 0,226
584	— 0,029	— 0,3820	+ 0,058	+ 0,029
765	— 0,065	— 0,3820	— 0,088	— 0,153
711	+ 0,208	— 0,3820	+ 0,023	+ 0,231
368	— 0,393	— 0,3820	+ 0,334	— 0,059
393	— 0,534	— 0,3820	— 0,341	— 0,875
811	+ 0,773	— 0,3820	+ 0,120	+ 0,893
040	— 0,471	— 0,3820	+ 0,156	— 0,315
309	+ 0,050	— 0,3820	— 0,458	— 0,408
887	+ 0,691	— 0,3820	+ 0,507	+ 1,198
352	— 1,410	— 0,3820	+ 0,083	— 1,327
169	+ 0,172	— 0,3820	— 0,388	— 0,216
155	+ 1,015			+ 1,015

Formu

RESÚMEN DE

DE LAS COORDENADAS GEOGRÁFICAS, AZIM

VÉRTICES.	COORDENADAS GEOGRÁFICAS.							
	LATITUD.			LONGITUD.				ALTI
	°	′	″	°	′	″		
Majada..	38	30	6,46	3	3	22,47	E.	1296
Santa Paula.. .	38	12	30,48	3	10	13,63	E.	141
Crucero.. . . .	38	16	40,21	2	49	44,15	E.	834
Peña-Blanca. .	40	23	23,83	3	1	20,55	E.	202

PROVISIONALES

UD DE LAS LÍNEAS DIRECTAS.

AZIMUT HÁCIA	°	'	"	LÍNEAS DIRECTAS. LOGARITMOS.	LÍNEAS DIRECTAS. METROS.
......	242	37	42,80	4,55384641	35796,98
ula....	342	55	11,74	4,53222318	34058,55
......	38	41	20,68	4,50270342	31820,24
......	162	59	26,87	4,53222618	34058,55
......	204	2	8,40	4,72947173	53637,90
......	27	8	16,97	4,41276322	25868,02
......	104	32	56,73	4,48959742	30874,32
......	218	32	52,50	4,50270342	31820,24
ula....	284	20	15,68	4,48959742	30874,32
......	329	20	56,92	4,55262396	35696,36
s......	20	11	19,93	4,62030950	41716,66
rda....	304	37	25,36	4,51349653	32620,94
......	355	32	27,99	4,60484213	40257,07
a.....	117	1	26,80	4,70903119	51171,86

HECHO POR DUPLICADO, Y CONFORME.

——————— *El*———————

Formulario núm. 28.

OBSERVACIONES

PARA EL ESTUDIO DEL NIVEL NÚM._______

COLOCADO EN EL INSTRUMENTO NÚM._________

OBSERVADORES.

Mes de __________________ *de* ________.



Nivel núm. ——— perteneciente al instrumento núm. ———.

El círculo del tornillo micrométrico está dividido en 120 partes iguales, y se toman cinco como unidad=4",939. Se consideran positivas las divisiones de la izquierda del nivel, y negativas las de la derecha.

Círc.º de la prob.ª		NIVEL.			Círc.º de la prob.ª		NIVEL.		
V	P.	Izq.ª	Der.ª	Centro.	V	P.	Izq.ª	Der.ª	Centro.
	1.ª serie, subiendo.					2.ª serie, bajando.			
	1	15,1	1,5	+6,80		1	5,1	11,9	−3,40
	2	14,1	2,6	+5,75		2	6,5	10,5	−2,00
	3	12,9	3,9	+4,50		3	7,6	9,5	−0,95
	4	11,5	5,3	+3,10		4	8,9	8,2	+0,35
	5	10,2	6,6	+1,80		5	10,1	7,0	+1,50
	6	8,9	7,9	+0,50		6	11,6	5,6	+3,00
	7	7,5	9,4	−0,95		7	12,8	4,4	+4,20
	8	6,4	10,6	−2,10		8	13,9	3,3	+5,30
	9	5,1	11,9	−3,40		9	15,0	2,2	+6,40
	3.ª serie, subiendo.					4.ª serie, bajando.			
	1	14,9	2,5	+6,20		1	5,7	12,0	−3,15
	2	14,0	3,5	+5,25		2	7,0	10,7	−1,85
	3	13,0	4,6	+4,20		3	8,0	9,6	−0,80
	4	11,8	5,8	+3,00		4	9,0	8,6	+0,20
	5	10,9	6,7	+2,10		5	10,1	7,5	+1,30
	6	9,4	8,2	+0,60		6	11,4	6,2	+2,60
	7	8,4	9,2	−0,40		7	12,7	5,0	+3,85
	8	6,8	10,8	−2,00		8	14,0	3,7	+5,15
	9	5,8	11,9	−3,05		9	15,1	2,5	+6,30

Nivel núm. ——— perteneciente al instrumento núm. ———.

El círculo del tornillo micrométrico está dividido en 120 *partes iguales, y se toman cinco como unidad*=4'',939. *Se consideran positivas las divisiones de la izquierda del nivel, y negativas las de la derecha.*

Círc.º de la prob.ª		NIVEL.			Círc.º de la prob.ª		NIVEL.		
V	P.	Izq.ª	Der.ª	Centro.	V	P.	Izq.ª	Der.ª	Centro.
5.ª serie, subiendo.					6.ª serie, bajando.				
	1	15,0	3,0	+6,00		1	3,2	14,8	—5,80
	2	14,0	4,0	+5,00		2	4,4	13,6	—4,60
	3	12,8	5,2	+3,80		3	5,8	12,2	—3,20
	4	11,6	6,4	+2,60		4	7,0	11,0	—2,00
	5	10,6	7,4	+1,63		5	9,4	9,6	—0,60
	6	9,2	8,8	+0,20		6	9,7	8,3	+0,70
	7	8,0	10,0	—1,00		7	10,8	7,2	+1,80
	8	6,6	11,4	—2,40		8	11,8	6,2	+2,80
	9	5,4	12,6	—3,60		9	13,0	5,0	+4,00
7.ª serie, subiendo.					8.ª serie, bajando.				
	1	14,7	3,3	+5,70		1	3,8	14,4	—5,30
	2	13,7	4,3	+4,70		2	5,1	13,1	—4,00
	3	12,6	5,6	+3,50		3	6,2	12,0	—2,90
	4	11,4	6,8	+2,30		4	7,6	10,6	—1,50
	5	10,2	8,0	+1,10		5	8,8	9,4	—0,30
	6	9,1	9,1	0,00		6	10,2	8,0	+1,10
	7	7,8	10,4	—1,30		7	11,3	6,9	+2,20
	8	6,6	11,6	—2,50		8	12,6	5,6	+3,50
	9	5,2	13,0	—3,90		9	13,6	4,6	+4,50

Nivel núm. ______ perteneciente al instrumento núm. .... .

El círculo del tornillo micrométrico está dividido en 120 partes iguales, y se toman cinco como unidad=4",939. Se consideran positivas las divisiones de la izquierda del nivel, y negativas las de la derecha.

Círc.º de la prob.ª		NIVEL.			Círc.º de la prob.ª		NIVEL.		
V	P.	Izq.ª	Der.ª	Centro.	V	P.	Izq.ª	Der.ª	Centro.
9.ª serie, subiendo.					10.ª serie, bajando.				
	1	15,0	3,0	+6,00		1	5,0	13,1	—4,05
	2	13,7	4,3	+4,70		2	6,2	11,9	—2,85
	3	12,5	5,5	+3,50		3	7,6	10,6	—1,50
	4	11,4	6,6	+2,40		4	9,1	9,1	0,00
	5	10,0	8,0	+1,00		5	10,2	8,0	+1,10
	6	8,9	9,1	—0,10		6	11,5	6,7	+2,40
	7	6,1	9,9	—1,90		7	12,5	5,7	+3,40
	8	6,5	11,1	—2,30		8	13,6	4,6	+4,50
	9	5,0	13,0	—4,00		9	14,8	3,4	+5,70
11.ª serie, subiendo.					12.ª serie, bajando.				
	1	15,0	1,2	+6,90		1	2,8	14,2	—5,70
	2	13,8	2,4	+5,70		2	4,0	13,0	—4,50
	3	12,6	3,6	+4,50		3	5,0	12,0	—3,50
	4	11,1	5,1	+3,00		4	6,2	10,8	—2,30
	5	9,8	6,4	+1,70		5	7,4	9,6	—1,10
	6	8,2	8,2	0,00		6	8,6	8,4	+0,10
	7	7,0	9,4	—1,20		7	9,8	7,2	+1,30
	8	5,8	10,8	—2,50		8	11,0	6,0	+2,50
	9	4,8	12,0	—3,60		9	12,6	4,4	+4,10

Nivel núm. ——— perteneciente al instrumento núm. ———.

El círculo del tornillo micrométrico está dividido en **120** *partes iguales, y se toman cinco como unidad*=**4'',939.** *Se consideran positivas las divisiones de la izquierda del nivel, y negativas las de la derecha.*

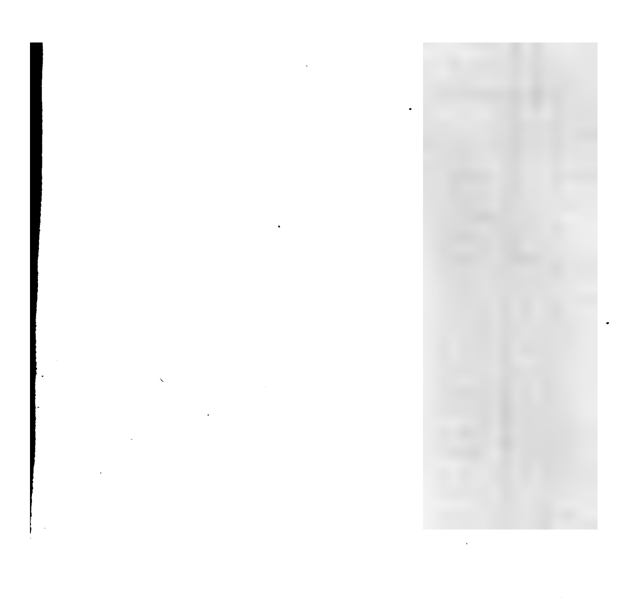
Circ.º de la prob.ª V	P.	NIVEL. Izq.ª	Der.ª	Centro.	Circ.º de la prob.ª V	P.	NIVEL. Izq.ª	Der.ª	Centro.
	5.ª serie, subiendo.					6.ª serie, bajando.			
	1	15,0	3,0	+6,00		1	3,2	14,8	−5,80
	2	14,0	4,0	+5,00		2	4,4	13,6	−4,60
	3	12,8	5,2	+3,80		3	5,8	12,2	−3,20
	4	11,6	6,4	+2,60		4	7,0	11,0	−2,00
	5	10,6	7,4	+1,60		5	9,4	9,6	−0,60
	6	9,2	8,8	+0,20		6	9,7	8,3	+0,70
	7	8,0	10,0	−1,00		7	10,8	7,2	+1,80
	8	6,6	11,4	−2,40		8	11,8	6,2	+2,80
	9	5,4	12,6	−3,60		9	13,0	5,0	+4,00
	7.ª serie, subiendo.					8.ª serie, bajando.			
	1	14,7	3,3	+5,70		1	3,8	14,4	−5,30
	2	13,7	4,3	+4,70		2	5,1	13,1	−4,00
	3	12,6	5,6	+3,50		3	6,2	12,0	−2,90
	4	11,4	6,8	+2,30		4	7,6	10,6	−1,50
	5	10,2	8,0	+1,10		5	8,8	9,4	−0,30
	6	9,1	9,1	0,00		6	10,2	8,0	+1,10
	7	7,8	10,4	−1,30		7	11,3	6,9	+2,20
	8	6,6	11,6	−2,50		8	12,6	5,6	+3,50
	9	5,2	13,0	−3,90		9	13,6	4,6	+4,50

Nivel núm. ______ perteneciente al instrumento núm. ___.

El círculo del tornillo micrométrico está dividido en 120 partes iguales, y se toman cinco como unidad=4",939. Se consideran positivas las divisiones de la izquierda del nivel, y negativas las de la derecha.

Circ.º de la prob.ª V	P.	NIVEL. Izq.ª	Der.ª	Centro.	Circ.º de la prob.ª V	P.	NIVEL. Izq.ª	Der.ª	Centro.
	9.ª serie, subiendo.					10.ª serie, bajando.			
	1	15,0	3,0	+6,00		1	5,0	13,1	−4,05
	2	13,7	4,3	+4,70		2	6,2	11,9	−2,85
	3	12,5	5,5	+3,50		3	7,6	10,6	−1,50
	4	11,4	6,6	+2,40		4	9,1	9,1	0,00
	5	10,0	8,0	+1,00		5	10,2	8,0	+1,10
	6	8,9	9,1	−0,10		6	11,5	6,7	+2,40
	7	6,1	9,9	−1,90		7	12,5	5,7	+3,40
	8	6,5	11,1	−2,30		8	13,6	4,6	+4,50
	9	5,0	13,0	−4,00		9	14,8	3,4	+5,70
	11.ª serie, subiendo.					12.ª serie, bajando.			
	1	15,0	1,2	+6,90		1	2,8	14,2	−5,70
	2	13,8	2,4	+5,70		2	4,0	13,0	−4,50
	3	12,6	3,6	+4,50		3	5,0	12,0	−3,50
	4	11,1	5,1	+3,00		4	6,2	10,8	−2,30
	5	9,8	6,4	+1,70		5	7,4	9,6	−1,10
	6	8,2	8,2	0,00		6	8,6	8,4	+0,10
	7	7,0	9,4	−1,20		7	9,8	7,2	+1,30
	8	5,8	10,8	−2,50		8	11,0	6,0	+2,50
	9	4,8	12,0	−3,60		9	12,6	4,4	+4,10





Formulario núm. 30.

COMPARACION

DE LA MIRA MARCADA I,

CON LA REGLA DEL APARATO IBAÑEZ.

Mes de —————————— *de*——————

MICROSCOPIO NÚM I.

Mes de ______________ *de* _____.

DIAS.	HORAS.	SERIES.	RAYAS OBSERVADAS. 40000	39999	39993	39997	39996	39995	OBSERVA-DORES.
	h m		v	v	v	v	v	v	
17	0 32		8,735	9,733	10,800	11,831	12,854	13,850	A
			8,740	9,730	10,800	11,840	12,833	13,833	
			8,724	9,733	10,702	11,731	12,851	13,857	
	47		8,717	9,752	10,790	11,818	12,850	13,853	
	1 44	1	8,745	9,636	10,719	11,817	12,770	13,780	M
			8,633	9,630	10,721	11,740	12,753	13,730	
			8,631	9,673	10,712	11,732	12,733	13,779	
	2 8		8,620	9,630	10,710	11,747	12,730	13,737	

OBSERVADORES: ______________________, ______________________

0 de la Regla al E. **Mira I.** *0 del micrómetro al O.*

HORAS.		Comparaciones.	MICROSCOPIO NÚM. I. LECTURAS EN LA				INCLINACION DEL EJE DEL MICROSCOPIO NÚM. I.		
			REGLA		MIRA		Posiciones.	LECTURAS DEL NIVEL.	
h.	m.		r.	p.	r.	p.		Este.	Oeste.
3	47	1	16	75,2	8	11,4	0 a E.	16,2	30,0
	50	2	16	35,9	8	23,0	al O.	24,0	10,0
	53	3	16	84,4	8	26,9			
	57	4	16	84,1	8	53,0			
	59	5	16	55,1	8	57,5			
4	12	6	16	49,0	8	44,5			
	5	7	16	73,2	8	48,7			
	6	8	16	72,5	8	42,8			
	8	9	17	89,8	8	44,8			
	10	10	17	80,2	7	63,5			
	20	11	17	63,2	7	84,7			
	23	12	17	53,6	7	90,2			
	24	13	17	39,2	7	93,2			
	28	14	17	34,9	7	83,3			
	30	15	17	18,5	7	85,2			
	31	16	17	19,2	7	92,8			
	33	17	16	51,1	7	90,9			
	34	18	16	50,7	7	92,8			
	36	19	16	50,7	7	92,4			
	39	20	16	57,4	6	19,8			

0 de la Regla al E. **Mira I.** *0 del micrómetro al O.*

DIAS.	Comparaciones.	MICROSCOPIO NÚM. II — LECTURAS EN LA REGLA		MIRA		INCLINACION DEL EJE DEL MICROSCOPIO NÚM. II. — Posiciones.	LECTURAS DEL NIVEL.	
		r.	μ.	r.	μ.		Este.	Oeste.
8 Feb.° 1877.	1	3	95,8	13	71,7	0 al E.	13.4	26,0
	2	3	53,2	13	66.7	al O.	30.5	18,0
	3	4	6,4	13	67.5			
	4	4	6.5	14	13,2			
	5	3	61,1	14	12,8			
	6	3	62,6	14	10.7			
	7	3	98,0	14	10,5			
	8	3	97,9	13	89,6			
	9	5	26,1	13	86,5			
	10	5	26.2	13	20,3			
	11	4	97.8	13	17,5			
	12	4	92.0	13	21.8			
	13	4	70,0	13	23,5			
	14	4	68,9	13	18,2			
	15	4	54.2	13	16,9			
	16	4	51.3	13	47.0			
	17	4	81,2	13	49.9			
	18	4	83,5	13	16.2			
	19	4	80.2	13	17.5			
	20	4	89,5	11	70,6			

0 de la Regla al E. **Mira I.** *0 del micrómetro al O.*

HORAS.		Comparaciones.	MICROSCOPIO NÚM. I. LECTURAS EN LA				INCLINACION DEL EJE DEL MICROSCOPIO NÚM. I.		
			REGLA		MIRA		Posiciones.	LECTURAS DEL NIVEL.	
h.	m.		c.	p.	c.	p.		Este.	Oeste.
3	47	1	16	75,2	8	11,4	0 a E.	16,2	30,0
	51	2	16	35,9	8	23,0	al O.	24,9	10,0
	53	3	16	84,1	8	26,9			
	57	4	16	84,1	8	53,0			
	59	5	16	55,1	8	57,5			
4	12	6	16	49,0	8	44,5			
	5	7	16	73,2	8	48,7			
	6	8	16	72,5	8	42,8			
	8	9	17	89,8	8	44,8			
	10	10	17	89,2	7	63,5			
	20	11	17	63,2	7	84,7			
	23	12	17	53,6	7	90,2			
	25	13	17	30,2	7	93,2			
	28	14	17	34,9	7	83,3			
	30	15	17	18,5	7	85,2			
	31	16	17	19,2	7	92,8			
	33	17	16	51,1	7	90,9			
	34	18	16	50,7	7	92,8			
	36	19	16	50,7	7	92,4			
	39	20	16	57,4	6	19,8			

0 *de la Regla al E.* **Mira I.** **0 *del micrómetro al O.***

DIAS.	Comparaciones.	MICROSCOPIO NÚM. II — LECTURAS EN LA REGLA		MICROSCOPIO NÚM. II — LECTURAS EN LA MIRA		INCLINACION DEL EJE DEL MICROSCOPIO NÚM. II. — Posiciones.	LECTURAS DEL NIVEL.	
		r.	p.	r.	p.		Este.	Oeste.
8 Feb.º 1877.	1	3	95,8	13	71,7	0 al E.	13,4	26,0
	2	3	56,2	13	66,7	al O.	30,5	18,0
	3	4	6,4	13	67,5			
	4	4	6,5	14	13,2			
	5	3	61,1	14	12,8			
	6	3	62,6	14	10,7			
	7	3	98,0	14	10,5			
	8	3	97,9	13	84,6			
	9	5	26,4	13	86,5			
	10	5	26,2	13	24,3			
	11	4	97,8	13	17,5			
	12	4	92,0	13	21,8			
	13	4	70,9	13	23,5			
	14	4	68,9	13	18,2			
	15	4	54,2	13	16,0			
	16	4	51,3	13	47,0			
	17	4	80,2	13	49,9			
	18	4	83,5	13	16,2			
	19	4	80,2	13	17,5			
	20	4	80,5	11	70,6			

Mira I.

Compa-raciones.	LECTURA DE LOS TERMÓMETROS			
	1.	2.	3.	4.
	G	G	G	G
1	13,0	12,8	13,0	13,2
2	13,1	12,9	13,2	13,3
3	13,2	13,0	13,2	13,4
4	13,2	13,0	13,2	13,4
5	13,2	13,0	13,3	13,5
6	13,2	13,0	13,4	13,5
7	13,3	13,1	13,4	13,6
8	13,3	13,1	13,4	13,6
9	13,3	13,2	13,4	13,6
10	13,4	13,2	13,4	13,7
11	13,5	13,4	13,6	13,8
12	13,6	13,4	13,6	13,8
13	13,7	13,4	13,6	13,9
14	13,8	13,4	13,6	14,0
15	13,8	13,5	13,7	14,0
16	13,8	13,5	13,7	14,0
17	13,8	13,6	13,8	14,1
18	13,8	13,6	13,8	14,1
19	13,9	13,6	13,8	14,2
20	13,9	13,6	13,8	14,2

Formulario núm. 31.

NIVELACIONES DE PRECISION.

INSTRUMENTO NÚM. 1.

ORIGINAL.

Seccion de N P. 8 á V G. ○ 2

De El Villar á Cerralvo.



Instrumento núm. 1.

Dia 3 de Julio de 1876
Empezó el trabajo á las 16^h 15^m.

Seccion V G. Cerralvo.

Línea de Mangorria á La Puebla.

☐ 7. Sobre el poste kilométrico núm. 273 (0^m,51)

La marcha del trabajo, por la citada carretera hasta la puerta del castillo.

ERRORES INSTRUMENTALES. Á 40 METROS DE DISTANCIA.

COLIMACION					PARALELISMO		NIVEL	
Ocular.	Objetivo.	Inferior.	Central	Superior.	Ocular.	Objetivo.	Ocular.	Objetivo.
12,8 13,0	13,4 13,2	125,85 Rojo.	105,45 Negro.	85,05 Blanco.	13,2	13,0	13,2 13,4	13,0 12,8
12,4 12,4	13,8 13,8	125,85 Rojo.	105,45 Negro.	85,05 Blanco.	17,8	8,4	17,8 18,0	8,4 8,2
13,0 13,2	13,2 13,0	125,85 Rojo.	105,45 Negro.	85,05 Blanco.	13,2	13,0	13,2 13,4	13,0 12,8

Instrumento núm. 1.

Dia 3 de Julio de 1876
Empezó el trabajo á las 16ʰ 15ᵐ.

Seccion V G. Cerralvo.

Línea de Magorria á La Puebla.

☐ 7. Sobre el poste kilométrico núm. 273 (0ᵐ,50)

La marcha del trabajo, por la citada carretera hasta la puerta del castillo.

ERRORES INSTRUMENTALES. A 40 METROS DE DISTANCIA.

COLIMACION					PARALELISMO		NIVEL	
Ocular.	Objetivo.	Inferior.	Central.	Superior.	Ocular.	Objetivo.	Ocular.	Objetivo.
12,8 13,0	13,4 13,2	125,85 Rojo.	105,45 Negro.	85,05 Blanco.	13,2	13,0	13,2 13,4	13,0 12,8
12,4 12,4	13,8 13,8	125,85 Rojo.	105,45 Negro.	85,05 Blanco.	17,8	8,4	17,8 18,0	8,4 8,2
13,0 13,2	13,2 13,0	125,85 Rojo.	105,45 Negro.	85,05 Blanco.	13,2	13,0	13,2 13,4	13,0 12,8

Nivelada de espalda.

Estacion de la mira.	LECTURA DE NIVEL.		LECTURA DE LA MIRA.		
	Ocular.	Objetivo.	Inferior.	Central	Superior
□ 11	13,2 13,4	13,0 12,8	78,75 Negro.	46,70 Negro.	14,55 Negro.
e 2	13,2 13,4	13,2 13,0	133,85 Negro.	101,60 Negro.	69,50 Rojo.
e 3	13,4 12,8	13,0 13,6	112,65 Blanco.	80,45 Blanco.	48,20 Negro.
e 4	13,0 13,4	13,0 12,6	109,85 Negro.	76,90 Negro.	43,90 Negro.
e 5	12,8 12,6	13,0 13,2	97,90 Rojo.	65,30 Rojo.	32,65 Rojo.
e 6	12,4 12,6	12,8 12,6	134,95 Negro.	104,95 Negro.	72,90 Negro.
e 7	12,2 12,2	12,6 12,4	140,10 Blanco.	100,15 Negro.	78,15 Negro.
e 8	12,2 12,4	12,2 12,0	124,15 Rojo.	93,25 Rojo.	63,30 Rojo.

Nivelada de frente.

Estacion de la mira.	LECTURA DEL NIVEL.		LECTURA DE LA MIRA.			Doble nivelada.
	Ocular.	Objetivo.	Inferior.	Central	Superior.	*Pasos.*
f	13,4 13,8	12,8 12,4	182,05 Rojo.	149,60 Blanco.	117,10 Blanco.	146
f 2	13,8 14,0	12,6 12,4	205,45 Blanco.	172,70 Blanco.	139,95 Negro.	146
f 3	13,2 13,8	13,2 12,6	191,30 Negro.	158,55 Rojo.	125,70 Rojo.	148
f 4	12,8 13,0	13,2 13,0	221,65 Negro.	183,55 Rojo.	155,40 Rojo.	150
f 5	12,7 13,0	12,9 12,6	209,05 Blanco.	175,75 Blanco.	142,40 Blanco.	150
f 6	13,8 13,8	11,4 11,4	192,05 Negro.	159,35 Rojo.	126,30 Rojo.	143
f 7	12,3 12,4	12,3 12,2	197,10 Negro.	165,90 Negro.	134,60 Negro.	140
f 8	12,4 12,6	11,8 11,6	132,40 Negro.	104,75 Negro.	77,05 Negro.	123

ERRORES INSTRUMENTALES.					À 40 METROS DE DISTANCIA.			
COLIMACIÓN					PARALELISMO		NIVEL	
Ocular.	Objetivo.	Inferior.	Central	Superior.	Ocular.	Objetivo.	Ocular.	Objetivo.
12,0 12,0	12,0 12,0	161,00 Negro.	140,70 Blanco.	120,35 Rojo.	11,8	12,0	11,8 12,9	12,0 11,8
11,0 11,0	13,0 13,0	160,95 Negro.	140,65 Blanco.	120,30 Rojo.	16,0	7,6	16,0 16,4	7,6 7,2
11,6 11,6	12,4 12,4	161,00 Negro.	140,70 Blanco.	120,35 Rojo.	11,6	11,8	11,6 12,0	11,8 11,4

Tiempo bueno: temperatura agradable; atmósfera con fuertes calinas. Calma.

Terminó el trabajo a las 18^h 10^m

OBSERVADOR:

______

Instrumento núm. 1.

Dia 4 de Julio de 1876

Empezó el trabajo á las 3^h 43^m.

Seccion V G. Cerralvo.

Linea de Mingorria á La Puebla.

+ Pintada al pié y parte E. de un muro sobre el que se asienta el pilar de observacion.

⨯ En una piedra de la parte superior de dicho muro.

V G. ◯ 2. En una piedra colocada al pié y ángulo N. E. del pilar de observacion, enrasando con su zócalo.

P. Cara superior del pilar de observacion.

Altura vertical medida con la cinta de acero desde + á ⨯ y deducido el error de la cinta, = 5^m,0375.

ERRORES INSTRUMENTALES. Á 40 METROS DE DISTANCIA.

COLIMACION					PARALELISMO		NIVEL	
Ocular.	Objetivo.	Inferior.	Central.	Superior.	Ocular.	Objetivo.	Ocular.	Objetivo.
12,6 12,9	12,4 12,8	81,25 Blanco.	59,85 Blanco.	33,50 Rojo.	12,2	12,4	12,2 12,1	12,4 12,2
11,6 11,6	13,2 13,2	81,20 Blanco.	59,80 Blanco.	39,45 Rojo.	17,8	6,9	17,8 18,0	6,9 6,6
12,2 12,0	12,4 12,6	80,25 Blanco.	59,85 Blanco.	39,50 Rojo.	12,2	12,2	12,2 12,1	12,2 12,0

ERRORES INSTRUMENTALES. Á 40 METROS DE DISTANCIA.								
COLIMACIÓN					PARALELISMO		NIVEL	
Ocular.	Objetivo.	Inferior.	Central	Superior.	Ocular.	Objetivo.	Ocular.	Objetivo.
12,0 12,0	12,0 12,0	161,00 Negro.	140,70 Blanco.	120,35 Rojo.	11,8	12,0	11,8 12,0	12,0 11,8
11,0 11,0	13,0 13,0	160,95 Negro.	140,65 Blanco.	120,30 Rojo.	16,0	7,6	16,0 16,4	7,6 7,2
11,6 11,6	12,4 12,4	161,00 Negro.	140,70 Blanco.	120,35 Rojo.	11,6	11,8	11,6 12,0	11,8 11,4

Tiempo bueno: temperatura agradable; atmósfera con fuertes calinas. Calma.

Terminó el trabajo á las 18^{h} 10^{m}

OBSERVADOR:

Instrumento núm. 1.

ERRORES INSTRUMENTALES.	À 40 METROS DE DISTANCIA.							
COLIMACION					PARALELISMO		NIVEL	
Ocular.	Objetivo.	Inferior.	Central	Superior.	Ocular.	Objetivo.	Ocular.	Objetivo.
12,6 12,9	12,4 12,8	80,25 Blanco.	59,85 Blanco.	39,50 Rojo.	12,2	12,4	12,2 12,1	12,4 12,2
11,6 11,6	13,2 13,2	80,20 Blanco.	59,80 Blanco.	39,45 Rojo.	17,8	6,9	17,8 18,0	6,9 6,6
12,2 12,0	12,4 12,6	80,25 Blanco.	59,85 Blanco.	39,50 Rojo.	12,2	12,2	12,2 12,4	12,2 12,0

Dia 4 de Julio de 1876

Empezó el trabajo á las 3h 43m.

Seccion VG. Cerralvo.

Linea de Mingorria á La Puebla.

+ Pintada al pié y parte E. de un muro sobre el que se asienta el pilar de observacion.

× En una piedra de la parte superior de dicho muro.

VG. ○2. En una piedra colocada al pié y ángulo N. E. del pilar de observacion, enrasando con su zócalo.

· P. Cara superior del pilar de observacion.

Altura vertical medida con la cinta de acero desde + á × y deducido el error de la cinta, = 5m,0875.

Nivelada de espalda.

Estación de la mira.	LECTURA DEL NIVEL.		LECTURA DE LA MIRA.		
	Ocular.	Objetivo.	Inferior.	Central	Superior.
e 9	12,0 12,0	11,8 11,8	245,45 Rojo.	241,40 Rojo.	237,35 Blanco.
e 10	11,6 12,0	11,8 11,4	206,00 Blanco.	203,70 Blanco.	201,40 Blanco.
e 11	11,2 11,0	11,4 11,6	253,40 Negro.	250,90 Negro.	248,40 Rojo.
e 12	11,0 11,0	11,4 11,4	150,90 Rojo.	144,15 Blanco.	137,40 Negro.
e 13	11,0 11,0	11,0 11,0	125,20 Rojo.	119,15 Blanco.	113,10 Blanco.
e 14	10,6 10,6	10,8 10,8	159,80 Rojo.	157,45 Rojo.	155,10 Rojo.
Altura vertical desde + *a*					
×	10,6 11,0	11,0 10,6	128,15 Rojo.	126,35 Rojo.	124,55 Rojo.
V G. 02	10,6 10,6	11,0 11,0	115,90 Blanco.	114,10 Blanco.	112,30 Blanco.

Nivelada de frente.

Estacion de la mira.	LECTURA DEL NIVEL.		LECTURA DE LA MIRA.			Doble nivelada. — Pasos.
	Ocular.	Objetivo.	Inferior.	Central	Superior.	
f 9	12,8 12,8	11,9 11,9	38,20 Rojo.	34,10 Rojo.	30,00 Rojo.	22
f 10	12,2 12,2	11,2 11,2	17,15 Negro.	14,85 Negro.	12,55 Negro.	12
f 11	11,9 11,0	11,6 11,6	6,85 Rojo.	4,35 Rojo.	1,80 Rojo.	11
f 12	11,2 11,0	11,2 11,1	182,25 Rojo.	175,75 Blanco.	160,25 Negro.	32
f 13	11,9 11,0	11,9 11,0	26,50 Blanco.	20,60 Blanco.	14,70 Negro.	30
+	10,6 10,4	10,8 11,0	5,00 Rojo.	3,45 Rojo.	1,90 Rojo.	16
× = 5m,9875						
V G 02	10,6 10,6	11,9 11,0	115,90 Blanco.	114,10 Blanco.	112,30 Blanco.	10
P.	11,2 11,4	10,4 10,2	34,50 Rojo.	32,70 Rojo.	30,90 Rojo.	10

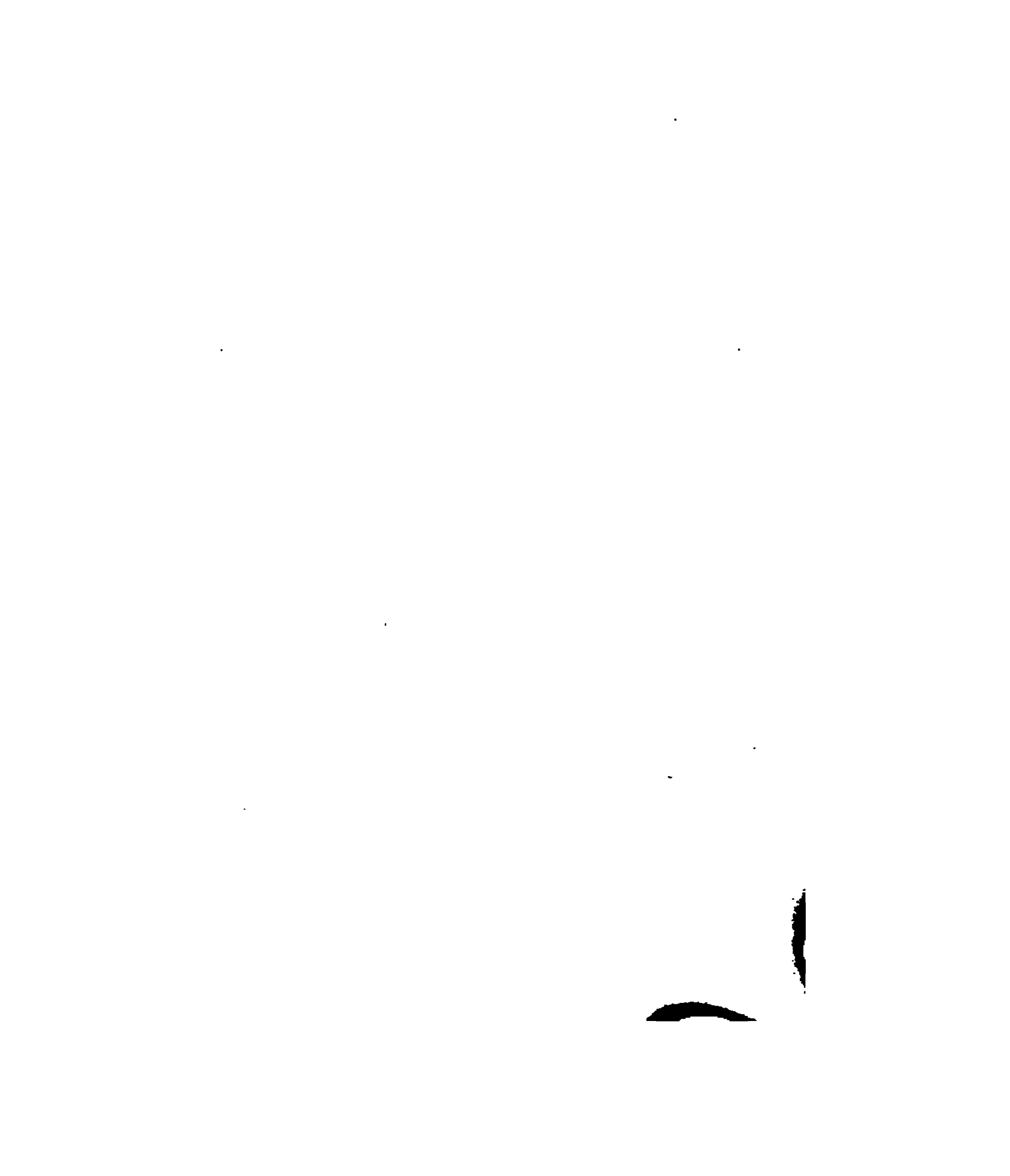
ERRORES INSTRUMENTALES.					A 40 METROS DE DISTANCIA.			
COLIMACION					PARALELISMO		NIVEL	
Ocular.	Objetivo.	Inferior.	Central	Superior.	Ocular.	Objetivo.	Ocular.	Objetivo.
10,2 10,2	10,2 10,2	71,50 Negro.	51,25 Blanco.	30,95 Rojo.	10,2	10,2	10,2 10,0	10,2 10,4
9,0 9,2	11,1 11,2	71,55 Negro.	51,30 Blanco.	31,00 Rojo.	15,8	4,6	15,8 15,6	4,6 4,8
10,0 10,0	10,4 10,4	71,50 Negro.	51,25 Blanco.	30,95 Rojo.	10,2	10,2	10,2 10,0	10,2 10,4

La marcha del trabajo en este dia fué: desde la puerta del castillo por la rampa, al terraplen, dirigiéndose al muro en donde se halla el pilar. Y por la calle que forman los edificios del castillo hasta +.

Tiempo bueno; temperatura regular, atmósfera despejada, viento O.

Terminó el trabajo á las 6h 30m

OBSERVADOR:



ERRORES INSTRUMENTALES. Á 40 METROS DE DISTANCIA.

COLIMACION					PARALELISMO		NIVEL	
Ocular.	Objetivo.	Inferior.	Central	Superior.	Ocular.	Objetivo.	Ocular.	Objetivo.
10,2 11,2	10,2 10,2	71,50 Negro.	51,25 Blanco.	30,95 Rojo.	10,2	10,2	10,2 10,0	10,2 10,4
9,9 9,9	11,4 11,2	71,55 Negro.	51,30 Blanco.	31,00 Rojo.	15,8	4,6	15,8 15,6	4,6 4,8
10,0 10,0	10,3 10,3	71,50 Negro.	51,25 Blanco.	30,95 Rojo.	10,2	10,2	10,2 10,0	10,2 10,4

La marcha del trabajo en este dia fué: desde la puerta del castillo por la rampa, al terraplen, dirigiéndose al muro en donde se halla el pilar, Y por la calle que forman los edificios del castillo hasta +

Tiempo bueno; temperatura regular, atmósfera despejada, viento O.

Terminó el trabajo á las 6^h 30^m

OBSERVADOR:

5 part

96,2500

$y^{XI} = \Delta_5^{XI}$	$+ 0,072$	0,005184
$y^{XI} = \Delta_6^{XI}$	$- 0,303$	0,091809
$y^{XI} = \Delta_7^{XI}$	$- 0,274$	0,075076
$y^{XI} = \Delta_8^{XI}$	$- 0,325$	0,105625
$y^{XI} = \Delta_9^{XI}$	$- 0,215$	0,046225
		0,625569
$y^{XII} = \Delta_1^{XII}$	$+ 0,135$	0,018225
$y^{XII} = \Delta_2^{XII}$	$- 0,159$	0,025281
$y^{XII} = \Delta_3^{XII}$	$- 0,130$	0,016900
$y^{XII} = \Delta_4^{XII}$	$- 0,101$	0,010201
$y^{XII} = \Delta_5^{XII}$	$- 0,072$	0,005184
$y^{XII} = \Delta_6^{XII}$	$- 0,043$	0,001849
$y^{XII} = \Delta_7^{XII}$	$- 0,013$	0,000169
$y^{XII} = \Delta_8^{XII}$	$+ 0,177$	0,031329
$y^{XII} = \Delta_9^{XII}$	$+ 0,207$	0,042849
		0,151987

9 y^{I} = 0
9 y^{II} = 0
9 y^{III} = 0
9 y^{IV} = 0
9 y^{V} = 0
9 y^{VI} = 0
9 y^{VII} = 0
9 y^{VIII} = 0
9 y = 0
9 y = 0
9 y = 0
9 y = 0

$$\ldots \frac{\ldots]}{2 - 1} = 4{,}939'' \qquad \sqrt{\frac{2{,}395711}{95}} = \pm\, 0{,}785301''$$

$$\ldots\,\rho'] + \ldots) = \pm \frac{0{,}785301''}{33{,}097} = \pm\, 0{,}024''$$

5 part

96,2500

$y^{XI} = \Delta_5^{XI}$	+ 0,072	0,005184
$y^{XI} = \Delta_6^{XI}$	— 0,303	0,091809
$y^{XI} = \Delta_7^{XI}$	— 0,274	0,075076
$y^{XI} = \Delta_8^{XI}$	— 0,325	0,105625
$y^{XI} = \Delta_9^{XI}$	— 0,215	0,046225
		0,625569
$y^{XII} = \Delta_1^{XII}$	+ 0,135	0,018225
$y^{XII} = \Delta_2^{XII}$	— 0,159	0,025281
$y^{XII} = \Delta_3^{XII}$	— 0,130	0,016900
$y^{XII} = \Delta_4^{XII}$	— 0,101	0,010201
$y^{XII} = \Delta_5^{XII}$	— 0,072	0,005184
$y^{XII} = \Delta_6^{XII}$	— 0,043	0,001849
$y^{XII} = \Delta_7^{XII}$	— 0,013	0,000169
$y^{XII} = \Delta_8^{XII}$	+ 0,177	0,031329
$y^{XII} = \Delta_9^{XII}$	+ 0,207	0,042849
		0,151987

9 y^{I} = 0
9 y^{II} = 0
9 y^{III} = 0
9 y^{IV} = 0
9 y^{V} = 0
9 y^{VI} = 0
9 y^{VII} = 0
9 y^{VIII} = 0
9 y = 0
9 y = 0
9 y = 0
9 y = 0

$$\frac{\ldots]}{2 - 1} = 4{,}939'' \qquad \sqrt{\frac{2{,}395711}{95}} = \pm\, 0{,}785301''$$

$$\ldots p^{I}] + \ldots) = \pm \frac{0{,}785301''}{33{,}097} = \pm\, 0{,}024''$$

Observadores.	Posiciones del nivel.	LECTURAS.	$i-s$	$i-c$	Tang. A_1	Log ta
		cm.	cm.	cm.		
N.	1	i= 246,50 c= 222,75 s= 198,70	47,80	23,75	0,00296875	$\bar{3}$,4725
	2	248,90 225,10 201,00	47,90	23,80	0,00297500	$\bar{3}$,4734
M.	3	240,60 216,90 192,90	47,70	23,70	0,00296250	$\bar{3}$,4716
	4	239,80 216,05 192,05	47,75	23,75	0,00296875	$\bar{3}$,4725
P.	5	237,50 213,70 189,60	47,90	23,80	0,00297500	$\bar{3}$,4734
	6	235,40 211,60 187,55	47,85	23,80	0,00297500	$\bar{3}$,4734
A.	7	143,90 120,15 96,10	47,80	23,75	0,00296875	$\bar{3}$,4725
	8	145,80 122,05 98,00	47,80	23,75	0,00296875	$\bar{3}$,4725
Q.	9	149,40 125,70 101,70	47,70	23,70	0,00296250	$\bar{3}$,4716
	10	151,00 127,25 103,20	47,80	23,75	0,00296875	$\bar{3}$,4725
Z.	11	136,55 112,85 88,85	47,70	23,70	0,00296250	$\bar{3}$,4716
	12	134,70 110,95 86,90	47,80	23,75	0,00296875	$\bar{3}$,4725
		Sumas. . .	573,50	285,00		
		Promedios.	47,79	23,75		

Error medio de una observ.ⁿ ±0,07

Formulario núm. 34.

CÁLCULO

PARA DETERMINAR LA SEPARACION ANGULAR DE LOS TRES HILOS DEL RETÍCULO EN EL INSTRUMENTO NÚM. 1.

Febrero de 1877.

Observadores.	Posiciones del nivel.	LECTURAS.	$i-s$	$i-c$	Tang. A_1	Lo
		cm.	cm.	cm.		
N.	1	$i=$ 246,50 $c=$ 222,75 $s=$ 198,70	47,80	23,75	0,00296875	$\bar{3}$
	2	248,90 225,10 201,00	47,90	23,80	0,00297500	$\bar{3}$,
M.	3	240,60 216,90 192,90	47,70	23,70	0,00296250	$\bar{3}$,
	4	239,80 216,05 192,05	47,75	23,75	0,00296875	$\bar{3}$,
P.	5	237,50 213,70 189,60	47,90	23,80	0,00297500	$\bar{3}$,
	6	235,40 211,60 187,55	47,85	23,80	0,00297500	$\bar{3}$,
A.	7	143,90 120,15 96,10	47,80	23,75	0,00296875	$\bar{3}$,
	8	145,80 122,05 98,00	47,80	23,75	0,00296875	$\bar{3}$,
Q.	9	149,40 125,70 101,70	47,70	23,70	0,00296250	$\bar{3}$,
	10	151,00 127,25 103,20	47,80	23,75	0,00296875	$\bar{3}$,
Z.	11	136,55 112,85 88,85	47,70	23,70	0,00296250	$\bar{3}$,
	12	134,70 110,95 86,90	47,80	23,75	0,00296875	$\bar{3}$,
		Sumas. .	573,50	285,00		
		Promedios.	47,79	23,75		

Error medio de una observ.[n] ±0,07

A_1	$c-s$	Tang. A_2	Log tang A_2	A_2	A	$\frac{A_2-A_1}{3}$
"	cm.			"	"	"
,347	24,05	0,00300625	$\bar{3}$,47802509	620,082	1232,429	+ 2,578
,636	24,10	0,00301250	$\bar{3}$,47892706	621,371	1235,007	+ 2,578
,058	24,00	0,00300000	$\bar{3}$,47712125	618,793	1229,851	+ 2,578
,347	24,00	0,00300000	$\bar{3}$,47712125	618,793	1231,140	+ 2,149
,636	24,10	0,00301250	$\bar{3}$,47892706	621,371	1235,007	+ 2,578
,636	24,05	0,00300625	$\bar{3}$,47802509	620,082	1233,718	+ 2,149
,347	24,05	0,00300625	$\bar{3}$,47802509	620,082	1232,429	+ 2,578
347	24,05	0,00300625	$\bar{3}$,47802509	620,082	1232,429	+ 2,578
058	24,00	0,00300000	$\bar{3}$,47712125	618,793	1229,851	+ 2,578
347	24,05	0,00300625	$\bar{3}$,47802509	620,082	1232,429	+ 2,578
058	24,00	0,00300000	$\bar{3}$,47712125	618,793	1229,851	+ 2,578
347	24,05	0,00300625	$\bar{3}$,47802509	620,082	1232,429	+ 2,578
164	288,50			7438,406	14786,570	+30,078
347	24,04			619,867	1232,214	2,506

Error medio del resultado. $\varepsilon \pm 0,522$ $\pm$ 0,048

Formu

$A = A_1$ -

A	ε	d	$ε^2$	p	p.A
″	m	cm	″		″
1168,831	3,665	1000	13,432225	1,00	1168,83
1209,224	2,057	2000	4,231249	1,59	1922,66
1217,532	1,977	3000	3,908529	1,15	1400,16
1225,553	0,916	4000	0,839056	4,00	4902,21
1227,788	0,767	5000	0,588289	4,57	5610,99
1228,132	0,717	6000	0,514089	4,35	5342,37
1228,378	0,517	7000	0,267289	7,18	8819,75
1232,214	0,522	8000	0,272484	6,16	7590,43
1233,384	0,570	9000	0,324900	4,59	5661,23
1233,924	0,479	10000	0,229441	5,85	7218,45
				40,44	49637,11

ı. 35.

...OR MEDIO. $\frac{[p.A]}{[p]}$	v	v^2	v^2p	ERROR MEDIO. $\sqrt{\frac{[v^2p]}{[p].n(n-1)}}$
	58,595″	3433,374025	3433,37402500	
	18,202	331,312804	526,78735836	
	9,894	97,891236	112,57492140	
	1,873	3,508129	14,03251600	
	0,362	0,131044	0,59887108	
1227,426″	0,706	0,498436	2,16819660	± 1,130″
	0,952	0,906304	6,50726272	
	4,788	22,924944	141,21765504	
	5,958	35,497764	162,93473676	
	6,498	42,224004	247,01042340	
			4647,20596636	

= 1227,426″ ± 1,130″

APARATO «IBAÑEZ» DE MEDIR BASES.

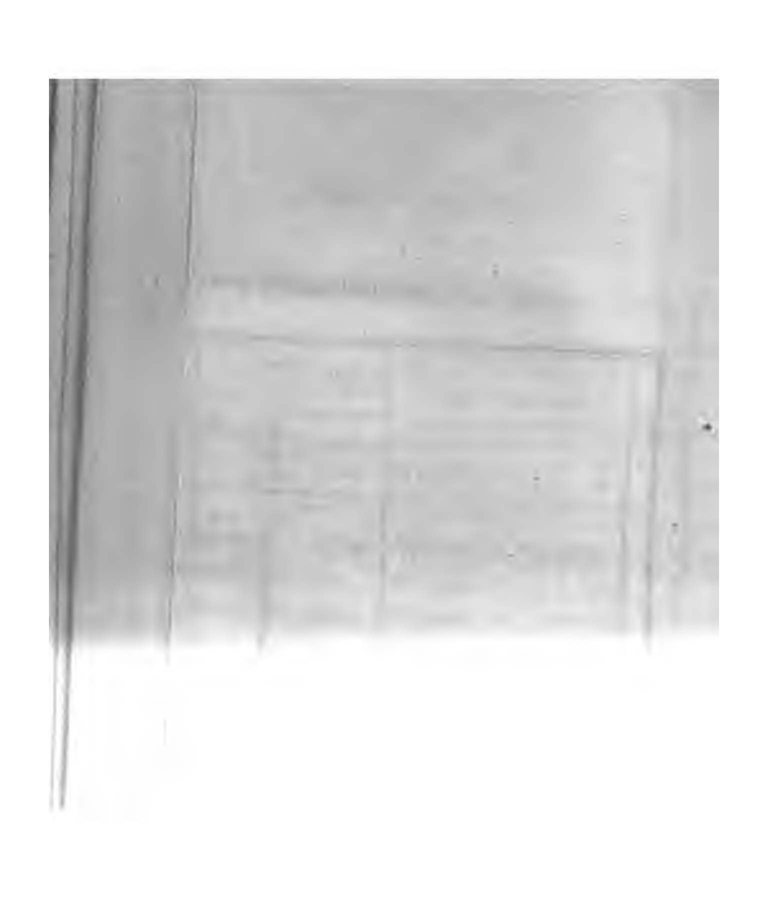
$$M - 0{,}75\ F_{t_R} = \big((f' + m'') - (m' + f'')\big)\ h - 0{,}75\ \varphi\ (t_R - T)$$

$$M - \overset{mm}{3000{,}49065} = \overset{mm}{0{,}098}\ N - \overset{mm}{0{,}03239475}\ (\overset{G}{21{,}93} - T)$$

APARATO «IBAÑEZ» DE MEDIR BASES.

$$M - 0{,}75\ F_{t_R} = \left((f' + m'') - (m' + f'')\right) h - 0{,}75\,\varphi\ (t_R -$$

$$M - \overset{mm}{3000{,}49065} = \overset{mm}{0{,}038}\ N - \overset{mm}{0{,}03239475}\ (\overset{G}{21{,}93} - T)$$



Formulario núm. 39.

Cuadro de valores para evitar errores groseros de lectura ó escritura.

D	A	A_1	A_2	$A_2 - A_1$	Promedio = hilo central
m	cm	cm	cm	cm	cm
10	5,67	2,83	2,84	+ 0,01	0,0033
20	11,72	5,82	5,90	0,08	0,0267
30	17,71	8,80	8,90	0,10	0,0333
40	23,77	11,81	11,95	0,14	0,0467
50	29,76	14,79	14,97	0,18	0,0600
60	35,72	17,76	17,97	0,21	0,0700
70	41,69	20,72	20,97	0,25	0,0833
80	47,79	23,75	24,04	0,29	0,0967
90	53,82	26,75	27,07	0,32	0,1067
100	59,82	29,72	30,10	0,38	0,1267

Formulario núm. 40.

LÍNEA DE MINGORRÍA Á LA PUEBLA.

Seccion al VG. Cerralvo.

Trozo de □ 7 *á f* 8.

Se siguió por la citada carretera hasta la puerta del castillo——————

Dia 4 de Julio de 1876, desde las 4^h 15^m de la mañana á las 6^h 10^m de la misma.

Tiempo utilizado, 1^h 55^m.

Se hicieron 8 estaciones——————

La máxima longitud de las niveladas fué de 67^m, la mínima de 55^m y la media de 64^m.

La mayor inclinacion del nivel fué de $1^d,20$ y la media de $0^d,28$.

El máximo error de equidistancia fué de $6^m,3$ y el medio de $6^m,3$ por trozo——————

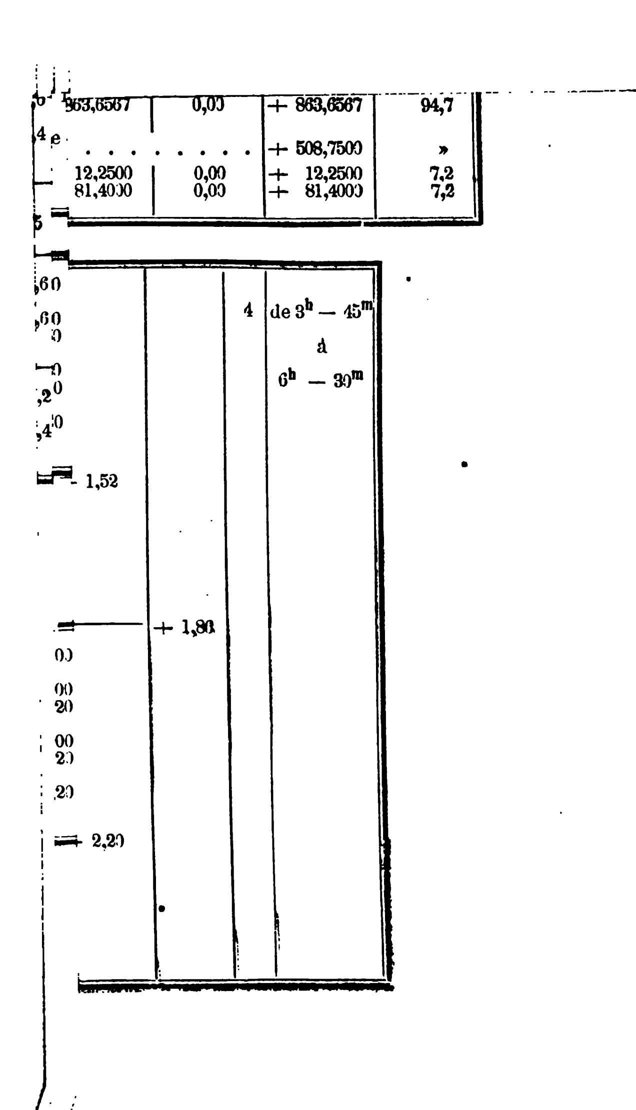
La máxima longitud de un trozo fué de 1010^m y la media de 1010^m.

El mayor valor de los errores instrumentales fué de $1^d,55$ y el medio de $1^d,22$.

La mayor diferencia al promedio de los errores instrumentales fué de $0^d,33$.

El error que esta diferencia introduce en el trozo á que corresponde es de $0^{mm},03$.

La longitud nivelada es de $1^k,0103$.



863,6567	0,00	+ 863,6567	94,7
. . . .		+ 508,7500	»
12,2500	0,00	+ 12,2500	7,2
81,4000	0,00	+ 81,4000	7,2

LÍNEA DE MINGORRÍA Á LA PUEBLA.

Seccion al VG. Cerralvo.

Trozo de e9 á + y × y á VG.O2

Se siguió el trabajo en este dia, desde la puerta del castillo (rampa) al terraplen, dirigiéndose al muro en donde se halla el pilar por la calle que forman los edificios del castillo hasta +

Dia 4 de Julio de 1876, desde las 3^h 45^m de la tarde á las 6^h 30^m de la misma.

Tiempo utilizado, 2^h 45^m.

Se hicieron 8 estaciones

La máxima longitud de las niveladas fué de 13^m, la mínima de 4^m y la media de 7^m.

La mayor inclinacion del nivel fué de $0^d,90$ y la media de $0^d,22$.

El máximo error de equidistancia fué de $0^m,5$ y el medio de $0^m,2$ por trozo

La máxima longitud de un trozo fué de 95^m y la media de 36^m.

El mayor valor de los errores instrumentales fué de $2^d,20$ y el medio de $1^d,86$.

La mayor diferencia al promedio de los errores instrumentales fué de $0^d,34$.

El error que esta diferencia introduce en el trozo á que corresponde es de $0^{mm},00$.

La longitud nivelada es de $0^k,109$.

NIVELA

LÍNEA DE MINGORRÍA Á LA PUEBLA.

Instrumento núm. 1.

Resúmen de las distancias y diferencias de nivel o

Valor

SEÑALES.	DISTANCIAS. — *Kilómetros.*	DIFERENCIAS D		
		OBSERVADAS. — *Metros.*		COR *M*
□ 1 — NP. 8	0,3764	—	4,134801	—
□ 2 — □ 1	1,0090	—	8,608099	—
□ 3 — □ 2	1,0016	+	20,174333	+
□ 4 — □ 3	1,0077	—	32,512999	—
□ 5 — □ 4	1,0091	—	11,346033	—
□ 6 — □ 5	1,0048	+	5,372433	+
□ 7 — □ 6	0,9990	—	16,604100	—
+ — □ 7	1,1050	+	2,695366	+
VG. ○ 2 — ×	0,0072	+	0,122500	+
P. — VG. ○ 2	0,0072	+	0,814000	+
× — +	Altura vertical.			+
NP. 8 — P.	7,5270			—

...E PRECISION.

SECCION AL VG. CERRALVO.

Observador, ______________________

...rregidas por el valor de la mira, y descripcion de señales.

...ira I = $1^{m},000373$.

DESCRIPCION DE SEÑALES.

NP. 8.—Señal principal colocada en el interior de la iglesia parroquial de San Antonio Abad, en el «Villar,» próxima al batiente de piedra de la puerta.

□ 1.—Señal pintada en el poste del kilómetro núm. 279, en la carretera de Alicante á Madrid. ($0^{m},50$).

□ 2.—Idem idem del kilómetro número 278 en idem ($0^{m},50$)

□ 3.—Idem en la imposta de una alcantarilla á la derecha de la carretera y próxima al kilómetro 277.

□ 4.—Idem en una piedra colocada al efecto á la derecha de la carretera y á un kilómetro próximame... de la anterior.

□ 5.—Idem en el poste del kilómetro número 275 ($0^{m},50$).

□ 6.—Idem idem del kilómetro número 274 ($0^{m},50$).

□ 7.—Idem idem del kilómetro número 273 ($0^{m},50$).

+ Pintada al pié y en la parte E. de un muro sobre el que se asienta el pilar de observacion.

× En una piedra de la parte superior de dicho muro.

VG. ○ 2. En una piedra colocada al pié y ángulo N.E. del pilar de observacion, enrasando con su zócalo.

P. Cara superior del pilar de observacion.

Linea de ________ Seccion VG. Cerralvo.

Se empezó en la señal principal NP. 8 en el *Villar* siguiendo la carretera hasta unos 60^{m} despues del poste kilométrico núm. 273, donde se tomó una vereda que va directamente al castillo de Cerralvo, en donde está el VG.

Se emplearon 9 dias en nivelacion; 1 en colocacion de señales, y se perdió á causa del mal tiempo 1, total dias, 11.

Se hicieron 110 estaciones.

La máxima longitud de las nivelaciones fué de 78^{m}, la mínima de 5^{m} y la media de 53^{m}.

La mayor inclinacion del nivel fué de 2^{d},10 y la media de 0^{d},36.

El máximo error de equidistancia fué de 3^{m},2 y el medio 1^{m},8 por trozo.

La máxima longitud de un trozo fué de 1^{m}009 y la media de 859^{m}.

El mayor valor de los errores instrumentales fué de 1^{d}[illegible]6 y el medio de 0^{d},67.

La mayor diferencia al promedio de los errores instrumentales fué de 0^{d},17.

El error que esta diferencia introduce en el trozo de □ 5 á □ 6 es de 0^{mm},00.

La longitud nivelada es de 7^{k},527.

El máximo error de equidistancia es de $3^{m},2$ y el medio de $1^{m},7$ p

La máxima longitud de un trózo es de $1^{m},018$ y la media de 861^{m}.

El mayor valor de los errores instrumentales es de $1^{d},86$ y el med

La mayor diferencia al promedio de los errores instrumentales es

El error que esta diferencia introduce en el trozo de □ 5 á □ 6

El número de trozos nivelados por tercera vez es de 1.

La longitud de las dos nivelaciones es de $15^{k},166$ y la de la 3.ª de 1

La longitud doble y completamente nivelada, es de $7^{k},527$.

SECCION AL VG. CERRALVO.

INSTRUMENTOS NÚMEROS 1 Y 2.

= $1^{m},000373$.

ITUDES SE HAN DE OBTENER.

DESCRIPCION DE SEÑALES.
NP. 8.—Señal principal colocada en el interior de la iglesia parroquial de San Antonio Abad, en *El Villar*. + Pintada al pié y en la parte E. de un muro, sobre el que se asienta el pilar de observacion. ✕ Pintada en una piedra de la parte superior de dicho muro. VG. ○ 2.—En una piedra colocada al pié y ángulo N. E. del pilar de observacion. P.—Cara superior del pilar de observacion.

..., donde se tomó una vereda que va directamente al castillo de

Formulario núm. 43.

Resúmen general de diferencias de nivel, por intervalos.

INTERVALOS.	Distancias.	Diferencias de nivel.	Error medio. ±
	k	m^s	m^s
○ 1 — NP 10	0,9941	− 4,2832	0,0027
NP 9 — ○ 1	5,0444	+ 42,9972	0,0050
○ 1 — NP 9	0,7556	+ 13,7105	0,0024
6 — ○ 1	5,0402	+ 25,1363	0,0035
11 — 6	5,6193	+ 30,6241	0,0051
NP 8 — 11	0,4395	+ 4,2405	0,0004
NP 7 — NP 8	7,2538	+ 17,0039	0,0034
○ 1 — NP 7	0,5086	− 15,3947	0,0016
6 — ○ 1	5,0386	− 54,7815	0,0040
11 — 6	4,7879	+ 30,4212	0,0047
NP 6 — 11	0,1560	+ 1,2580	0,0003
NP 5 — NP 6	7,0315	+ 12,0024	0,0037
○ 1 — NP 5	0,1035	− 2,7652	0,0004
5 — ○ 1	3,5172	− 8,6452	0,0007
NP 4 — 5	7,5403	+109,2886	0,0022

Formulario núm. 44.

Resúmen general de diferencias de nivel, por secciones.

SECCIONES.	Distancias.	Diferencias de nivel.	Error medio. ±	Error medio kilométrico. ±
	k	m	m	
NP 9 — NP 10	6,0385	— 47,2804	0,0057	0,0023
NP 8 — NP 9	11,8546	+ 78,7114	0,0067	0,0019
NP 7 — NP 8	7,2538	+ 17,0039	9,0034	0,0013
NP 6 — NP 7	10,4911	+ 38,4970	0,0064	0,0020
NP 5 — NP 6	7,0315	+ 12,0024	0,0037	0,0014
NP 4 — NP 5	11,1610	+ 97,8782	0,0023	0,0007

Formulario núm. 45.

Resúmen de diferencias de nivel de los vértices geodésicos de primer órden, adyacentes á la línea.

SEÑALES.	Distancias.	Diferencias de nivel.	Error medio. ±	RESEÑA DE LAS SEÑALES.
	k	m	m	
VG. ○ 15 — ○ 9	2,4906	+ 85,9815	0,0012	○ 9. Casilla de peones camineros *La Puebla*. VG. ○ 15. Albujon. Al pié de la señal geodés.ª NP. 8. En el interior de la iglesia parroquial de *El Villar*.—VG. ○ 2. Cerralvo. Al pié del pilar de observacion.—P. Cara superior del pilar.
VG. ○ 2 — NP. 8	7,5198	— 39,7707	0,0011	
P. — VG. ○ 2	0,0072	+ 0,8141	0,0023	

Formu

NIVELACI

LÍNEA DE MINGORRÍA Á LA PUEBLA.

Estado de las altitudes de los principales puntos d

SEÑALES.	DISTANCIAS.	ALTITUDES.	ERROR ME ±
	k	m	m
NP.	575,339	1032,964	0,042
○ »	582,879	923,675	0,043
1	586,397	932,320	0,043
NP. 5	586,500	935,086	0,043
NP. 6	593,532	923,083	0,043
○ 11	593,688	921,825	0,043
6	598,476	891,404	0,043
1	603,514	946,185	0,043
NP. 7	604,023	961,580	0,043
NP. 8	611,277	944,576	0,043
○ 11	611,716	940,336	0,043
6	617,335	909,712	0,044
1	622,376	884,575	0,044
NP. 9	623,131	870,865	0,044
○ 1	628,176	913,862	0,044
NP. 10	629,170	918,145	0,044
○ 9	634,921	882,182	0,044
VG. ○ 15	606,513	997,562	0,043
NP. 8	611,277	944,576	0,043
VG. ○ 2	618,804	900,532	0,043
P	618,804	905,619	0,043

núm. 46.

DE PRECISION.

AÑO 1877.

nea sobre el nivel medio del mar en el puerto de Alicante.

RESEÑA DE LAS SEÑALES.
Mingorría: en el interior de la iglesia.
Santo Domingo de las Posadas: en el interior de la Casa Consistorial.
Velayos: en la escalera de la Casa Consistorial.
Velayos: en el interior de la iglesia parroquial.
Sanchidrian: en el interior de la iglesia parroquial.
Sanchidrian: en el pedestal de la cruz que se halla en la Plaza.
En el pretil del puente llamado de Mombar.
Gemenuño: en el pretil del puente inmediato á la poblacion.
Gemenuño: en el interior de la iglesia parroquial.
El Villar: en el interior de la iglesia parroquial.
El Villar: en el batiente de la puerta del cementerio.
Marazuela: en el interior de la iglesia parroquial.
Sobre el poste miriamétrico número 20 en la carretera.
En el pilar extremo E. del puente Iñez.
Garcillan: en el interior de la ermita de la Soledad.
Garcillan: en el interior de la iglesia parroquial.
Casilla de peones camineros *La Puebla.*
Albujon (vértice) en una piedra al pié de la señal geodésica.
El Villar: en el interior de la iglesia parroquial.
Cerralvo (vértice) al pié del pilar de observacion.
Cerralvo: en la cara superior del pilar de observacion.

st

1.

medi

me

0,2

0,22

0,2

0,2

0,

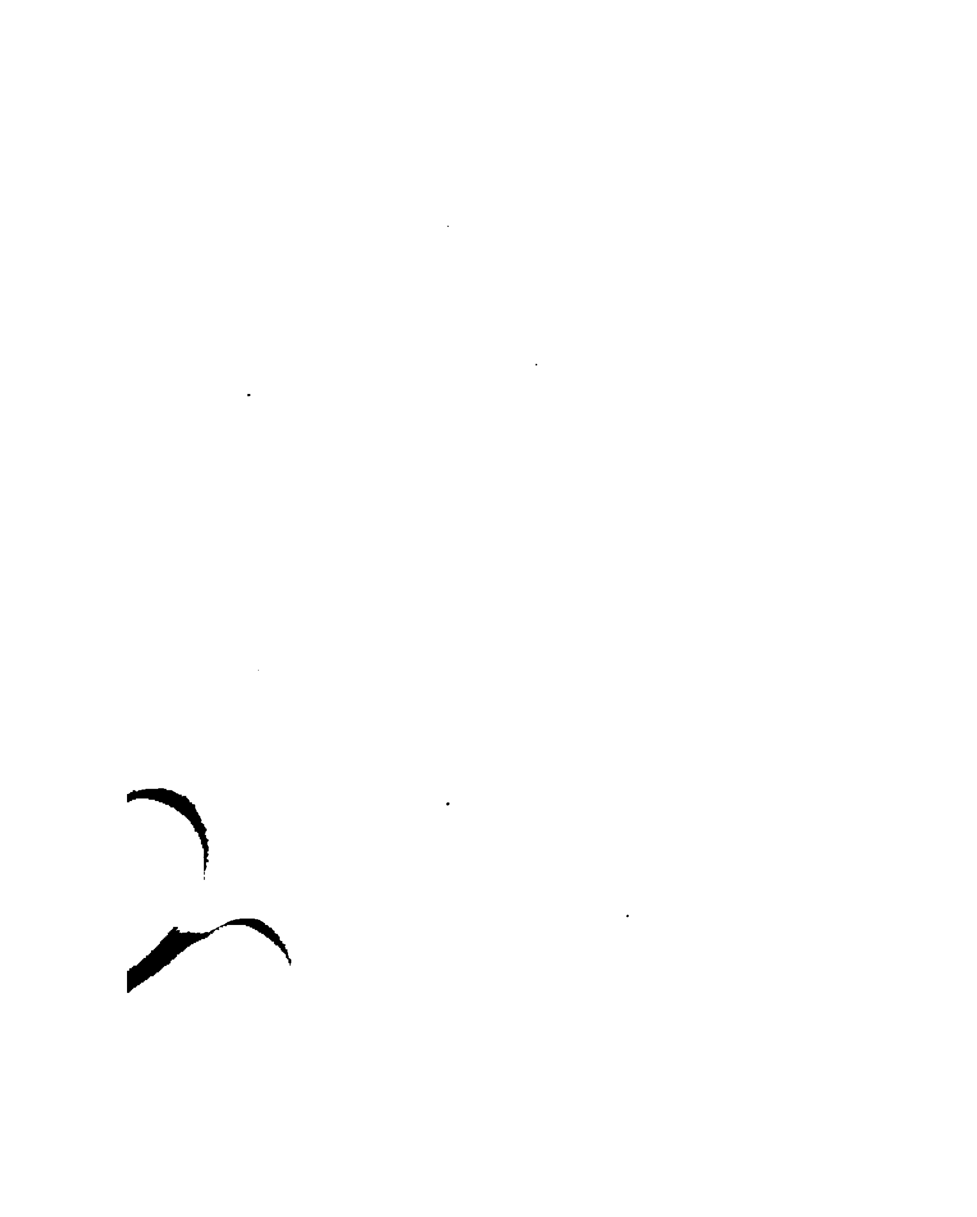
0,

0,

0,

0.

0



turas del ı cuando el zador pasa · el centro əl papel.	Correccion para las altitudes máximas.	ALTURAS DEL AGUA SOBRE EL PUNTO DE COMPARACION			Oscila-cion.	Estado del mar.
		Media.	Máxima.	Mínima		
m	m	m	m	m	m	
		—6,5654	—5,4400	—7,6496	2,2096	Calma.
		6,6266	5,6671	7,5450	1,8779	Calma.
		6,6215	5,7640	7,4353	1,6713	Calma.
		6,6368	5,6058	7,4429	1,8371	Calma.
— 6,295	+ 0,031	6,6368	5,3405	7,6190	2,2785	Calma.
		6,7296	5,2349	7,8511	2,6162	Calma.
		6,5807	5,8661	7,1827	1,3166	Picada.
		6,5807	4,5257	8,5909	4,0652	Gruesa.
		6,5909	4,3523	8,7644	4,4121	Picada.
		6,5654	4,2155	8,8690	4,6535	Calma.



ÓGICA DE

DAS.				
SOMBRA.	Mínima de irradia cion.	MÁXIMA AL SOL	
Oscila- cion.		En el vacío.	En el aire.
5,80	14,70	57,00	33,01
6,20	14,00	55,90	41,61
5,80	15,40	57,00	29,61
5,70	15,70	59,40	31,61
5,50	16,40	53,30	40,11
8,20	18,60	62,90	35,51
6,00	16,70	58,00	40,01
4,60	17,30	57,60	32,51
8,00	14,90	58,80	45,11
6,20	16,70	57,00	34,51
12,60	14,00	62,90	45,11
19,00	14,50	62,90	44,71
16,20	14,80	63,10	44,01
19,70	14,00	63,10	45,11



Dia	lturas del a cuando el zador pasa r el centro lel papel.	Correccion para las altitudes máximas.	ALTURAS DEL AGUA SOBRE EL PUNTO DE COMPARACION			Oscila- cion.	Estad ma
			Media.	Máxima.	Mínima		
	m	m	m	m	m	m	
1			—6,5654	—5,4400	—7,6496	2,2096	Caln
2			6,6266	5,6671	7,5450	1,8779	Caln
3			6,6215	5,7640	7,4353	1,6713	Caln
4			6,6368	5,6058	7,4429	1,8371	Caln
5	— 6,295	+ 0,031	6,6368	5,3405	7,6190	2,2785	Caln
6			6,7236	5,2349	7,8511	2,6162	Caln
7			6,5807	5,8661	7,1827	1,3166	Pıca
8			6,5807	4,5257	8,5909	4,0652	Grue
9			6,5909	4,3523	8,7644	4,4121	Pica
10			6,5654	4,2155	8,8690	4,6535	Caln

F

Mes de Agosto de 1877.

Dias.	OBSERVACIONES BAROMÉTRIC EN MILÍMETROS, Á 0° Y CORREGIDAS DE CA				
	0 horas.	6 horas.	12 horas.	18 horas.	Altur medi
1	761,45	761,56	761,60	762,25	761,7
2	762,87	762,48	762,11	762,06	762,3
3	760,91	759,09	757,53	756,86	758,6
4	755,90	755,28	756,04	757,08	756,0
5	757,62	758,23	757,64	757,67	757,7
6	756,99	755,84	754,56	751,96	754,8
7	751,97	754,06	754,00	754,72	753,6
8	755,37	757,08	758,47	758,99	757,4
9	759,92	760,36	759,97	759,34	759,9
10	759,60	760,55	760,78	761,00	760,4
»					
»					
»					
»					
»					
Series.					
1.ª	758,26	758,45	758,27	758,19	758,2
2.ª	756,42	756,56	756,12	755,59	756,17
3.ª	758,91	759,01	759,16	758,80	758,97
Mes.	757,90	758,04	757,89	757,57	757,85

ı. 50.

ESTACION METEOROLÓGICA DE__________

ANEMÓMETRO.							
ÓMS. RECORRIDOS POR EL VIENTO				DIRECCION DEL VIENTO Á LAS			
) hs 6 ras.	de 6 hs á 12 horas.	de 12 hs á 18 horas.	de 18 hs á 24 horas.	0 horas.	6 horas.	12 horas.	18 horas.
,10	87,25	57,45	68,40	N. O.	N. O.	N. O.	O.
,65	23,85	42,90	46,25	N. O.	N.	S. O.	S. O.
,65	78,40	17,25	59,90	N. E.	N. E.	E.	S. E.
,80	18,05	18,25	74,85	N. E.	N. E.	S. O.	S. O.
,10	19,75	3,50	30,75	N. O.	N. O.	S. E.	S. E.
,20	21,40	18,25	221,75	N. E.	N. E.	S. E.	S. O.
,60	66,80	34,90	64,15	O.	N. O.	S. O.	S. E.
,45	60,65	51,15	77,60	N. O.	O.	S. O.	O.
,45	21,70	33,55	36,95	N. O.	N.	S. O.	S. O.
,90	86,50	57,15	34,80	N.	N. O.	S. O.	N.
,90	484,35	334,35	715,40	N. N. O.	N. N. O.	S. S. O.	S. O.
,70	620,45	492,45	893,85	N. O.	N.	E. S. E.	S.
,40	356,75	505,35	698,10	N. N. E.	N. N. E.	S. S. O.	S. S. O.
,00	1461,55	1332,15	2307,35	N.	N.	S.	S. S. O.

Formulario núm. 51.

RED GEODÉSICA DE 2.º ÓRDEN.

PROVINCIA DE *MADRID*.

AZIMUTALES.

Estacion de *Cancho-Gordo*.
Consta de *dos cuadernos*.
Cuaderno núm. 1.
Instrumento usado, *teodolito de Brunner, número* 5.

OBSERVADOR

OFICIAL 2.º DEL CUERPO DE TOPÓGRAFOS,

D. ______________________________

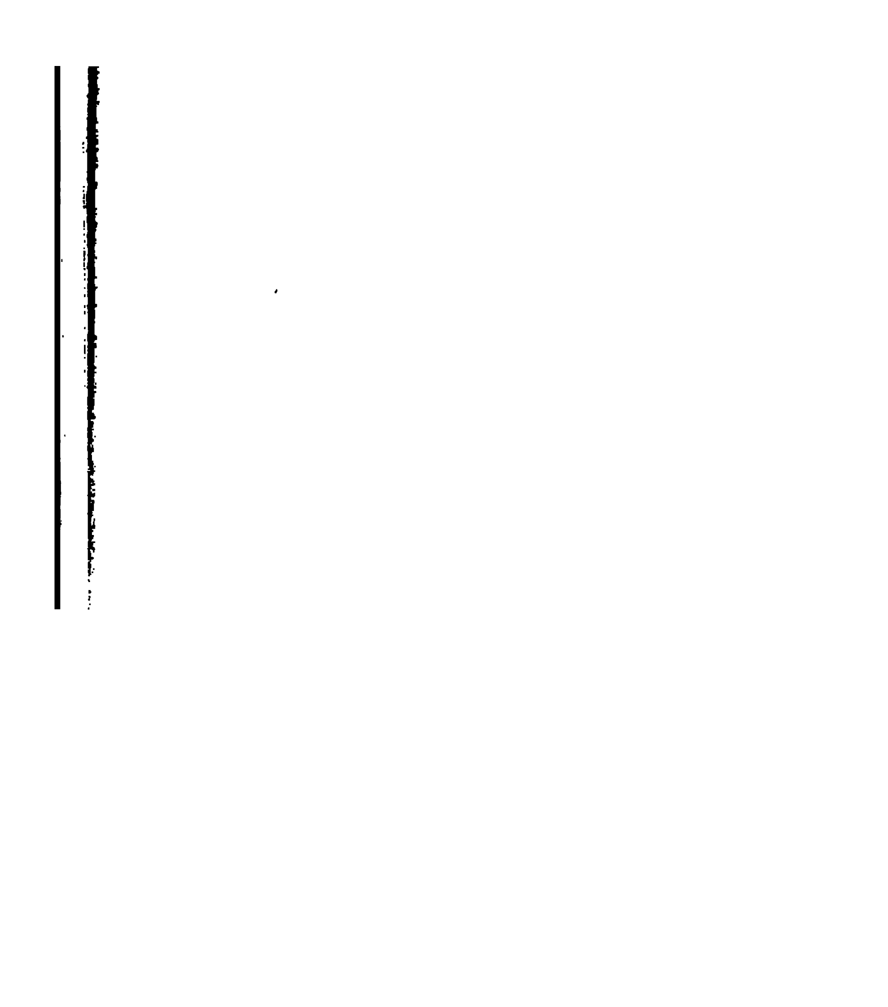
AÑO DE 1874.

Recibido el ______ *de* ____________ *de* 18____

con el oficio del Sr. ______________________________

de _______ *de* ______________________________

NÚM. ________ DEL REGISTRO GENERAL.



Distancia al centro ____________ r= ______

Direccion al mismo con el cero en ____ y= ° ′ ″

N.os	LECTURAS			PROMEDIOS.			DIRECCIONES.			NOTAS.
	°	′	″	°	′	″	°	′	″	
I II III IV										
I II III IV										
I II III IV										
I II III IV										
I II III IV										
I II III IV										

ESTACION DE *CANCHO-GORDO.*

N.°	DIAS.	HORAS.	C.° V.¹	NOMBRE Y FORMA DE LOS OBJETOS.
1	22 Agosto de 1874.	18—40	I	*(Inicial).* Guadalix de la Sierra. *(Torre).* No es vértice de la red
			*	Atalaya de El Molar. *(Pilar).*
				San Pedro. *(Señal).*
2	22 Agosto de 1874.	19— 5	I	San Pedro. *(Señal).*
			.	Atalaya de El Molar. *(Pilar).*
				Guadalix de la Sierra *(Torre).* No es vértice de la red

(Media firma del Observador).

Distancia al centro de la señal.. $r =$ 1,50

Direccion al mismo con el cero en Guadalix..... { 1.ª 2.ª } $y =$ 309° 30′ 22″

N.os	LECTURAS			PROMEDIOS.			DIRECCIONES.			NOTAS.
	°	′	″	°	′	″	°	′	″	
I	0	3	35							
II	90	3	30							Buena.
III	180	3	30							
IV	270	3	30							
I	326	11	25							
II	56	11	25							Buena.
III	146	11	15							
IV	236	11	30							
I	356	44	10							
II	86	41	05							Muy buena.
III	176	44	00							
IV	266	44	10							
I	356	44	10							
II	86	43	55							Muy buena.
III	176	44	»							
IV	266	44	5							
I	326	11	20							
II	56	11	15							Buena.
III	146	11	15							
IV	236	11	20							
I	0	3	35							
II	90	3	25							Muy buena.
III	180	3	30							
IV	270	3	30							

(Media firma del Observador).

ESTACION DE________________

N.°	DIAS.	HORAS.	C.° V.¹	NOMBRE Y FORMA DE LOS OBJETOS.

Formulario núm. 52.

RED GEODÉSICA DE 2.° ÓRDEN.

PROVINCIA DE *MADRID*.

ZENITALES.

Estacion de *Cancho-Gordo*.
Consta de *dos cuadernos*.
Cuaderno núm. 1.
Instrumento usado, *teodolito de Brunner, número* 5.

OBSERVADOR,

OFICIAL 2.° DEL CUERPO DE TOPÓGRAFOS,

D. ____

AÑO DE 1874.

Recibido el ________ *de* ______________ *de* 18_____
con el oficio del Sr. ______________________________
de ____________ *de* _______________________________

NÚM. __________ DEL REGISTRO GENERAL.

Altura del instrumento ________

Idem del punto de mira ________

C.º V.[1]	EXTREMOS DEL NIVEL.	N.os	LECTURAS.			PROMEDIOS.			NOTAS.
			°	′	″	°	′	″	
I	$a' =$ $a'' =$ $a' + a'' =$	I II III IV							
D	$a_{\prime} =$ $a_{\prime\prime} =$ $a_{\prime} + a_{\prime\prime} =$	I II III IV							
D	$a_{\prime} =$ $a_{\prime\prime} =$ $a_{\prime} + a_{\prime\prime} =$	I II III IV							
I	$a' =$ $a'' =$ $a' + a'' =$	I II III IV							
I	$a' =$ $a'' =$ $a' + a'' =$	I II III IV							
D	$a_{\prime} =$ $a_{\prime\prime} =$ $a_{\prime} + a_{\prime\prime} =$	I II III IV							

ESTACION DE *CANCHO-GORDO.*

N.°	DIAS.	HORAS.	NOMBRES Y FORMA DE LOS OBJETOS.
1	23 Agosto de 1874	21—50	Atalaya de El Molar. *(cara superior del pilar.)*
2	»	21—54	Id.
3	24 Agosto de 1874	2 —20	Id.

(Media firma del Observador).

Altura del instrumento, 1,35.
Idem del punto de mira, 1,90.

C.° V.l	EXTREMOS DEL NIVEL.	N.os	LECTURAS.			PROMEDIOS.			NOTAS.
			°	'	"	°	'	"	
I	$a' =$ 14	I	56	5	10				Buena.
	$a'' =$ 29	II	146	5	15				
	$a' + a'' =$	III	236	5	30				
		IV	326	5	25				
D	$a_{,} =$ 29	I	240	40	30				Buena.
	$a_{,,} =$ 14	II	330	40	40				
	$a_{,} + a_{,,} =$	III	60	40	35				
		IV	150	40	30				
D	$a_{,} =$ 25	I	240	40	45				Buena.
	$a_{,,} =$ 11	II	330	40	45				
	$a_{,} + a_{,,} =$	III	60	40	50				
		IV	150	40	35				
I	$a' =$ 14	I	56	5	10				Buena.
	$a'' =$ 29	II	146	5	15				
	$a' + a'' =$	III	236	5	30				
		IV	326	5	25				
I	$a' =$ 12	I	91	3	45				Buena.
	$a'' =$ 32	II	181	3	45				
	$a' + a'' =$	III	271	3	55				
		IV	1	3	50				
D	$a' =$ 32	I	275	39	20				Buena.
	$a'' =$ 12	II	5	39	20				
	$a' + a'' =$	III	95	39	15				
		IV	185	39	5				

(Media firma del Observador).

ESTACION DE____________

N.º	DIAS.	HORAS.	NOMBRES Y FORMA DE LOS OBJETOS.

Formulario núm. 53.

RED GEODÉSICA DE 3.er ÓRDEN.

PROVINCIA DE *MADRID*.

AZIMUTALES.

Estacion de *Cancho-Gordo.*
Consta de *tres cuadernos.*
Cuaderno núm. 2.
Instrumento usado, *teodolito de Brunner. número 10.*

OBSERVADOR,

OFICIAL 2.° DEL CUERPO DE TOPÓGRAFOS,

D.______________________________

AÑO DE 1874.

*Recibido el*______ *de*__________ *de 18*____
*con el oficio del Sr.*____________________
*de*________ *de* ________________________

NÚM.________ DEL REGISTRO GENERAL.

Distancia al centro _______________ r= ______

Direccion al mismo con el cero en ______ y= __ ° __ ' __ "

N.s	LECTURAS			PROMEDIOS.			DIRECCIONES.			NOTAS.
	°	'	"	°	'	"	°	'	"	
I II										
I II										
I II										
I II										
I II										
I II										

ESTACION DE *CANCHO-GORDO.*

N.°	DIAS.	HORAS.	C.° V.[1]	NOMBRE Y FORMA DE LOS OBJETOS.
1	24 Agosto de 1874.	18—5	1	Guadalix de la Sierra. *(Torre).* No es vértice de la red
				Pendon.
				Bustarviejo *(Torre).* No es vértice de la red
				Valdemanco *(Torre).* No es vértice de la red
				Mondalindo.
				Guadron.

(Media firma del Observador.)



Distancia al centro de la señal.. $r =$ 1,50

Direccion al mismo con el cero en Guadalix. ...... } $y =$ 309° 30′ 20″

N.s	LECTURAS			PROMEDIOS.			DIRECCIONES.			NOTAS.
	°	′	″	°	′	″	°	′	″	
I	0	4	00							Muy buena.
II	180	4	10							
I	32	30	40							Muy buena.
II	212	30	50							
I	48	59	40							Buena.
II	228	59	40							
I	55	47	40							Buena.
II	235	47	40							
	73	36	30							Buena.
II	253	36	30							
I	134	7	20							Buena.
II	314	7	30							

(Media firma del Observador).

ESTACION DE_______________

N.°	DIAS.	HORAS.	C.ª V.¹	NOMBRE Y FORMA DE LOS OBJETOS.

Formulario núm. 54.

RED GEODÉSICA DE 3.er ÓRDEN.

PROVINCIA DE *MADRID*.

ZENITALES.

Estacion de *Cancho-Gordo.*
Consta de *tres cuadernos.*
Cuaderno núm. 2.
Instrumento usado, *teodolito de Brunner, número* 10.

OBSERVADOR,

OFICIAL 2.° DEL CUERPO DE TOPÓGRAFOS,

D. ______________________________

AÑO DE 1874.

Recibido el ______ *de* ____________ *de* 18___

con el oficio del Sr. ______________________

de __________ *de* __________________________

NÚM. ________ DEL REGISTRO GENERAL.

*Altura del instrumento*__________

*Idem del punto de mira*__________

C.º V.ˡ	EXTREMOS DEL NIVEL.	N.ºˢ	LECTURAS.			PROMEDIOS.			NOTAS.
			°	′	″	°	′	″	
I	$a' =$ $a'' =$ $a' + a'' =$	I II							
D	$a_{,} =$ $a_{,,} =$ $a_{,} + a_{,,} =$	I II							
D	$a_{,} =$ $a_{,,} =$ $a_{,} + a_{,,} =$	I II							
I	$a' =$ $a'' =$ $a' + a'' =$	I II							
I	$a' =$ $a'' =$ $a' + a'' =$	I II							
D	$a_{,} =$ $a_{,,} =$ $a_{,} + a_{,,} =$	I II							
D	$a_{,} =$ $a_{,,} =$ $a_{,} + a_{,,} =$	I II							
I	$a' =$ $a'' =$ $a' + a'' =$	I II							

ESTACION DE *CANCHO-GORDO*.

N.°	DIAS.	HORAS.	NOMBRE Y FORMA DE LOS OBJETOS.
1	24 Agosto de 1874	22— »	Pendon.
2	24 Agosto de 1874	22— 5	Id.
3	25 Agosto de 1874	2— 5	Id.
4	25 Agosto de 1874	2—11	Id.

(Media firma del Observador).

Altura del instrumento, 1,35.
Idem del punto de mira, 2,68.

C.º V.l	EXTREMOS DEL NIVEL.	N.os	LECTURAS. °	'	"	PROMEDIOS. °	'	"	NOTAS.
	$a' =$ 10	I	93	12	00				
I	$a'' =$ 25								Buena.
	$a'+a''=$	II	273	12	10				
	$a_{,} =$ 34	I	273	31	10				
D	$a_{,,} =$ 19								Buena.
	$a_{,}+a_{,,}=$	II	93	31	20				
	$a_{,} =$ 34	I	273	31	10				
D	$a_{,,} =$ 19								Buena.
	$a_{,}+a_{,,}=$	II	93	31	10				
	$a' =$ 10	I	93	11	50				
I	$a'' =$ 25								Buena.
	$a'+a''=$	II	273	12	00				
	$a' =$ 14	I	93	12	10				
I	$a'' =$ 27								Buena.
	$a'+a''=$	II	273	12	20				
	$a_{,} =$ 36	I	273	31	20				
D	$a_{,,} =$ 22								Buena.
	$a_{,}+a_{,,}=$	II	93	31	30				
	$a_{,} =$ 36	I	273	31	10				
D	$a_{,,} =$ 22								Buena.
	$a_{,}+a_{,,}=$	II	93	31	20				
	$a' =$ 27	I	93	12	00				
I	$a'' =$ 14								Buena.
	$a'+a''=$	II	273	12	10				

(Media firma del Observador).

ESTACION DE________________

N.°	DIAS.	HORAS.	NOMBRE Y FORMA DE LOS OBJETOS.

ÍNDICE.

PRIMER ÓRDEN.

RED GEODÉSICA.

TRABAJOS DE CAMPO.

BASES.

OBSERVACION DE DIRECCIONES AZIMUTALES.



VALORES APROXIMADOS DE LOS ELEMENTOS LINEALES DE LA RED.

LATITUDES, DIFERENCIAS DE LONGITUD Y AZIMUTES APROXIMADOS.

ALTITUDES APROXIMADAS.

CÁLCULOS DEFINITIVOS DE LA RED.

NIVELACIONES DE PRECISION.

TRABAJOS DE CAMPO.

PRESCRIPCIONES GENERALES.

PRÁCTICA DE LA NIVELACION.

MAREÓGRAFOS.

ESTACIONES METEOROLÓGICAS.

TRABAJOS DE GABINETE.

CÁLCULO DE LAS CONSTANTES DE LOS INSTRUMENTOS.

CÁLCULO DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL.

CÁLCULO DEL NIVEL MEDIO DE LOS MARES.

CÁLCULO DE LAS OBSERVACIONES METEOROLÓGICAS.

DIFERENCIAS DE LONGITUD, LATITUDES Y AZIMUTES.

PROBLEMA PRELIMINAR. — DETERMINACION DE LA HORA.

DIFERENCIAS DE LONGITUD.

LATITUDES.

AZIMUTES.

INTENSIDAD DE LA GRAVEDAD.

REDES DE 2.º Y DE 3.er ÓRDENES.

TRABAJOS DE CAMPO.

RECONOCIMIENTO Y CONSTRUCCION DE SEÑALES.

OBSERVACIONES ANGULARES DE 2.° ÓRDEN.

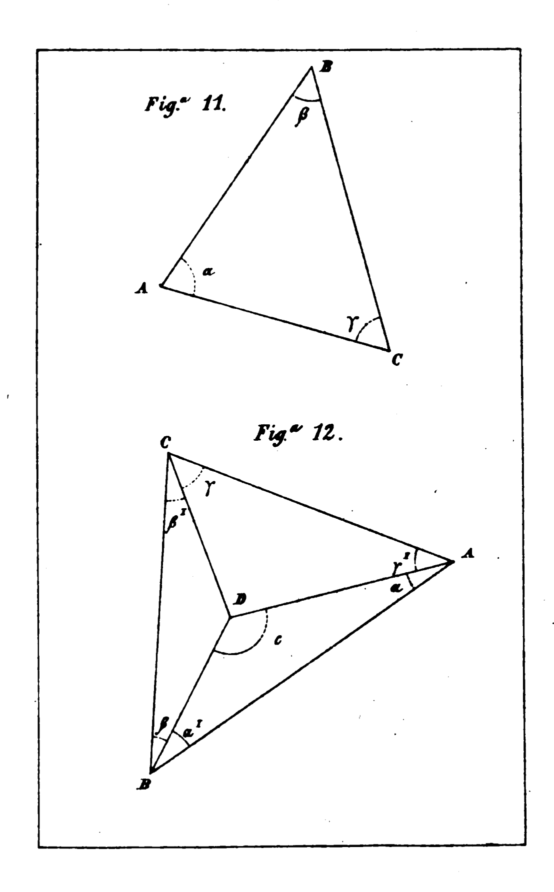
DISPOSICIONES GENERALES.

FORMULARIOS.

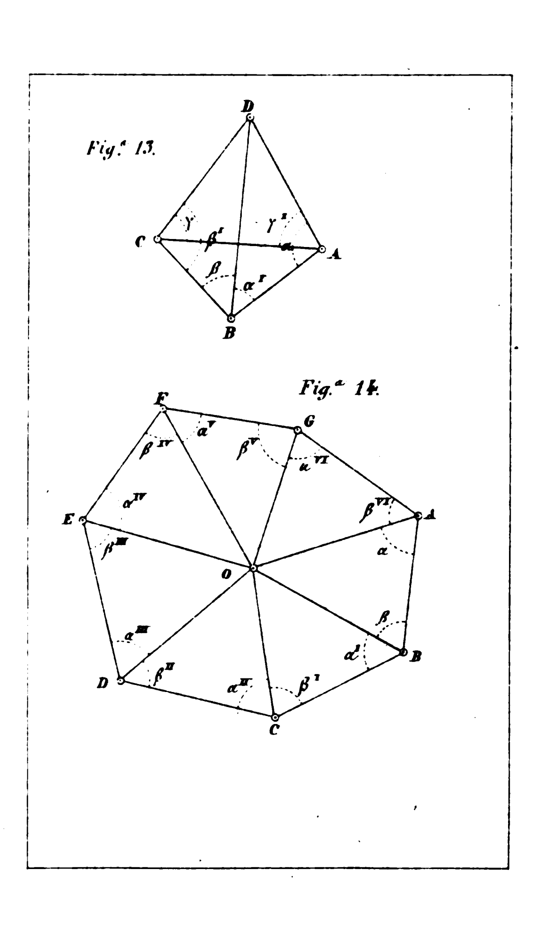
1er. ÓRDEN.

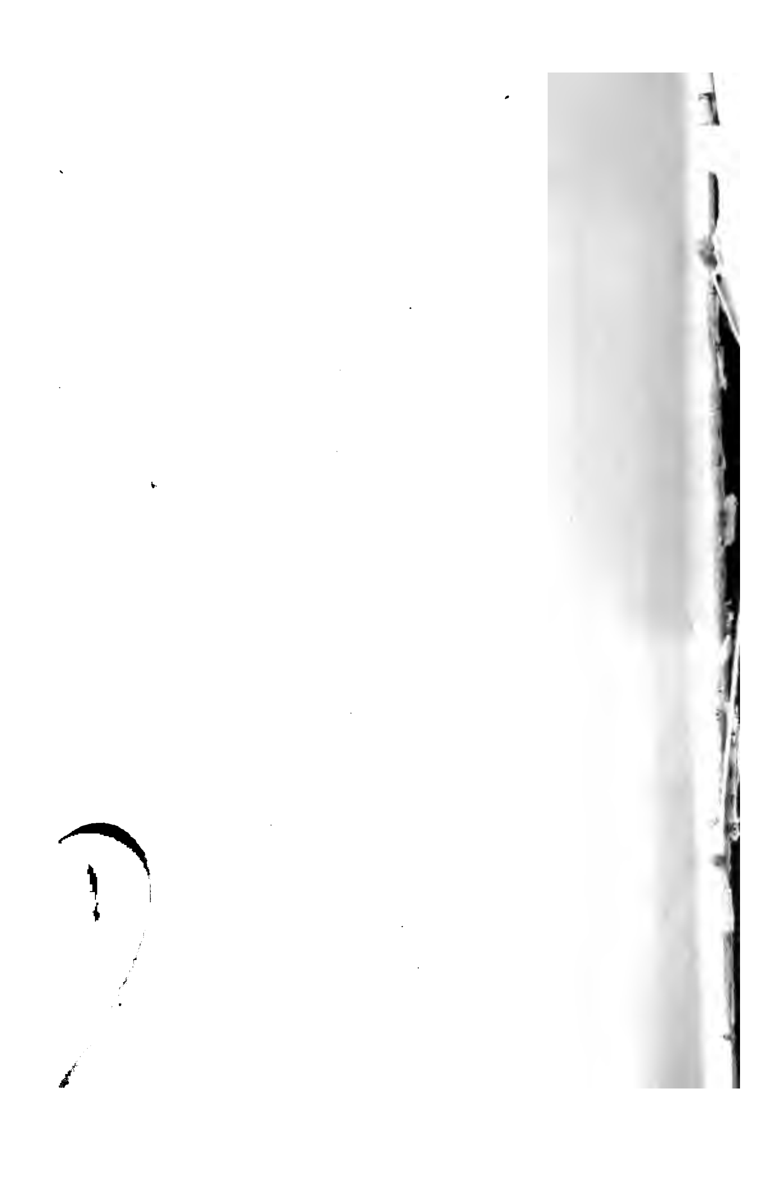
Núms.		Págs.

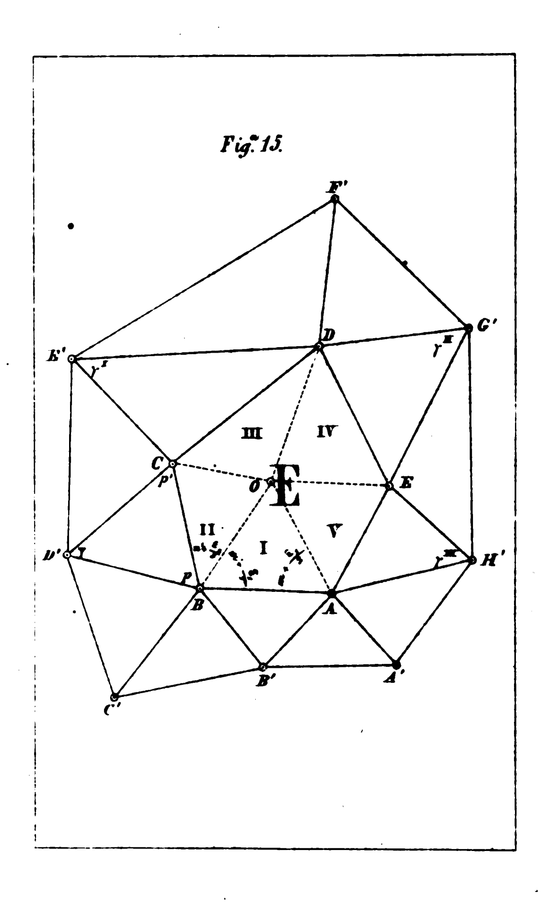


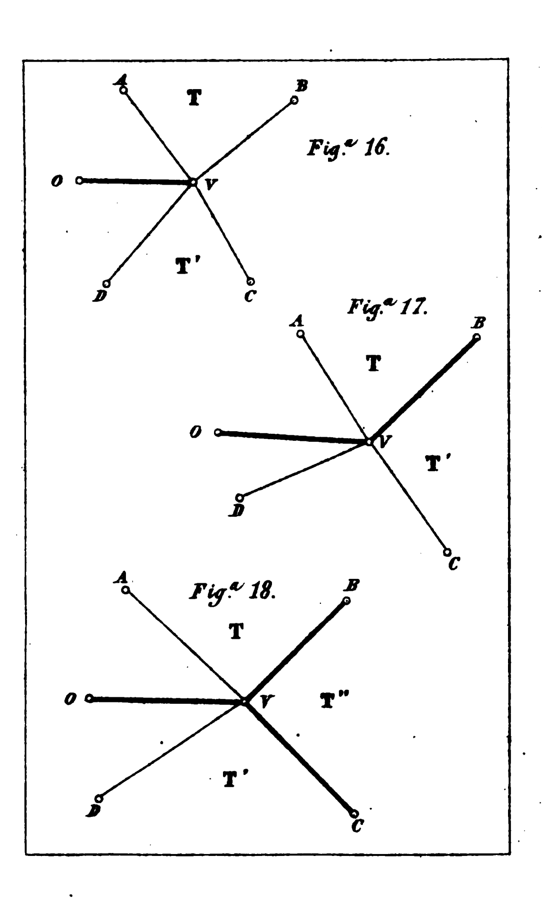

Fig.ª 11.
B
β
α
A
γ
C
Fig.ª 12.
C
γ
β'
A
γ'
α
D
c
β
α'
B

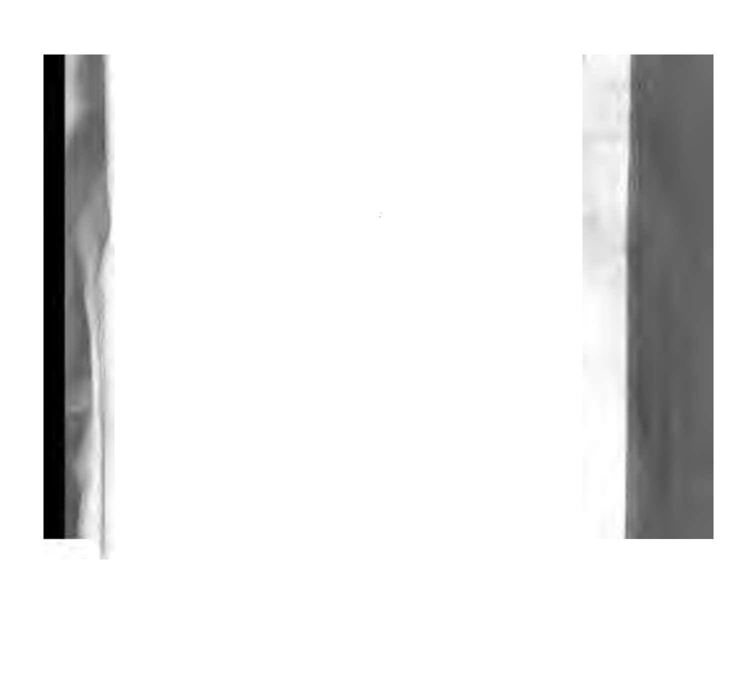


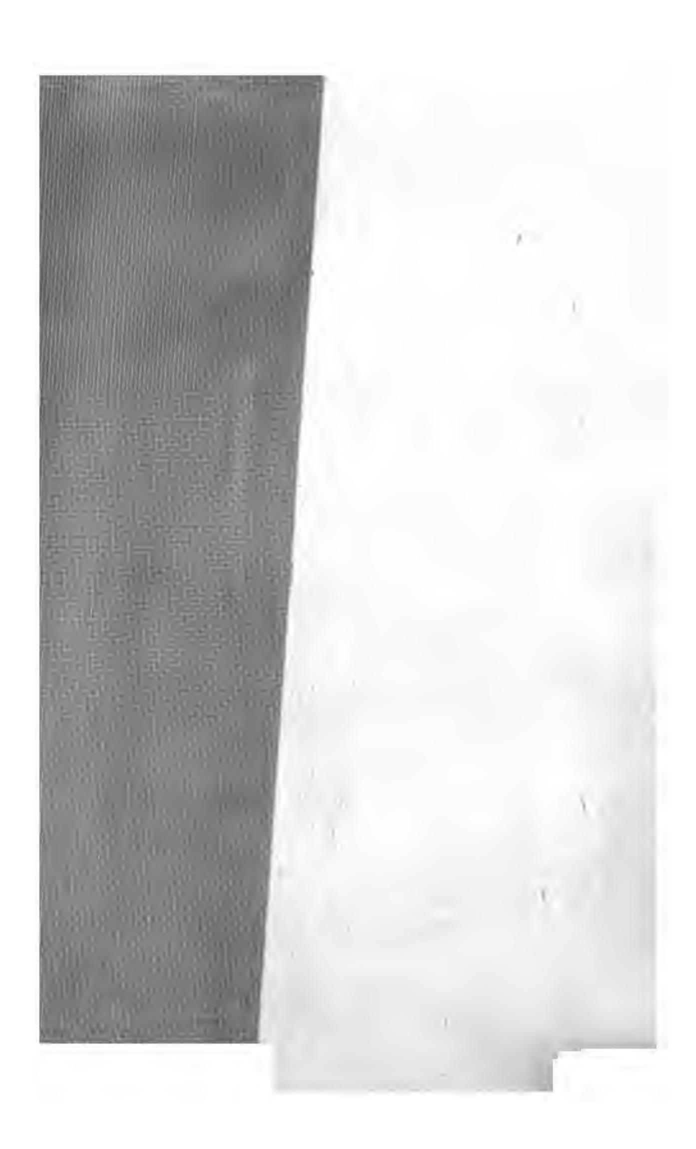

Fig.a 13.
D
C
A
B
Fig.a 14.
F
G
E
A
O
B
D
C




Fig.e 15.
F'
G'
D
E'
III
IV
C
p'
O
E
II
I
V
D'
H'
p
B
A
B'
A'
C'


A
T
B
Fig.ª 16.
O
V
T'
D
C
Fig.ª 17.
A
B
T
O
V
T'
D
C
A
Fig.ª 18.
B
T
O
V
T"
T'
D
C






Stanford University Libraries
3 6105 002 775 182
620.0.
S733
LOCKED STACKS

